УДК 519.2

Б.В. АСАЕНОК, И.Н. МЕЛЬНИКОВА
Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Смочим водой кусочек плоского стекла и капнем в воду капельку чернил. Окрашенные частицы чернил немедленно включатся в «водяную феерию» — хаотический, никогда не кончающийся танец молекул. Соударяясь, они причудливо меняют направление своего пути.

Аналогично ведут себя пылинки, что каждый из нас не раз наблюдал в полоске солнечного света.

Такую суматоху твердых частиц-малюток в жидкой или газовой среде назвали *броуновским движением* в память о человеке, кто первым почти 150 лет тому назад, разглядывая под микроскопом суспензию цветочной пыльцы в воде, обнаружил этот феномен природы. Имя исследователя — Роберт Броун (1773—1858). Удивленный неожиданным зрелищем, Броун первоначально предположил даже, что частицы пыльцы — живые существа. Дальнейшие эксперименты гипотезу не подтвердили, но послужили исходной опорной позицией для разработки кинетической теории газов и теории диффузии растворенных в жидкости веществ и взвешенных частиц.

Рассмотрим чернильную каплю на смоченном водой стекле. И здесь без специальной оптики не можем мы увидеть сложные узоры траектории отдельно взятой окрашенной частицы, тем более — предвидеть, предсказать возможные изгибы, пируэты ее беспорядочного танца. Они сложны, случайны. Но вспомним о вероятностной модели случайного блуждания – наборе случайных чисел. По условию блуждание чернильных частиц происходит в тонком слое воды, т. е. как бы на плоскости. Поэтому, ограничиваясь лишь иллюстративной целью, поступим следующим образом.

1) Обратимся к таблице цифр, каждая из которых была «выдана» специальным устройством, обеспечивающим для всех цифр, насколько возможно, равные права на случайное появление. В небольшой выписке из такой таблицы мы расположили цифры парами.

3	1	3	8	9	2	6	5	6	1	6	8	5	1	4	7	6	3
3	**0**	**8**	**1**	**5**	**8**	**9**	**5**	**7**	**6**	**6**	**4**	**2**	**7**	**5**	**8**	**8**	**4**
8	4	2	8	4	9	0	9	6	5	6	2	7	2	8	6	6	6

2	6	5	9	6	2	6	4	7	6	0	5	2	6	5	9	3	3
7	0	6	2	4	0	9	0	8	4	0	4	4	5	3	1	5	5
3	7	3	3	6	5	6	8	6	7	2	2	7	6	7	3	8	4
4	4	7	0	7	0	0	2	6	3	9	1	4	2	3	1	3	8

Выберем в этой выписке наугад две-три строки. Пусть это будут строки № 3, 4, 6.

2) Вычтем 5 из чисел каждой пары (чтобы иметь и отрицательные числа), получим:

«код» третьей строки: (1; 3), (–3; –1), (4; –1), (4; 3), (4; –1), (–3; 4), (0; –5), (–4; 4), (–2; 1), (4; 0), (–5; 1), (0; –3), (–3; 2), (1; –3), (–3; 3), (2; 1), (–4; 1), (0;1)
«код» четвёртой строки: (–4; –3), (0; 1), (3; 0), (4; 4), (–3; 1), (–4; -3), (4;1), (4; –1), (–2; 2), (–4; 1), (4; –5), (3; 0), (3; –3), (1; 1), (–2; 0), (0; 4), (3; –2), (3; –2)
«код» шестой строки: (–5; –2), (–1; 2), (–1; –2), (2; –2), (3; 1), (2; 0), (–2;1), (–2; 3), (–3; 1), (–3; 2), (–1; –3), (1; –3), (–2; 2), (3; 1), (4; 2), (0; –2), (–1; 3), (3;–1)

3) Будем считать, что теперь каждая строка имитирует в плоской системе координат траекторию каждой отдельной частицы, а каждое звено траектории будем изображать отрезком.

Поместим первую частицу в точку (0; 0). Первая пара (1, 3) говорит о перемещении частицы на 1 единицу масштаба вправо и на 3 единицы

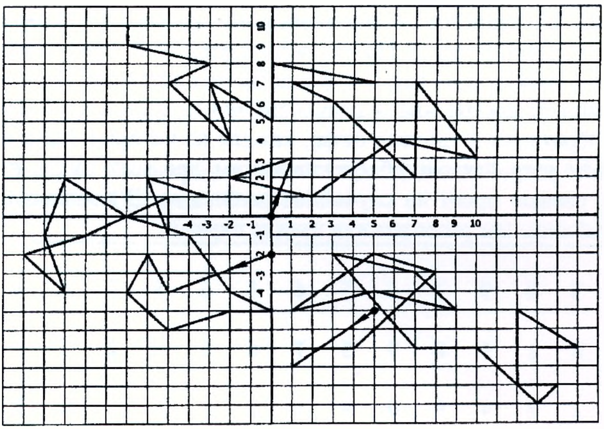

Рисунок 1

вверх, т. е. в точку с координатами (1; 3). Вторая пара той же строчки (–3; –1) предписывает частице переместиться из точки (1; 3) на 3 единицы масштаба влево и на 1 единицу вниз, т. е. в точку с координатами (–2; 2) и т.д. (рисунок 1).

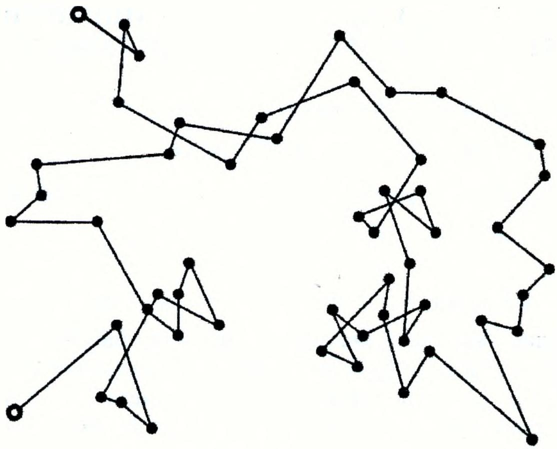

Рисунок 2

Начальные точки маршрутов второй и третьей частиц выбираем произвольно где-то вблизи друг от друга (как в реальной капле чернил) и далее действуем по той же схеме.

Несмотря на то что мы привлекали допущения, упрощающие реальную картину, получившаяся математическая вероятностная модель броуновского движения вполне приемлемо отображает случайность в блуждании взвешенных частиц.

Для сопоставления рассмотрим (рисунок 2), какие пируэты совершала в воде реальная частица гуммигута (опыт Перрена).

Черные точки, соединенные отрезками, — это последовательность пунктов, в которых действительно находилась частица гуммигута с промежутками в 30 секунд.

В статье была сделана попытка развития математической модели, которая обязана своим происхождением хорошо известному физическому процессу броуновского движения, совершаемого взвешенной в жидкости частицей под воздействием хаотических столкновений с молекулами, предполагая, что в начальный момент $t = 0$ броуновская частица находилась в начале координат.