

Литература

1. Флетчер К. *Вычислительные методы в динамике жидкостей*. Т. 2. М.: Мир, 1991.
2. Chuiko M., Lapanik A. *Incompressible fluid flow computation in arbitrary two-dimensional region on nonstaggered grids* // Comput. Meth. Appl. Math. 2005. № 3. P. 242–258.
3. Schneider G., Zedan M. *A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problem* // Numer. Heat Transf. 1981. V. 4. P. 1–19.

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТОЧНЫМИ И ПРИБЛИЖЕННЫМИ РЕШЕНИЯМИ МОДЕЛИ ХЕМОСТАТА, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ПОПУЛЯЦИОННУЮ ДИНАМИКУ БАКТЕРИАЛЬНЫХ ПЛАЗМИД

Е.Н. Швычкина

Для моделирования непрерывного процесса культивирования генномодифицированных микроорганизмов применим методы, рассмотренные в работах [1, 2]. Для описания динамики нестабильных штаммов микроорганизмов наиболее продуктивное развитие получила модель, разработанная и проанализированная Ф. Стюартом и Б. Левиным [1]:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= (s_0 - s(t))D - \frac{(1 - \rho)m_2x_1(t)s(t)}{a_2 + s(t)} - \frac{m_2x_2(t)s(t)}{a_2 + s(t)}, \\ \frac{dx_1}{dt} &= \left(\frac{m_2(1 - \rho)(1 - q)s(t)}{a_2 + s(t)} - D \right) x_1(t), \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{m_2s(t)(q(1 - \rho)x_1(t) + x_2(t))}{a_2 + s(t)} - Dx_2(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $s(t)$ – плотность питательного субстрата, $x_1(t)$, $x_2(t)$ – соответственно плотности плазмидосодержащего и бесплазмидного микроорганизмов в момент времени t . Входящие в систему (1) параметры m_2 , a_2 , ρ , q , D носят биологический характер [1, 2]. В работе [2] при $t \rightarrow \infty$ было найдено аналитическое двухпараметрическое семейство решений системы (1).

В данной работе проведен численный анализ решений модели хемостата (1) на предмет лучшего приближения к точному аналитическому решению, найденному с использованием асимптотических методов и равных значениях постоянных Михаэлиса–Ментен. Пусть заданы следующие значения параметров и начальных условий

$$D = 2, \quad q = \frac{1}{5}, \quad a_2 = \frac{1}{5}, \quad s_0 = \frac{1}{2}, \quad \rho = \frac{3}{8}, \quad x_{10} = 1, \quad x_{20} = 1. \quad (2)$$

На рисунке построено численное решение (пунктирная линия) задачи Коши (1), (2). Там же это решение совмещено с аналитическим решением (сплошная линия) [3]. При этом отмечена точка с координатами, через которую проходят оба графика функции $(15, 1.49 \times 10^{-7})$. Таким образом можно заключить, что на промежутке $t > 15$, для исследования характера поведения функции $x_2(t)$, можно использовать вместо численного решения, точное аналитическое.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф17М-124).

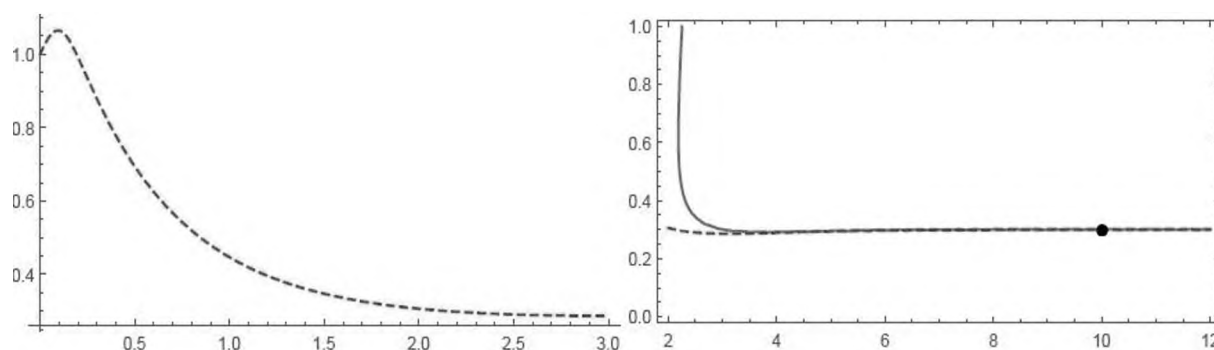


Рисунок. Графики функции $x_2(t)$, найденные при помощи численных методов (пунктирная линия) и аналитического метода (сплошная линия).

Литература

1. Levin B. R., Stewart B. R. *The Population Biology of Bacterial Plasmids: a priori Conditions for the Existence of Mobilizable Nonconjugative Factors* // Genetics. 1980. V. 94. № 2. P. 425–443.
2. Chichurin A., Shvychkina A. *Simulating the Population Dynamics of the Bacterial Plasmids with the Equal Half-Saturation Constants* // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. 2015. V. 5. P. 55–62.
3. Чичурин А. В., Швычкина Е. Н. *Класс аналитических решений системы, описывающей популяционную динамику бактериальных плазмид и его визуализация* // Математика. Інформаційні технології. Освіта: зб. ст. конф. «Математика. Інформаційні технології. Освіта», Луцьк, 7 червня 2016 р. Східноєвропейський нац. ун-т ім. Лесі Українки. Луцьк, 2016. № 3201 (6). С. 152–160.

ЭКРАНИРОВАНИЕ ПОЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ ТОНКОЙ НЕЗАМКНУТОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ В ПРИСУТСТВИИ ТОРА

Г. Ч. Шушкевич

Пусть в неограниченном однородном и изотропном пространстве \mathbb{R}^3 на расстоянии h друг от друга находятся идеально тонкая незамкнутая сферическая оболочка S и идеально проводящее тело D , ограниченное тороидальной поверхностью T с расстоянием R от центра образующей окружности до оси вращения Oz_1 и с радиусом r образующей окружности, $R > r$. Оболочка S расположена на поверхности сферы S_1 радиуса a с центром в точке O . Сфера S_1 и тороидальная поверхность T имеют общую ось вращения. Область пространства, ограниченную поверхностью сферы S_1 , обозначим через D_0 , тогда область $D_1 = \mathbb{R}^3 \setminus (D_0 \cup S_1 \cup D \cup T)$. В точке O расположен источник электростатического поля – электростатический диполь, момент которого направлен вдоль оси Oz .

Для решения задачи с точкой O свяжем сферические координаты, а с точкой O_1 – тороидальные координаты [1]. Тогда поверхности S и T будут описываться следующим образом:

$$S = \{r = a, \theta_0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi \leq 2\pi\},$$

$$T = \{\alpha = \alpha_0 = \ln(R/r + \sqrt{(R/r)^2 - 1}), -\pi \leq \beta \leq \pi, 0 \leq \phi \leq 2\pi\}.$$

Обозначим через U_d потенциал электростатического поля диполя, через U_j – потенциал вторичного электростатического поля в области D_j , $j = 0, 1$.