$$g^-(z) = \sum_{z_k \in S} \sum_{j=1}^{n_k} \frac{B_{kj}^-}{(z-z_k)^j} + \sum_{\eta_k \in S_g \setminus S} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{\widetilde{C}_{ij}^-}{(z-\eta_k)^j} + \sum_{k=1}^{s^-} \sum_{j=1}^{l_k^-} \frac{\widetilde{D}_{kj}^-}{(z-\mu_k)^j}, \quad \operatorname{Im} \mu_k > 0.$$

Тогда произведение рациональных мнемофункций $R_a(f)R_a(g)$ *ассоциировано с некоторым распределением тогда и только тогда, когда для каждого* k, $1 \leqslant k \leqslant m$, *существуют числа* t_k, *что для коэффициентов справедливы соотношения*

$$B_{kj}^+ = t_k A_{kj}^+, \quad B_{kj}^- = -t_k A_{kj}^-.$$

Литература

1. Антоневич А. Б., Шагова Т. Г., Шкадинская Е. В. *Алгебра мнемофункций на окружности* // Проблемы физики, математики и техники. 2018. № 3 (36). С. 55–62.

2. Антоневич А. Б., Шагова Т. Г. *Вложение распределений в алгебру мнемофункций на окружности* // Проблемы физики, математики и техники. 2018. № 4 (37). С. 52–61.

3. Бремерман Г. *Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье*. М.: Мир, 1965.

МНОГОМЕРНЫЕ НЕАВТОНОМНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.И. Жук

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t)) \dot{L}^j(t), \quad i = \overline{1,p}, \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$ – некоторые функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \ldots, x^p(t)]$, а $L^i(t)$, $i = \overline{1,q}$, – функции ограниченной вариации на отрезке T. Без ограничения общности будем считать, что функции $L^i(t)$, $i = \overline{1,q}$, непрерывны справа, $L^i(0) = L^i(0^-) = 0$ и $L^i(a^-) = L^i(a)$, $i = \overline{1,q}$.

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t+h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t, x_n(t)) [L_n^j(t+h_n) - L_n^j(t)], \quad i = \overline{1,p}, \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)} = x_{n0}(t)$. Здесь $L_n^j(t) = (L^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/\gamma^j(n)} L^j(t+s) \times$ $\times\, \rho_n^j(s)\, ds$, где $\rho_n^j(t) = \gamma^j(n) \rho^j(\gamma^j(n) t)$, для $j = \overline{1,b}$ $\gamma^j(n) h_n \to \infty$, а для $j = \overline{b+1,q}$ $\gamma^j(n) h_n \to 0$, $\rho^j \geqslant 0$, $\operatorname{supp} \rho^j \subseteq [0,1]$, $\int_0^1 \rho^j(s)\, ds = 1$, а $f_n = f * \widetilde{\rho}_n$, $\widetilde{\rho}_n(x_0, x_1, \ldots, x_p) =$ $= n^p \widetilde{\rho}(n x_0, n x_1, \ldots, n x_p)$, $\widetilde{\rho} \in C^\infty(\mathbb{R}^{p+1})$, $\widetilde{\rho} \geqslant 0$, $\int_{[0;1]^{p+1}} \widetilde{\rho}(x_0, x_1, \ldots, x_p)\, dx_0\, dx_1 \ldots dx_p =$ $= 1$, $\operatorname{supp} \widetilde{\rho} \subset [0;1]^{p+1}$.

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^{q} \int_0^t f^{ij}(s, x(s))\, dL^{jc}(s) + \sum_{\mu_r \leqslant t} S^i(\mu_r, x(\mu_r^-), \Delta L(\mu_r)), \quad i = \overline{1,p}, \tag{3}$$

где $L^{jc}(t)$ – непрерывная, а $L^{jd}(t)$ – разрывная составляющая функции $L^j(t)$, μ_r^j, $r = 1, 2, \ldots,$ – точки разрыва функции $L^j(t)$, $\Delta L^j(\mu_r) = L^{jd}(\mu_r^+) - L^{jd}(\mu_r^-)$ – величина скачка, $S^i(\mu, x, u) = \varphi^i(1, \mu, x, u) - \varphi^i(0, \mu, x, u)$, а $\varphi^i(t, \mu, x, u)$ находится из уравнения

$$\varphi^i(t,\mu,x,u) = x^i + \sum_{j=1}^{b} u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s^-, \mu, x, u))\, dH(s-1) + \sum_{j=b+1}^{q} u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s, \mu, x, u))\, ds,$$

в котором $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$.

Теорема. *Пусть* f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$, *удовлетворяют условию Липшица и ограничены.* $L^j(t)$ $j = \overline{1,b}$ *– непрерывные справа функции ограниченной вариации. Тогда при* $n \to \infty$, $h_n \to 0$, $\gamma^j(n) \to \infty$ *так, что для* $j = \overline{1,b}$ $\gamma^j(n)h_n \to \infty$, *и для* $j = \overline{b+1,q}$ $\gamma^j(n)h_n \to 0$, *решение* $x_n(t)$ *задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) в* $L^p(T)$, *если* $\int |x_{n0}(\tau_t) - x_0|^p\, dt \to 0$.

Аналогичная теорема в пространстве $L^1(T)$ была получена в [1].

Литература

1. Жук А. И., Яблонский О. Л. *Неавтономные системы дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами в алгебре обобщенных функций* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57. № 6. С. 20–23.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАРКОВА – СТИЛТЬЕСА МЕР И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К ТЕОРИИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

А.Р. Миротин, И.С. Ковалёва

Одной из задач теории обработки сигналов является задача построения фильтров с заданными свойствами. Целью данной работы является рассмотрение фильтров с частотными характеристиками, являющимися функциями типа Маркова–Стилтьеса. Данные фильтры могут хорошо аппроксимироваться фильтрами с рациональными системными функциями(см., например, [1–3]), которые хорошо изучены и представляют большой практический интерес (см., например, [4, 5]).

Определение [6, гл. 6]. Преобразованием Маркова–Стилтьеса меры $\mu \in M^b([0,1], \mathbb{C})$ называется функция, задаваемая при $z \in \mathbb{C} \setminus [1, +\infty)$ соотношением

$$S\mu(z) = \int_0^1 \frac{d\mu(t)}{1 - tz}. \tag{1}$$

При $z \in [1, +\infty)$ интеграл в правой части (1) понимается как предел

$$S\mu(z) = \lim_{\varepsilon \to +0} \int_{[0,1] \bigcap \{|t - 1/z| > \varepsilon\}} \frac{d\mu(t)}{1 - tz}.$$

Пусть $Dx(k) = x(k-1)$ – оператор сдвига в $\ell^2(\mathbb{Z})$. Рассмотрим оператор

$$F(D) := \sum_{n=0}^{\infty} h(n) D^n,$$

определенный первоначально на финитных слева последовательностях из $\ell^2(\mathbb{Z})$.