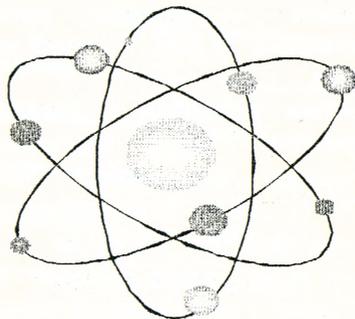


Министерство образования Республики Беларусь  
Брестский политехнический институт  
Кафедра физики

Лаборатория радиационной безопасности



Радиоактивный распад  
(комплексный расчет)

Лабораторная работа Р-2  
(Модуль 2)

Брест 1998

УДК 53 + 614.876 (075.8)

Методические указания по выполнению лабораторной работы Р-2 (Модуль 2) "РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД. КОМПЛЕКСНЫЙ РАСЧЕТ". Брест БПИ, 1998.

В методических указаниях приведено описание лабораторной работы Р-2 "Радиоактивный распад. Комплексный расчет", в которой изучаются основные закономерности радиоактивного распада ядер, методы обработки экспериментальных данных и способ оценки радиационной загрязненности местности.

Лабораторная работа составлена в соответствии с временной программой по дисциплине "Защита населения в чрезвычайных ситуациях и экологическая безопасность", утвержденной Советом института (Протокол №8 от 2.07.96) на основании приказа Министерства образования Республики Беларусь №226 от 14.09.90 "О введении обязательного курса по радиационной экологии" и предназначена для студентов всех специальностей технического и экономического профилей БПИ.

Под общей редакцией

Авторы: А.А. Гл  
доцент, Н.И. Чог

Автор прикладной  
программист.

Рецензент: М.И  
квалификации ру

вич ,

энер-

ления

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Р-2 (Модуль 2)

### РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД (Комплексный расчет)

Методические указания

#### Введение

Последствия аварии на Чернобыльской АЭС еще долгие годы будут сказываться на состоянии здоровья населения Республики Беларусь, на ее экономике. Поэтому необходимо, чтобы вы, как будущие инженеры и организаторы производства, имели четкое представление о степени радиационной опасности и о процессах, происходящих при радиоактивном распаде ядер. Основой безопасной жизнедеятельности в настоящее время является жесткий контроль удельной активности продуктов питания, технологических и строительных материалов, а также поверхностной активности радионуклидов в загрязненных районах республики. Целью данной работы является изучение основных закономерностей радиоактивного распада ядер и изучение методов обработки экспериментальных данных, а также способа оценки загрязненности местности по измерениям удельной активности.

#### Выбор параметров задачи

Для выполнения работы прежде всего необходимо сформировать собственную таблицу исходных данных, которая представляет собой результаты измерения относительной удельной активности  $A^{по}/A_0^{ис}$  пробы грунта через равные промежутки времени  $t_0$  (таблицы 0÷4). Численные значения  $t_0$  и  $A_0^{ис}$  заданы в таблице А.

Выберите в первой колонке таблицы А заданный преподавателем номер условия и выпишите из второй колонки соответствующее ему значение начальной удельной активности  $A_0^{ис}$ , подставив вместо коэффициента  $k$  заданный номер таблицы. Значение промежутка времени  $t_0$  указано на пересечении номера условия и номера таблицы. Для формирования собственной таблицы исходных данных подставьте выбранное значение  $t_0$  в нижнюю строчку заданной преподавателем таблицы (табл. 0÷4).

Таблица А.

Но- мер усло- вия	Начальная удельная активность $A_0^{y_2}$ [Бк/кг]	$t_0$ [с]				
		Номер таблицы k				
		0	1	2	3	4
1	300+10·k	138.0	21.9	4.80	0.88	0.365
2	500+15·k	131.1	18.0	6.65	1.16	0.076
3	400+20·k	91.1	12.6	7.18	0.82	0.315
4	200+25·k	70.4	46.8	10.29	1.95	0.202
5	250+30·k	106.3	25.2	3.85	1.72	0.126
6	350+50·k	52.0	32.4	6.30	1.01	0.410
7	450+45·k	124.2	36.0	13.30	0.98	0.387
8	550+40·k	136.6	63.0	8.05	0.59	0.270
9	600+35·k	134.3	34.2	4.20	0.71	0.158
0	650+5·k	78.7	43.2	2.52	1.18	0.234

Таблица 0 .

$A^{y_2} / A_0^{y_2}$	1.00	0.85	0.75	0.62	0.53	0.45
t	0	$t_0$	$2 \cdot t_0$	$3 \cdot t_0$	$4 \cdot t_0$	$5 \cdot t_0$

Таблица 1 .

$A^{y_2} / A_0^{y_2}$	1.00	0.81	0.66	0.54	0.44	0.35
t	0	$t_0$	$2 \cdot t_0$	$3 \cdot t_0$	$4 \cdot t_0$	$5 \cdot t_0$

Таблица 2 .

$A^{y_2} / A_0^{y_2}$	1.00	0.79	0.62	0.48	0.38	0.30
t	0	$t_0$	$2 \cdot t_0$	$3 \cdot t_0$	$4 \cdot t_0$	$5 \cdot t_0$

Таблица 3 .

$A^{y_2} / A_0^{y_2}$	1.00	0.76	0.58	0.44	0.34	0.26
t	0	$t_0$	$2 \cdot t_0$	$3 \cdot t_0$	$4 \cdot t_0$	$5 \cdot t_0$

Таблица 4 .

$A^{y_2} / A_0^{y_2}$	1.00	0.73	0.54	0.39	0.29	0.21
t	0	$t_0$	$2 \cdot t_0$	$3 \cdot t_0$	$4 \cdot t_0$	$5 \cdot t_0$

Все дальнейшие расчеты будут проводиться с использованием данных сформированной Вами таблицы.

## УСЛОВИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ЗАДАЧИ

В грунте содержится радиоактивный изотоп  ${}^A_ZX$ , который распадаясь, превращается в стабильный изотоп  ${}^A_ZY$  с испусканием  $\beta$  частицы и выделением некоторого количества энергии  $Q$ . Используя результаты измерения относительной удельной активности пробы грунта через равные промежутки времени  $t_0$  (таблица исходных данных), выполните следующие задания:

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1.<sup>1</sup> Определение постоянной радиоактивного распада  $\lambda$  и периода полураспада  $T_{1/2}$  изотопа  ${}^A_ZX$ .

1.1. Теория, изложенная в приложении 1, предсказывает линейную зависимость между переменными  $y = \ln(A_0^{i0}/A^{i0})$  и  $t$ :

$$y = a \cdot t + b,$$

где коэффициент  $a = \lambda$ , а  $b$  имеет значение, близкое к нулю.

Располагая значениями относительной удельной активности  $A_i^{y0}/A_0^{y0}$  при разных  $t_i$ , где  $i$  - порядковый номер измерения, вычислите  $y_i = \ln(A_0^{i0}/A^{i0})$  и, используя метод наименьших квадратов (система уравнений (2.2)), найдите значения коэффициентов  $a$  и  $b$ .

1.2. Используя условие  $a = \lambda$ , определите постоянную радиоактивного распада  $\lambda$  в  $[c^{-1}]$  (см. Приложение 2) и по формуле (1.2) найдите период полураспада  $T_{1/2}$  изотопа  ${}^A_ZX$ .

Задание 2. Идентификация изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$ .

2.1. Пользуясь таблицей изотопов (стр. 16), по найденному Вами значению периода полураспада  $T_{1/2}$  определите изотоп  ${}^A_ZX$  и выпишите значение атомной массы этого изотопа.

2.2. Запишите схему его распада изотопа  ${}^A_ZX$  согласно типу распада (см. табл. изотопов) и определите значения  $Z$  и  $A$  изотопа  ${}^A_ZY$ . Запишите значение атомной массы изотопа  ${}^A_ZY$ .

<sup>1</sup> Примечание. Задания сформулированы кратко. Прежде чем приступить к выполнению того или иного задания необходимо ознакомиться с соответствующими приложениями.

Задание 3. Определение удельной энергии связи изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$ .

3.1. Как показано в приложении 4 масса ядра всегда меньше суммы масс составляющих его протонов и нейтронов на величину дефекта масс  $\Delta m$ . Рассчитайте по формуле (4.4) дефект масс для изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$ . Полученный результат выразите в единицах массы системы СИ.

3.2. Рассчитайте по формулам (4.3) и (4.5) энергии связи и удельные энергии связи ядер изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$  (в Дж). Сравните удельные энергии связи изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$  и сделайте выводы об их сравнительной устойчивости (см. приложение 4).

Задание 4. Определение временных характеристик радиоактивного распада.

4.1. Из теории, изложенной в приложении 3 следует, что энергетические соотношения при  $\beta^-$  и  $\beta^+$  распаде ядер выражаются разными формулами. Исходя из типа  $\beta$  распада изотопа  ${}^A_ZX$  найдите энергию, которая выделится в 1 кг грунта за время, равное периоду полураспада. В случае  $\beta^-$  распада расчет проводится по формулам (3.1), (3.5), а для  $\beta^+$  распада необходимо использовать формулы (3.1) и (3.8).

4.2. В приложении 1 показано, как зная постоянную радиоактивного распада  $\lambda$ , атомную массу  $m_{am}$  и начальную удельную активность  $A_0$ , можно рассчитать массу изотопа. Найдите по формулам (1.6 ÷ 1.8) массы изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$  в моменты времени, указанные в Вашей таблице исходных данных и постройте на одном графике зависимости масс изотопов  ${}^A_ZX$  и  ${}^A_ZY$  от времени.

4.3. Используя закон радиоактивного распада (1.4) определите какова будет удельная активность грунта по истечении времени  $t$ , равного  $5 \cdot T_{1/2}$ .

4.4. Используя формулу (2.1), найдите время, по истечении которого начальная удельная активность уменьшается в 10 раз.

Задание 5. Оценка загрязненности местности по результатам измерения удельной активности грунта.

5.1. Используя методику определения загрязненности местности, изложенную в приложении 5, найдите по формуле (5.1) загрязненность местности  $A_S$  в момент времени  $t=0$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Законы радиоактивного распада

### Характеристики атомного ядра

Атомные ядра состоят из протонов и нейтронов. Протон  $p$  имеет положительный электрический заряд, равный по абсолютной величине элементарному электрическому заряду  $e=1.602 \cdot 10^{-19}$  Кл. Нейтрон  $n$  не имеет электрического заряда. Число  $Z$ , равное количеству протонов в ядре или номеру химического элемента в периодической системе Д.И. Менделеева называется **зарядовым числом**. Суммарное число протонов  $Z$  и нейтронов  $N$  называется **массовым числом**  $A$ :

$$A = Z + N.$$

Используя эти обозначения, любой химический элемент можно записать в форме:



Изотопами называются ядра, имеющие одинаковое число  $Z$  протонов, и различное число  $(A-Z)$  нейтронов.

Радиоактивностью называется самопроизвольный распад атомных ядер некоторых химических элементов, который сопровождается изменением их атомного номера  $Z$  и массового числа  $A$ .

### Изменение числа радиоактивных ядер во времени

Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1.1)$$

где  $N_0$  - число ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени;  $N$  - число ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ ;  $\lambda$  - **постоянная радиоактивного распада**, которая измеряется в  $[c^{-1}]$  и пропорциональна доле ядер, распадающихся в единицу времени.

Для характеристики радиоактивных элементов вводится также понятие **периода полураспада**  $T_{1/2}$ . Периодом полураспада называется время, в течение которого распадается половина первоначального числа ядер.

Связь между периодом полураспада и постоянной радиоактивного распада дается выражением:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}. \quad (1.2)$$

Произведение  $A = \lambda \cdot N$  называется **активностью** данного радиоактивного элемента и представляет собой число распадов за единицу времени:

$$A = - \frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N. \quad (1.3)$$

Используя формулы (1.1) и (1.3), закон радиоактивного распада можно записать в следующем виде:

$$A = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1.4)$$

где  $A_0$  - активность образца в начальный момент времени,  $A$  - активность образца в момент времени  $t$ . Единицей измерения активности в системе СИ служит Беккерель (**Бк**): 1 Бк = 1 распад /с.

Внесистемной единицей измерения активности служит Кюри (**Ки**): 1 Ки равна числу распавшихся ядер, содержащихся в 1 г радия за 1 с. Поскольку в 1 г радия содержится  $3.7 \cdot 10^{10}$  атомов, то между этими единицами существует простая связь: 1 Ки =  $3.7 \cdot 10^{10}$  Бк.

Активность, отнесенная к единице массы вещества называется **удельной активностью**:

$$A_{уд} = A/m \quad (1.5)$$

и измеряется в Бк/кг или Ки/кг.

Зная постоянную радиоактивного распада  $\lambda$ , атомную массу  $m_{ам}$  и активность  $A$  радионуклида в заданный момент времени можно рассчитать его полную массу. Из уравнения (1.3) имеем:

$$N = A/\lambda, \quad (1.6)$$

тогда масса изотопа  ${}^A_Z X$   $M_X = m_{ам}^X \cdot N,$  (1.7)

а масса изотопа  ${}^A_Z Y$ :  $M_Y = m_{ам}^Y (1 - N).$  (1.8)

## **ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Определение неизвестного изотопа по периоду полураспада. Метод наименьших квадратов.**

Постоянная радиоактивного распада  $\lambda$  или период полураспада  $T_{1/2}$  являются своего рода изотопным паспортом химического элемента. Поэтому для определения неизвестного изотопа  $X$ , который содержится в исследуемой пробе грунта необходимо измерить через определенные промежутки времени её удельную активность и определить значение постоянной распада. Пример результатов таких измерений представлен в таблице 5.

Таблица 5. Данные экспериментального определения изменения относительной активности пробы грунта с течением времени.

$A^{y_2}/A_0^{y_2}$	1.00	0.73	0.54	0.39	0.29	0.21
t, [с]	0	0.076	0.152	0.228	0.304	0.380

Для более удобной обработки экспериментальных данных представим уравнение (1.4) в виде:

$$\frac{A_0}{A} = e^{\lambda \cdot t}$$

и прологарифмируем полученное выражение:

$$\ln \left( \frac{A_0}{A} \right) = \lambda \cdot t \quad (2.1)$$

Видно, что логарифм относительной активности является линейной функцией времени.

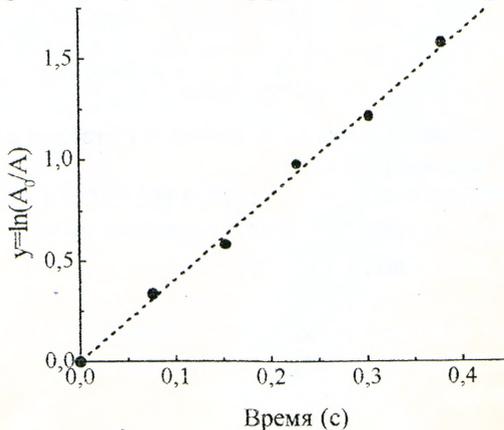
Преобразуем теперь таблицу 5 так, чтобы в верхней строчке стоял логарифм измеренной относительной активности:

Таблица 6. Изменение логарифма относительной активности пробы грунта с течением времени.

$\ln(A_0^{y_2}/A^{y_2})$	0	0.315	0.616	0.942	1.238	1.561
t, [с]	0	0.076	0.152	0.228	0.304	0.380

Для установления функциональной зависимости  $\ln(A_0/A) = f(t)$ , которой соответствуют экспериментальные данные, представим их на рис. 1, откладывая время t по горизонтали, а величину  $y = \ln(A_0/A)$  - по вертикали.

Рис. 1.



Из рис. 1 сразу видно, что искомая функциональная зависимость  $ln(A_0/A) = f(t)$ , отвечающая нашим экспериментально измеренным данным линейная. Задача, следовательно, состоит в том, чтобы провести по точкам рис. 1 прямую, наилучшим образом соответствующую этим точкам. Можно, конечно, это сделать графически - как проведена штриховая прямая на рис. 1, однако такое построение не дает полной уверенности, что прямая - наилучшая.

Одним из способов аналитического решения задачи о нахождении наилучшей прямой, соответствующей экспериментальным точкам, является **метод наименьших квадратов**. Идея метода состоит в следующем. Пусть уравнение искомой прямой  $y = a \cdot t + b$ , где  $a$  и  $b$  - постоянные, подлежащие определению. При каждом значении времени  $t_i$  ( $i = 0, 1..5$ ) найдем величину  $(a \cdot t_i + b - y_i)^2$ , представляющую квадрат разности между экспериментальным значением величины  $y_i$  и значением  $(a \cdot t_i + b)$ , вычисленным по формуле, выражающей ожидаемую линейную зависимость. Образум далее, сумму

$$S = \sum_{i=0}^{n=5} (a \cdot t_i + b - y_i)^2.$$

Прямая  $y = a \cdot t + b$  будет соответствовать экспериментальным точкам наилучшим образом, если мы найдем такие значения  $a$  и  $b$ , при которых достигается минимум суммы  $S$ . Условия минимума имеют вид:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0;$$

что дает систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n=5} t_i \cdot (a \cdot t_i + b - y_i) = 0 \\ \sum_{i=0}^{n=5} (a \cdot t_i + b - y_i) = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Подставляя численные значения из таблицы 6, получим два уравнения с двумя неизвестными  $a$  и  $b$ :

$$0.076 \cdot (0.076 \cdot a + b - 0.315) + 0.152 \cdot (0.152 \cdot a + b - 0.616) + \\ 0.228 \cdot (0.228 \cdot a + b - 0.942) + 0.304 \cdot (0.304 \cdot a + b - 1.238) + \\ 0.380 \cdot (0.380 \cdot a + b - 1.561) = 0;$$

$$b + (0.076 \cdot a + b - 0.315) + (0.152 \cdot a + b - 0.616) + \\ (0.228 \cdot a + b - 0.942) + (0.304 \cdot a + b - 1.238) + \\ (0.380 \cdot a + b - 1.561) = 0.$$

Решая систему, получим :  $a = 4.098$ ;  $b = 0$ ;

Таким образом, искомая зависимость  $\ln(A_0/A) = f(t)$  имеет вид:

$$\ln(A_0/A) = 4.098 \cdot t.$$

Сравнивая полученную зависимость с уравнением (2.1), находим постоянную радиоактивного распада :

$$\lambda = 4.098 \text{ c}^{-1} \quad (2.3)$$

и, согласно формуле (1.2), период полураспада:

$$T_{1/2} = 0.17 \text{ c}.$$

Используя таблицу изотопов (см. стр.16), определим теперь химический элемент, соответствующий данному периоду полураспада:



В таблице изотопов указано также, что масса атома данного элемента  $m_{\text{ат}} = 9.026800$  а.е.м., и он распадается с испусканием  $\beta^-$ -частицы.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Характеристики $\beta$ распада ядер.

#### Виды радиоактивного распада с испусканием $\beta$ -частиц

Ядра с числом протонов меньше числа нейтронов распадаются с испусканием отрицательно заряженной  $\beta^-$  частицы (электрона), а ядра с числом протонов больше числа нейтронов распадаются с испусканием положительно заряженной  $\beta^+$  частицы (позитрона). Положительный заряд позитрона равен заряду электрона, а его масса равна массе электрона. Поэтому позитрон представляет собой античастицу по отношению к электрону.

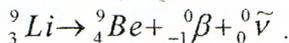
В зависимости от схемы  $\beta$ -распада возможно испускание нейтрино ( $\nu$ ) или антинейтрино ( $\bar{\nu}$ ). Нейтрино представляет собой нейтральную частицу с ничтожно малой массой. Чтобы отметить ее отличие от нейтрона и отсутствие электрического заряда, нейтрино принято обозначать  ${}^0_0\nu$ . Обозначение антинейтрино:  ${}^0_0\bar{\nu}$ .

Если  ${}^A_Z X$  ядро, претерпевающее распад, а  ${}^A_Z Y$  - вновь образовавшееся ядро, то схемы  $\beta$ -распада можно записать следующим образом.

При  $\beta^-$  распаде:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1}\beta + {}^0_0\bar{\nu}$  образуется ядро с тем же массовым числом, но с увеличенным на единицу атомным номером. Чтобы подчеркнуть сохранение заряда и числа нуклонов, мы приписали  $\beta^-$  частице (электрону) зарядовое число  $Z = -1$  и массовое число  $A = 0$ .

При  $\beta^+$ -распаде:  ${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z-1}^A Y + {}_{+1}^0 \beta + {}_0^0 \nu$  новое ядро имеет атомный номер на единицу меньше.

Таким образом, зная схему распада ядра и используя данные таблицы изотопов, можно определить элемент, образовавшийся после распада:



### Энергетические соотношения при $\beta$ -распаде

Известно, что при распаде ядер выделяется энергия, которую можно найти зная количество ядер  $N'$ , распавшихся за время  $t$ :  $N' = N_0 - N$  (см. уравнение (1.1)):

$$Q = N' \cdot Q_1(\beta), \quad (3.1)$$

где  $Q_1(\beta)$  - энергия, выделившаяся при распаде 1 ядра.

Для того, чтобы найти величину  $Q_1(\beta)$ , рассмотрим условия распада для  $\beta^-$  и  $\beta^+$  распадов, не учитывая массу нейтрино, поскольку она почти равна нулю.

а) **Электронный распад.**  $\beta^-$  распад возможен лишь при соблюдении неравенства:

$${}_Z m_a^A > {}_{Z+1} m_a^A + m_e, \quad (3.2)$$

где  ${}_Z m_a^A$  - масса начального,  ${}_{Z+1} m_a^A$  - масса конечного ядра атомов, лишенных электронных оболочек.

Перепишем это условие для полных масс атомов вместе с электронными оболочками, так как в таблице изотопов приведены именно их значения. Поскольку

$${}_Z m_a = {}_Z m_{am} - m_e \quad \text{и} \quad {}_{Z+1} m_a = {}_{Z+1} m_{am} - m_e, \quad (3.3)$$

то

$${}_Z m_{am} > {}_{Z+1} m_{am}, \quad (3.4)$$

т.е.  $\beta^-$  распад возможен, если предыдущий изотоп тяжелее своего соседа (по таблице Менделеева) справа.

Разница масс исходного и конечного атомов должна переходить в кинетическую энергию электрона и нейтрино, согласно уравнению Эйнштейна  $E = m \cdot c^2$ :

$$Q_1(\beta^-) = {}_Z m_{am} \cdot c^2 - {}_{Z+1} m_{am} \cdot c^2, \quad (3.5) \quad 5)$$

где скорость света  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с.

б) **Позитронный распад.** Энергетическое условие для спонтанного  $\beta^+$  распада запишется через массы ядер:

$${}_Z m_a^A > {}_{Z-1} m_a^A + m_e \quad (3.6)$$

или через массы атомов:

$${}_Z m_{am} > {}_{Z-1} m_{am} + 2 \cdot m_e. \quad (3.7)$$

Выделяющаяся в этом случае энергия равна:

$$Q_1(\beta^+) = {}_Z m_{am} \cdot c^2 - {}_{Z-1} m_{am} \cdot c^2 - 2 \cdot m_e \cdot c^2. \quad (3.8)$$

Приведем пример расчета энергии  $Q$ , выделившейся в 1 кг грунта, содержащего радионуклид  ${}^9_3Li$  за время, равное периоду полураспада при том, что начальная удельная активность равна  $A_0 = 560$  Бк/кг.

Количество распавшихся ядер найдем, используя уравнения (1.1), (1.5) и рассчитанное ранее значение  $\lambda$  (2.3):

$$N' = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0}{\lambda} = \frac{0.5 \cdot 560}{4.098} \approx 68.$$

Поскольку  ${}^9_3Li$  распадается с испусканием  $\beta^-$  частицы, для расчета энергии распада одного ядра  $Q_1(\beta^-)$  воспользуемся уравнением (3.5):

$$Q_1(\beta^-) = (9.026800 - 9.012186) \cdot 1.660 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 2.283 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

Тогда, согласно выражению (3.1), получим:

$$Q = 68 \cdot 2.283 \cdot 10^{-12} = 1.55 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}.$$

В случае, если радионуклид распадается с испусканием  $\beta^+$  частицы, для расчета энергии распада одного ядра необходимо воспользоваться формулой (3.8).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Дефект массы и энергия связи ядра

Полная энергия ядра  $E$  связана с его массой  $m_{\text{я}}$  соотношением Эйнштейна:

$$E = m_{\text{я}} \cdot c^2. \quad (4.1)$$

Точные измерения масс ядер различных изотопов показывают, что масса ядра не равна сумме масс входящих в состав ядра частиц, а всегда меньше этой величины на несколько десятых процента. Таким образом масса ядра определяется выражением:

$$m_{\text{я}} = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \Delta m,$$

где  $m_p$  и  $m_n$  - соответственно массы протона и нейтрона.

Величина

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{я}} \quad (4.2)$$

называется **дефектом массы ядра**.

Таким образом, энергия ядра  $E = m_{\text{я}} \cdot c^2$  отличается от суммарной энергии составляющих его частиц, находящихся в покое и не связанных друг с другом  $E' = [Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n] \cdot c^2$ . Разность этих величин  $(E - E')$  представляет собой **энергию связи ядра**:

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2, \quad (4.3)$$

т.е. дает величину энергии, которую надо затратить, чтобы разделить данное ядро на составляющие его протоны и нейтроны.

В большинстве экспериментов измеряемой величиной является масса атома ( $m_{ат}$ ), которая отличается от массы ядра ( $m_я$ ) на величину масс электронов ( $Z \cdot m_e$ ). Так как число электронов в атоме всегда равно числу протонов в ядре, выражение для дефекта масс (4.3) можно записать также в виде:

$$\Delta m = Z \cdot m_H + (A - Z) \cdot m_n - m_{ат}, \quad (4.4)$$

где масса атома водорода:  $m_H = m_p + m_e$  (здесь мы пренебрегаем изменением энергии связи электронов.)

В качестве примера рассчитаем энергии связи ядер  ${}^9_3\text{Li}$  и  ${}^9_4\text{Be}$ . Из таблицы изотопов находим, что массы соответствующих атомов равны:

$$m_H = 1.007825 \text{ а.е.м.}$$

$$m({}^9_3\text{Li}) = 9.026800 \text{ а.е.м.}$$

$$m({}^9_4\text{Be}) = 9.012186 \text{ а.е.м.}$$

и масса нейтрона  $m_n = 1.008665 \text{ а.е.м.}$

Расчет дефектов масс по формуле (4.4) дает:

$$\Delta m(\text{Li}) = 3 \cdot 1.007825 + (9 - 3) \cdot 1.008665 - 9.026800 = 0.048665 \text{ а.е.м.}$$

$$\Delta m(\text{Be}) = 4 \cdot 1.007825 + (9 - 4) \cdot 1.008665 - 9.012186 = 0.062439 \text{ а.е.м.}$$

Для того, чтобы получить значение энергии связи в единицах системы СИ<sup>2</sup> (Дж), переведем атомные единицы массы в килограммы, используя соотношение  $1 \text{ а.е.м.} = 1.660 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$

Получим:  $\Delta m({}^9_3\text{Li}) = 0.048665 \cdot 1.660 \cdot 10^{-27} = 0.807839 \cdot 10^{-28} \text{ кг;}$

$$\Delta m({}^9_4\text{Be}) = 0.062439 \cdot 1.660 \cdot 10^{-27} = 1.036487 \cdot 10^{-28} \text{ кг.}$$

Используя уравнение (4.3) вычислим соответствующие энергии связи:

$$E_{св}({}^9_3\text{Li}) = 0.807839 \cdot 10^{-28} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 7.270551 \cdot 10^{-12} \text{ Дж;}$$

$$E_{св}({}^9_4\text{Be}) = 1.036487 \cdot 10^{-28} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 9.328383 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

Для сравнения устойчивости ядер обычно пользуются понятием **удельной энергии связи** ( $\epsilon$ ), характеризующей среднюю энергию связи одного нуклона в ядре.

Величина  $\epsilon$  равна отношению полной энергии связи ( $E_{св}$ ) к полному числу нуклонов в ядре  $A$ :

$$\epsilon = E_{св} / A. \quad (4.5)$$

Чем меньше удельная энергия связи, тем вероятнее распад данного элемента и тем менее устойчивым он является.

<sup>2</sup> В ядерной физике для вычисления энергии применяются также **атомная единица энергии (а.е.э.)**:  $1 \text{ а.е.э.} = c^2 \cdot 1 \text{ а.е.м.} = 1.491 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$  и **электрон-вольт**:  $1 \text{ эВ} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$

Используя полученные численные значения  $E_{св}({}_3^9Li)$  и  $E_{св}({}_4^9Be)$ , для удельной энергии связи получим:

$$\varepsilon({}_3^9Li) = 7.270551 \cdot 10^{-12} / 9 = 0.807839 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$\varepsilon({}_4^9Be) = 9.328383 \cdot 10^{-12} / 9 = 1.036487 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

Теперь можно сделать вывод о сравнительной устойчивости ядер  ${}_3^9Li$  и  ${}_4^9Be$ : поскольку  $\varepsilon({}_4^9Be) > \varepsilon({}_3^9Li)$ , изотоп  ${}_4^9Be$  является более устойчивым к распаду, чем  ${}_3^9Li$ .

### ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Оценка загрязненности местности по измерениям удельной активности

После аварии на Чернобыльской АЭС периодически публикуются карты радиоактивной загрязненности территории, в которых **загрязненность местности** (активность единицы площади поверхности  $A_S$ ) приводится в Кюри на квадратный километр (Ки/км<sup>2</sup>). Эту величину можно приблизительно оценить, измеряя удельную активность пробы грунта.

Анализ почв на содержание различных радионуклидов показывает, что через некоторое время после выпадения на поверхности земли до 95% всех изотопов концентрируется в приповерхностном слое толщиной порядка 10 см. Поэтому предварительно необходимо рассчитать массу грунта ( $m_{гр}$ ), содержащегося в слое, площадь поверхности которого равна  $S = 1 \text{ км}^2$ , а толщина составляет:  $h = 10 \text{ см}$ . (Рис.2):

$$m_{гр} = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h,$$

где  $\rho = 2.4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  - плотность грунта.

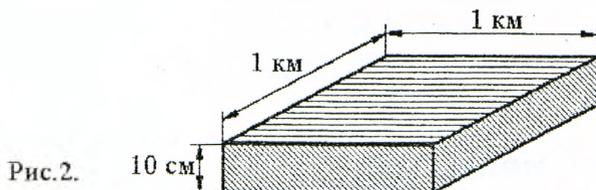


Рис.2.

Переводя удельную активность  $A_0$  из Бк/кг в Ки/кг:

$$A_0' = A_0 / (3.7 \cdot 10^{10}),$$

получим приблизительно загрязненность территории в момент времени  $t=0$ :

$$A_S = A_0' \cdot m_{гр} \text{ (Ки/км}^2\text{)}. \quad (5.1)$$

ТАБЛИЦА ИЗОТОПОВ

Z	Символ элемента	A	Масса атома а.е.м.	Тип распада	T <sub>1/2</sub>
-	e	-	0.0005486	-	-
0	n	1	1.008665	стабилен	-
1	H	1	1.007825	стабилен	-
2	He	4	4.002603	стабилен	-
		6	6.018890	β <sup>-</sup>	0.81 с
3	Li	6	6.015126	стабилен	-
		9	9.026800	β <sup>-</sup>	0.17 с
4	Be	6	6.019720	β <sup>+</sup>	0.70 с
		9	9.012186	стабилен	-
		11	11.02166	β <sup>-</sup>	13.70 с
5	B	10	10.012939	стабилен	-
		11	11.009305	стабилен	-
6	C	10	10.016850	β <sup>+</sup>	19.0 с
		11	11.011433	β <sup>+</sup>	20.5 с
		12	12.000000	стабилен	-
		13	13.003354	стабилен	-
		15	15.010590	β <sup>-</sup>	2.25 с
7	N	13	13.005739	β <sup>+</sup>	9.9 мин.
		14	14.003070	стабилен	-
		15	15.001000	стабилен	-
		17	17.008449	β <sup>+</sup>	4.17 с
8	O	14	14.008597	β <sup>+</sup>	73 с
		17	16.999134	стабилен	-
		18	17.999150	стабилен	-
		19	19.003577	β <sup>-</sup>	26.9 с
9	F	19	18.998405	стабилен	-
		20	19.999985	β <sup>-</sup>	11 с
		21	20.999952	β <sup>-</sup>	5.0 с
10	Ne	19	19.001882	β <sup>+</sup>	18 с
		20	19.992440	стабилен	-
		21	20.993840	стабилен	-
		23	22.994475	β <sup>-</sup>	38 с
11	Na	20	20.007350	β <sup>+</sup>	0.45 с
		21	20.997648	β <sup>+</sup>	23 с
		23	22.989773	стабилен	-
		25	24.989950	β <sup>-</sup>	60 с

Z	Символ элемента	A	Масса атома а.е.м.	Тип распада	T <sub>1/2</sub>
12	Mg	23	22.994125	$\beta^+$	12 с
		24	23.985040	стабилен	-
		25	24.985830	стабилен	-
		27	26.984346	$\beta^-$	9.46 мин.
13	Al	24	23.999940	$\beta^+$	2.1 с
		25	24.990434	$\beta^+$	7.2 с
		27	26.981535	стабилен	-
		29	28.980442	$\beta^-$	6.6 мин.
14	Si	27	26.986701	$\beta^+$	42 с
		28	27.976927	стабилен	-
		29	28.976491	стабилен	-
		30	29.973770	стабилен	-
15	P	28	27.992320	$\beta^+$	0.28 с
		29	28.981806	$\beta^+$	4.5 с
		30	29.978310	$\beta^+$	2.6 мин.
		31	30.973763	стабилен	-
16	S	31	30.979599	$\beta^+$	2.6 с
		32	31.972074	стабилен	-
		33	32.971451	стабилен	-
		34	33.967865	стабилен	-
		37	36.971110	$\beta^-$	5.1 мин.
17	Cl	32	31.985760	$\beta^+$	0.91 с
		33	32.977446	$\beta^+$	2.5 с
		34	33.973764	$\beta^+$	1.5 с
		35	34.968855	стабилен	-
		37	36.965896	стабилен	-
		40	39.970440	$\beta^-$	1.4 мин.
18	Ar	35	34.975250	$\beta^+$	1.83 с
		38	37.962725	стабилен	-
		40	39.962384	стабилен	-
19	K	38	37.969090	$\beta^+$	7.7 мин.
		39	38.963704	стабилен	-
20	Ca	39	38.970706	$\beta^-$	0.86 с
21	Sc	50	49.952180	$\beta^-$	1.8 мин.
22	Ti	46	45.952623	стабилен	-
		50	49.944780	стабилен	-

Z	Символ элемента	A	Масса атома а.е.м.	Тип распада	T <sub>1/2</sub>
23	V	46	45.960206	$\beta^+$	0.6 с
		52	51.944780	$\beta^-$	3.77 мин.
		53	52.943432	$\beta^-$	2.0 мин.
24	Cr	50	49.946041	стабилен	-
		52	51.940514	стабилен	-
		53	52.940651	стабилен	-
		55	54.940820	$\beta^-$	3.5 мин.
25	Mn	50	49.954240	$\beta^+$	0.35 с
		53	52.941293	стабилен	-
		55	54.938040	стабилен	-
26	Fe	53	52.945310	$\beta^+$	9.0 мин.
27	Co	61	60.932450	$\beta^-$	9.90 мин.
		62	61.933940	$\beta^-$	1.90 мин.
28	Ni	58	57.935330	стабилен	-
		60	59.930770	стабилен	-
		61	60.931049	стабилен	-
		62	61.928330	стабилен	-
29	Cu	58	57.944530	$\beta^+$	3.3 с
		60	59.937350	$\beta^+$	2.4 мин.
		62	61.932570	$\beta^+$	9.73 мин.
		66	65.928860	$\beta^-$	5.70 мин.
30	Zn	66	65.926030	стабилен	-
36	Kr	82	81.913483	стабилен	-
37	Rb	82	81.918200	$\beta^+$	100 с
82	Pb	207	206.975898	стабилен	-

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия "радиоактивность".
2. Что означает запись  ${}_{6}\text{C}^{14}$ ?
3. Закон радиоактивного распада.
4. Физический смысл постоянной распада и периода полураспада.  
Связь между ними.
5. Активность радиоактивного элемента, удельная активность и единицы их измерения.
6. Что представляют собой  $\beta^-$  и  $\beta^+$  частицы?
7. Запишите схемы  $\beta^-$  распада ядра  ${}_{11}\text{Na}^{25}$  и  $\beta^+$  распада ядра  ${}_{11}\text{Na}^{21}$ .  
Какие элементы образуются в результате этих распадов?
8. Что понимают под энергией связи ядра? Дефект массы ядра.
9. Загрязненность местности и единицы ее измерения.
10. Изложите методику расчета загрязненности местности по измерениям удельной активности грунта.
11. Метод наименьших квадратов.

### Литература

1. И.В. Савельев. Курс физики. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. - М.: Наука, 1989. - С. 231-253.
2. В.П. Машкович, А.М. Панченко. Основы радиационной безопасности. М.: Энергоатомиздат, 1990. - С. 9-12.
3. В.И. Гергалов, Е.И. Петряев. Радиация, жизнь и окружающая среда. Мн.: Нар.асвета, 1994. - С. 4-38.
4. В.Т. Ветрова, А.В. Колесник, И.Т. Неманова, Г.М. Чобот. Курс радиационной безопасности Мн.: Изд. Ураджай, 1995. - С. 5-17.

## УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Гладышук Анатолий Антонович  
Кушпер Татьяна Леонидовна  
Ракович Юрий Петрович  
Чопчиц Николай Игнатьевич

Под общей редакцией Раковича Юрия Петровича

### "РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД. КОМПЛЕКСНЫЙ РАСЧЕТ" Методические указания по выполнению лабораторной работы Р-2 (Модуль 2).

Ответственный за выпуск Ракович Ю.П.  
Редактор Строкач Т.В.

---

Подписано к печати 2.10.97г. Формат 60×84/16. Бумага писчая № 1. Усл.  
п. л. 11. Уч. изд. л. 1,25. Заказ № 279. Тираж 150 экз. Бесплатно.  
Отпечатано на ротапринтере Брестского политехнического института. 224017,  
г. Брест, ул. Московская, 267.