

6. Пойта, П.С. Эффективные типы фундаментов на уплотненных грунтовых основания / П.В. Шведовский, А.Н. Невейков // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сб. тр. XV междунауч. научн.-метод. семинара: в 2-х т. / Под общ. ред. Д.П. Лозовского, А.А. Хотько. Новополоцк, ПГУ, 27–28 ноября 2008 г. – Новополоцк: ПГУ, 2008. – Т. 2. – С. 184–190.
7. Мамонов, В.М. Несущая способность буронабивных свай, изготовленных из бетонов различного состава / А.М. Дзагов, П.В. Ермошкин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – М., 1989. – № 1. – С. 11–14.
8. Григорян, А.А. Экспериментальные исследования распределения напряжений в буронабивных сваях значительных размеров / И.И. Хабибуллин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – М., 1989. – № 3. – С. 18–21.

Материал поступил в редакцию 15.04.11

### SHVEDOVSKIY P.V., POYTA P.S., DRONEVICH A.Yu. The features have a lot of criterion of an estimation of the constructive-technological decisions at a choice of design variant of piles of the bases

In clause the problems of a choice of the optimum constructive and organization-technological decisions of piles of the bases in complex engineer-geological conditions are considered.

The analysis of an opportunity of use a lot of factor of modeling on base "of the greatest preferability" is executed. Thus the choice of optimum variant of piles of the base is carried out on the basis of general function of utility which is taking into account as independence on preferability, and independence on utility. The comparison of six competitive variants of piles of the bases for engineer-geological conditions of a building site most typical for the Brest region, has shown, that optimum variant is the base from boreprinted of piles from concrete on straining cement with preliminary condensation a ground heavy to ram.

УДК 699.871

Лукьяненко А.В.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЁТА ПАРОИЗОЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ НЕТКАНЫХ ИГЛОПРОБИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ

**Введение.** В настоящее время выполнены довольно обширные исследования по математическому описанию волокнистых и пористых материалов в области фильтрации аэрозолей и твёрдых частиц, рассеянных в газах или жидкостях. Однако единая математическая модель, описывающая процесс паропроницания сквозь пористые волокнистые структуры, отсутствует, и все расчёты паропроницания сводятся к лабораторным испытаниям образцов и составлению таблиц результатов.

При устройстве кровли широко используют различные утеплители, зачастую представляющие собой волокнистые маты из стекловолокна или минеральной ваты. Такие материалы обладают хорошей теплоизоляцией, но вместе с тем и большой сорбционной способностью, и, впитывая влагу, быстро теряют свои теплоизоляционные свойства.

Обеспечение пароизоляции утеплителя от насыщения парами воды изнутри помещения и надёжной защиты его от проникновения влаги из внешней среды гарантирует надёжную гидроизоляцию утеплителя. При этом внешняя влагозащита должна быть паропроницаемой, обеспечивающей испарение водяных паров из утеплителя в атмосферу.

Паропроницаемые материалы должны обладать тремя основными свойствами:

- высокая паропроницаемость;
- водоупорность и гигроскопичность;
- механическая прочность.

Чаще всего они представляют собой тонкие полотна, имеющие волокнистую или микропористую структуру, позволяющую пропускать пар и задерживать воду. Высокая водоупорность таких полотен создаёт условия для эффективного применения их и в качестве подкровельных материалов, главным образом, в конструкциях скатных крыш.

Учитывая их внутреннюю структуру, можно выделить несколько закономерностей:

- при увеличении паропроницаемости структура материала становится более пористой, что влечёт за собой ухудшение прочностных характеристик и наоборот;
- для увеличения водоупорности необходимо обеспечить наиболее мелкую структуру внутренних пор материала, что ведёт к снижению паропроницаемости.

При производстве паропроницаемых полотен часто встаёт проблема подбора оптимального соотношения паропроницаемости, прочности и водоупорности. Это можно решить либо эксперимен-

тальным путем, изготавливая десятки образцов с разными параметрами производства, либо теоретическим – используя математические выкладки, сильно сократить время и затраты на лабораторные исследования и изготовление пробных образцов.

**Основные положения модели.** Теоретический способ подбора оптимальных характеристик в зависимости от параметров производства характеризуется построением математической модели паропроницаемого полотна на основе заводских параметров изготовления, которые варьируются в зависимости от требований заказчика.

Для примера возьмем типовое нетканое иглопробивное полотно (рис. 1), полученное фильерным методом прядения из расплава. Тонкие непрерывные полимерные волокна толщиной  $a=10$  мкм скреплены между собой иглопробивкой, что усиливает прочность нетканого материала и обеспечивает возможность образования микропор большого размера, диаметр которых зависит от радиуса игл. Это значительно влияет на увеличение проницаемости. Материал бывает различной поверхностной плотности толщины.

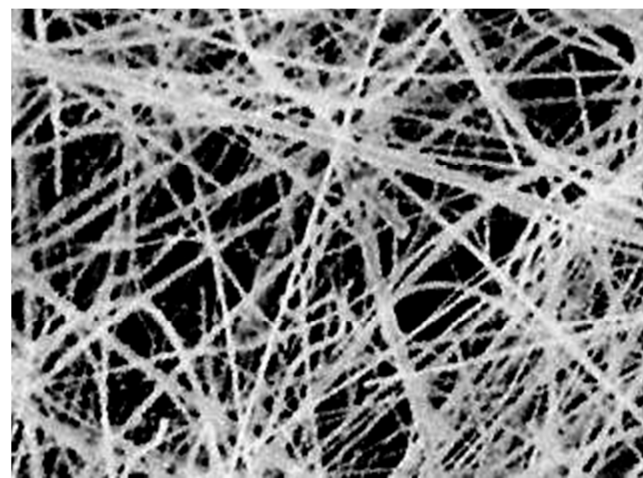


Рис. 1. Структура иглопробивного нетканого полотна (увеличение в 200 раз)

Лукьяненко А.В., ассистент кафедры архитектурного проектирования и рисунка Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Строительство и архитектура

При разработке модели расчета паропроницаемости материалов в ее основу были положены: модель извилистых капилляров, закон Фика, кнудсеновская диффузия, экспериментальная корреляция Каннингема-Милликена-Дэвиса, «стеснённая модель» и соотношение Эйнштейна-Ланжевена.

В соответствии СТБ 12572-2008 [1]: «паропроницаемость – это количество водяного пара, мг, проходящее через слой материала или изделия площадью 1 кв. м. толщиной 1 метр за 1 с при перепаде давления водяного пара между обеими сторонами образца 1 Па».

Обычно в производстве и строительстве данная величина рассчитывается за время 1 ч и имеет размерность  $\frac{мг}{м \cdot ч \cdot Па}$ . Ранее

паропроницаемость как характеристика материала определялась как масса водяного пара, способная диффундировать сквозь 1 кв. м. материала за сутки.

Паропроницаемость (коэффициент паропроницаемости) по СТБ 12572 [1] рассчитывается по формуле:

$$\delta = W \cdot H,$$

где  $\delta$  – паропроницаемость,  $W$  – коэффициент сопротивления паропропусканию,  $H$  – толщина испытываемого материала.

В действительности расчёт паропроницаемости весьма субъективное понятие, зависящее от толщины образца. Для материалов, имеющих однородную структуру, паропроницаемость будет возрастать с увеличением толщины образца, исходя из формулы паропроницаемости. Но учитывая тот факт, что при изменении толщины будет меняться и массовый поток пара, то влияние толщины ярко не выражено. Для однородных материалов, которые используются и испытываются с толщиной более 10 мм (бетоны, строительные блоки, плиты, штукатурные растворы, дерево, и т.д.), такой метод применим. Но, согласно СТБ 12572-2008 [1], паропроницаемость образцов тонких мембран гибких плёнок и полотен толщину не измеряют, и не рассчитывают паропроницаемость. Вместо этого показателя измеряют коэффициент сопротивления паропроницаемости, который объективно зависит только от свойств материала, а не от геометрических параметров. Поэтому в данной работе результатом расчётов, испытаний и исследований является коэффициент сопротивления паропропусканию, который и используется в ТКП 45-2.04-43-2006 «Строительная теплотехника» [5] при расчёте паропропускания ограждающих конструкций в виде обратно пропорциональной величины «сопротивление паропропусканию»:

$$R_{\pi} = \frac{1}{W}. \quad (1)$$

Коэффициент сопротивления паропроницаемости прямо пропорционален массе пара  $G$ , прошедшего через данный слой испытываемого материала площадью  $S$ , и обратно пропорционален перепаду давления водяного пара между обеими сторонами образца  $\Delta p$  [1]:

$$W = \frac{G}{S \cdot \Delta p}. \quad (2)$$

Приводя условия теоретического эксперимента к определению паропроницаемости, принимаем  $S = 1 м^2$  и  $\Delta p = p_0 - p_1$  Па (разность парциальных давлений водяного пара над и под образцом). Таким образом, необходимо найти массу пара, проходящего через образец.

Рассмотрим процесс проникновения пара через нетканое иглопробивное полотно. Чтобы описать процесс массопереноса пара сквозь материал, воспользуемся приближением, которое позволяет считать водяной пар мелкодисперсным субмикронным аэрозолем в воздухе. Частицы пара радиусом  $r = 0,135 \cdot 10^{-9}$  м, распылённые в воздухе, ведут себя как молекулы или броуновские частицы. Если частица намного меньше, чем средняя длина свободного пробега окружающих молекул, то она (частица) ведёт себя как большая молекула. По большому счёту, частица пара представляет собой быструю молекулу воды, перемещающуюся в воздухе.

Частицы пара, проходя сквозь материал могут столкнуться с волокнами и осесть на них, уменьшив общее количество прошедшего пара. Но доля столкнувшихся частиц ничтожно мала по сравнению с прошедшими насквозь, и ей можно пренебречь. Именно из-за размеров частиц массоперенос через образец уже не подчиняется законам Стокса течения газов, применимых в случае конвекционного переноса частиц вместе с несущей средой. Поэтому при расчёте прохождения пара сквозь материал воспользуемся явлением диффузии молекул пара. Чаще всего приходится иметь дело с нестационарной диффузией. Но в нашем случае для чистоты теоретического эксперимента мы рассматриваем стационарную диффузию с заданными условиями, не меняющимися с течением времени [2].

Рассматривая процесс массопереноса, можно отметить, что правильнее всего в этом случае будет воспользоваться законом Фика [2], который определил массоперенос сквозь материал

$$G = -D_e \cdot \frac{\delta p}{\delta x}, \quad (3)$$

где  $G$  – диффузионный поток через образец,  $\frac{\delta p}{\delta x}$  – градиент плотности водяного пара,  $D_e$  – эффективный коэффициент диффузии пара, зависящий от структурных параметров материала. Знак минус показывает, что массоперенос осуществляется в направлении убывания плотности пара.

Ввиду того, что массоперенос в теоретическом эксперименте осуществляется лишь в одном направлении, нормальном поверхности образца, от частных производных можно перейти к полным:

$$G = D_e \cdot \frac{dp}{dx} = D_e \cdot \frac{\Delta p}{H},$$

где  $H$  – толщина образца,  $\Delta p$  – разность плотностей пара до и после материала.

Теперь задача сводится к нахождению эффективного коэффициента диффузии водяного пара сквозь нетканое полотно волоконистой структуры. Для расчёта воспользуемся моделью извилистых капилляров [4], получившей наибольшее распространение при расчётах пористых сред. Согласно этой модели эффективный коэффициент диффузии для изотропных однородно-пористых материалов выражается соотношением, согласно [3]:

$$D_e = D_0 \cdot \varepsilon \cdot \Pi \cdot \chi = D_0 \cdot \frac{\varepsilon}{\gamma_i^2} \cdot \chi, \quad (4)$$

где  $D_0$  – коэффициент диффузии в гомогенной среде;  $\Pi$  – коэффициент диффузионной проницаемости (для нашей модели извилистых капилляров  $\Pi = \frac{1}{\gamma_i^2}$ );  $\varepsilon$  – пористость материала;  $\gamma_i$  – коэффициент извилистости пор,  $\chi$  – «фактор формы» [7], определяющий форму пор.

С учётом «серийной модели» диффузии, значение коэффициента извилистости пор аппроксимировано уравнениями, согласно [6]:

$$\gamma_i = 1,57 - 8,03 \cdot 10^{-3} e^{9,5\varepsilon}, \quad \varepsilon < 0,37 \quad (5)$$

$$\gamma_i = 1 + 10e^{-9,5\varepsilon}, \quad \varepsilon \geq 0,37 \quad (6)$$

(среднеквадратичная погрешность при сопоставлении теоретических расчетов с экспериментальными данными по этим формулам составила  $\pm 14,9\%$ ).

Так же для однородно-пористых материалов функции распределения пор, по размерам которых хорошо описываются логарифмически нормальным законом распределения, предложены следующие аппроксимирующие зависимости для расчета, согласно [7]:

$$\chi = 2,08 \cdot e^{-4,76 \cdot \sigma \lg(r)}$$

$$\chi = e^{-19,5 \cdot \sigma \lg(r)}$$

где  $\sigma \lg(r) = \left( \sum_{i=1}^n p_i \left[ \lg r_i - (\lg r)_{cp} \right]^2 \right)^{1/2}$  – стандартное отклонение логарифмов радиусов пор;

$$(\lg r)_{cp} = \sum_{i=1}^n p_i \lg r_i \text{ – средний логарифм радиусов пор; } p_i \text{ –}$$

доля объема пор  $i$ -й фракции.

Пористость волокнистой структуры (объемная доля пор в материале) обратно пропорциональна коэффициенту упаковки волокон  $\alpha$  (объемная доля полипропилена в материале), который определяется структурными свойствами образца: поверхностная плотность  $\sigma$ , толщина образца  $H$  и плотность полипропилена  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ .

$$\varepsilon_1 = 1 - \alpha, \quad \alpha = \frac{\sigma}{\rho \cdot H}. \quad (7)$$

Пористость иглопробивной структуры материала определяется количеством проколов при иглопробивке на единицу площади  $NI$ , радиусом игл  $RI$ , коэффициентом расширения пор  $KI$ , коэффициентом замкнутых пор  $ZI$ , а также коэффициентом распределения пор по толщине  $HI$ .

Таким образом, мы получаем зависимость эффективного коэффициента диффузии от пористости образца и извилистости пор, а также их формы. Как было отмечено ранее, материал представляет собой волокнистую структуру, скрепленную иглопробивкой. Поэтому невозможно качественно смоделировать обе структуры, а необходимо разделить процесс диффузии пара на две составляющих:

1. Диффузионный поток пара  $G_1$  через поры, образованные волокнистой структурой:

$$G_1 = D_0 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\gamma_i^2} \cdot \chi_1 \cdot \frac{\Delta p}{H}; \quad (8)$$

2. Диффузионный поток пара  $G_2$  через более крупные поры, образованные иглопробивкой материала:

$$G_2 = D_0 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\gamma_{i2}^2} \cdot \chi_2 \cdot \frac{\Delta p}{H}.$$

Их сумма и будет составлять массовый поток пара сквозь материал, который и фигурирует в (2):

$$G = G_1 + G_2. \quad (9)$$

В результате математических выкладок с учетом подстановки всех исходных данных мы получаем модель паропроницаемости сквозь нетканые иглопробивные полотна:

$$R_{\pi} = \frac{\Delta p \cdot S}{D_0 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\gamma_i^2} \cdot \chi_1 \cdot \frac{\Delta p}{H} + D_0 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\gamma_{i2}^2} \cdot \chi_2 \cdot \frac{\Delta p}{H}}. \quad (10)$$

Данная модель не претендует на единственность и абсолютную точность, хотя и описывает пароизоляционные свойства исследуемых материалов с точностью, достаточной для того, чтобы сделать анализ и предсказать паропроницаемость для различных комбинаций начальных параметров и заводских условий производства.

**Проведение расчётов и анализ полученных данных.** Исходные данные принимаются согласно характеристикам типового нетканого иглопробивного полотна: плотность полипропилена  $900 \text{ кг/м}^3$ , радиус волокон  $10 \text{ мкм}$ , радиус игл  $250 \text{ мкм}$ . Для удобства теоретических вычислений принимаем площадь образцов  $S=1 \text{ м}^2$ . Относительная влажность  $50\%$ . Температура  $20^\circ\text{C}$ . Согласно этим исходным данным были проведены теоретические расчёты сопротивления паропроницаемости для целого ряда образцов различной поверхностной плотности ( $\sigma = 100\text{--}500 \text{ г/м}^2$ ), каждому из которых соответствовала определённая степень иглопробивки и толщина ( $1\text{--}5 \text{ мм}$ ). Результаты расчетов приведены на графике (рис. 2), на основании которого можно провести теоретический качественный анализ зави-

симости сопротивления паропроницаемости нетканого иглопробивного материала от его структурных характеристик.

Исследуя эту зависимость, можно заметить, что сопротивление паропроницаемости образцов увеличивается незначительно в зависимости от поверхностной плотности, как могло бы показаться на первый взгляд. Всё дело в увеличении толщины образцов, которое позволяет удерживать степень упаковки волокон  $\alpha$ , а следовательно, и пористость, в определённом небольшом интервале значений, но не достаточным для того, чтобы компенсировать увеличение поверхностной плотности. Таким образом, паропроницаемость самого толстого и самого тонкого образца по значению различаются не более чем на  $24\%$ .

Полученные результаты могут быть объяснены следующим образом: диффузии водяного пара препятствует волокнистая пористая структура нетканого полотна. Чем плотнее расположены друг к другу волокна, тем меньше пара продиффундирует сквозь материал. Следовательно, если увеличивается поверхностная плотность полотна ( $100\text{--}500 \text{ г/м}^2$ ), то и количество волокон на единицу объёма так же увеличивается, и плотность упаковки возрастает, что препятствует диффузии пара. Но в то же время, с увеличением поверхностной плотности увеличивается и заданная толщина образца соответственно ( $1\text{--}5 \text{ мм}$ ), что влечёт за собой увеличение объёма («растягивание») материала, увеличивая расстояния между волокнами. Учитывая это, пористость структуры полотна увеличивается, и сопротивление диффузии становится меньше, хотя и недостаточно, чтобы этим уравновесить уменьшение диффузии из-за поверхностной плотности, и общее сопротивление паропроницаемости материала растёт, причём тем сильнее, чем больше поверхностная плотность.

Для верификации теоретических расчётов по предложенной модели были проведены лабораторные испытания образцов паропроницаемого полипропиленового нетканого иглопробивного полотна. Оптимальным для условий испытаний и наиболее сбалансированным, учитывая точность и простоту измерений, стал метод стационарного потока пара, «сухой метод» по СТБ 12572-2008 [1]. Согласно этому СТБ были отобраны и подготовлены по три образца каждой поверхностной плотности от  $100$  до  $500 \text{ г/м}^2$  с шагом  $10 \text{ г/м}^2$ .

Метод основан на измерении массы продиффундировавшего пара сквозь материал за единицу времени при стационарном потоке водяного пара сквозь образец. Это достигается путём поддержания постоянной влажности в камере для исследований и нулевой влажности под образцом.

Образец устанавливают на испытательный сосуд, в котором находится влагопоглотитель (хлорид кальция, перхлорат магния). Затем испытательный сосуд с образцом устанавливают в испытательную камеру, в которой можно поддерживать необходимые значения температуры и относительной влажности воздуха, в частности, для «сухого метода» в камере поддерживается пониженная влажность  $50\%$ . При разнице парциальных давлений водяного пара в испытательном сосуде и испытательной камере возникает поток водяного пара, который проходит через испытываемый образец. Для определения плотности потока водяного пара в стационарных условиях сосуд с испытываемым образцом периодически взвешивают.

По результатам испытаний получают данные о массе при взвешивании, времени между взвешиваниями, температуре, влажности, площади и толщине образцов, используя формулы, приведённые в СТБ 12572-2008, вычисляют сопротивление паропроницаемости.

После проведения лабораторных испытаний по вышеописанному методу мы получили экспериментальные данные о сопротивлении паропроницаемости исследуемого материала, которое растёт так же незначительно, как и при теоретических вычислениях. Результаты приведены на совмещённом графике (рис. 2).

При сравнении теоретических и практических расчётов получены зависимости, близкие по своему характеру. Это вполне приемлемо и подтверждает теоретические прогнозы с достаточной точностью. А небольшая разбежка в численном значении сопротивления паропроницаемости свидетельствует о том, что математическая модель – это всего лишь приближение теоретических прогнозов к реальным условиям.

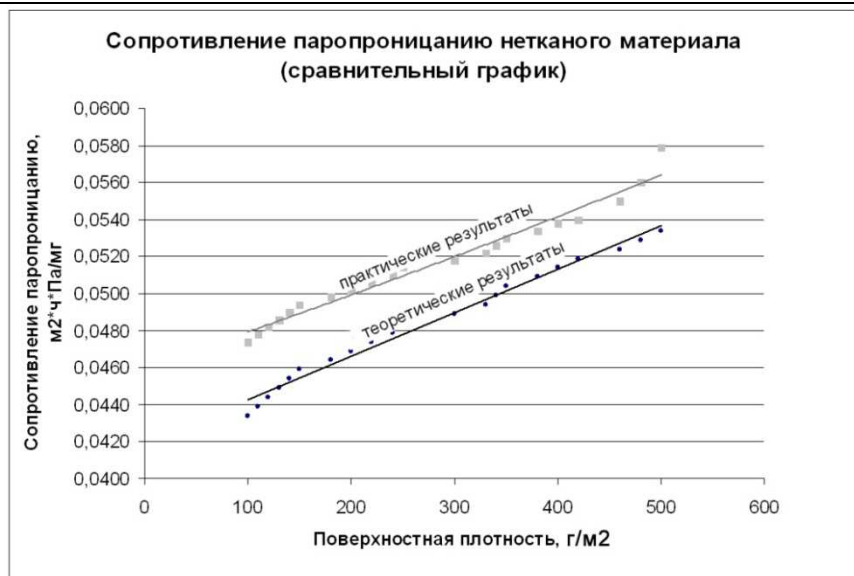


Рис. 2

### Заключение

1. Разработана математическая модель, которая в полной мере описывает процесс паропрооницания сквозь нетканое иглопробивное полотно и позволяет провести расчёты с точностью, достаточной для прогнозирования основных пароизоляционных свойств исследуемых материалов.
2. Анализируя полученные практические и теоретические результаты, можно сделать вывод, что увеличение поверхностной плотности незначительно влияет на паропрооницаемые свойства материала. Можно увеличивать поверхностную плотность с небольшим уменьшением паропрооницания. Следовательно, при производстве доминирующими будут другие свойства материалов: водоупорность, прочность, воздухопроницаемость и т.д.
3. Как видно из графика практических результатов, сопротивление паропрооницаемости резко возрастает при значениях поверхностной плотности, близких к 500 г/м². Поэтому данная модель рекомендована к использованию для расчётов в пределах интервала 100–500 г/м².

Если углубляться в микро- и макропроцессы, происходящие при проникновении пара сквозь нетканые материалы, то можно установить ещё более точные значения коэффициентов и параметров, позволяющие ещё точнее предсказывать свойства исследуемых образцов.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. СТБ 12572-2008 Теплотехнические свойства строительных материалов и изделий.
2. Кикоин, А.К. Молекулярная физика / А.К. Кикоин, И.К. Кикоин. – М.: Наука, 1976. – С. 145–147.
3. Саттерфилд, Ч.Н. Массопередача в гетерогенном катализе. – М.: Химия, 1976. – 240 с.
4. Рудобашта, С.П. Расчёт коэффициента извилистости и фактора формы пор при диффузии в однородно-пористых материалах / С.П. Рудобашта, Ю.А. Тепляков // Пром. теплотехника. – 1987. – Т. 9. – № 1. – С. 61.
5. Строительная теплотехника: ТКП 45-2.04-43-2006.
6. Рудобашта, С.П. Расчёт коэффициента извилистости и фактора формы пор при диффузии в однородно-пористых материалах / С.П. Рудобашта, Ю.А. Тепляков // Пром. теплотехника. – 1987. – Т. 9. – № 1. – С. 64.
7. Новый справочник химика и технолога. Электродные процессы. Химическая кинетика и диффузия. Коллоидная химия / Р.Ш. Абиев [и др.]; под ред. С.А. Симанова. – СПб: Проффессионал, 2004. – 838 с.

Материал поступил в редакцию 18.04.11

### LUKYANENKA A. The mathematical model for calculating vapor barrier properties of nonwoven needle-punched materials

This article describes a mathematical model of water vapor to the theoretical calculations and prediction of vapor barrier properties of needle-punched non-woven materials, methods of laboratory testing. We derive the basic formulas and generalized physical laws that describe the process of water vapor at the molecular level. Provides data of experimental studies, carried out the comparison and analysis of theoretical and experimental results.

УДК 539.3

Ван Чживэй, Босяков С.М.

## ВЛИЯНИЕ УГЛА НАМОТКИ СТЕКЛОВОЛОКНА НА ПАРАМЕТРИЧЕСКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КОНСТРУКТИВНО АНИЗОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК

**Введение.** Вопросы динамической потери устойчивости анизотропных армированных оболочек из стекловолокна под действием вибрационных нагрузок обсуждались в работе [1]. В частности, для

случая, когда направление намотки стекловолокна совпадает с основными направлениями упругости ортотропного материала, получены выражения для критического значения осевой нагрузки и

**Босяков Сергей Михайлович**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета.

**Ван Чживэй**, аспирант кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета. Беларусь, БГУ, 220050, г. Минск, проспект Независимости, 4.