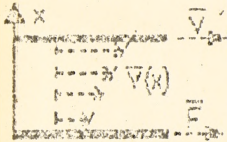


**М-11, М-12**

Министерство народного образования БССР  
Брестский политехнический институт

Кафедра физики



# ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

(методические указания к лабораторным работам М11, М12)

БРЕСТ 1991

МИНИСТЕРСТВО НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЕССР

Брестский политехнический институт

Кафедра физики

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

(методические указания к лабораторным работам)

М 11 - "Определение коэффициента вязкости  
жидкости"

М 12 - "Определение коэффициента теплопроводности  
воздуха"

Утверждены Ученым советом  
электронно-механического  
факультета

1990.07.02, протокол № 6

БРЕСТ 1991

УДК 53 (076.5)

Явления переноса (методические указания).  
Брест, БрПИ, 1990.

В методических указаниях представлены описания двух лабораторных работ, посвященных исследованию явления переноса в газах и жидкостях.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей и всех форм обучения в БрПИ.

Составители: Н.И.Чопиц, доцент,  
А.Н.Прокопеня, ст. преподаватель, к.ф.-м.н.,  
Т.А.Новикова, ассистент,  
М.И.Швец, ассистент.

Рецензент: В.М.Косарев, доцент, к.ф.-м.н., БПИ.

Рекомендовано кафедрой физики  
к публикации на роталпринте  
БрПИ 90.07.02

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

- I. Цель работы: Определение коэффициента вязкости воды.
- II. Приборы и принадлежности: установка для определения коэффициента, секундомер.
- III. Описание установки

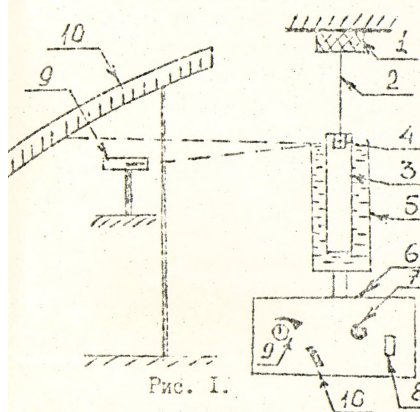


Рис. 1.

Экспериментальная установка (рис. 1) состоит из двух коаксиальных цилиндров 3 и 5 между которыми находится жидкость. Внутренний цилиндр подвешен в исследуемой жидкости в вертикальном положении на тонкой проволоке 2, верхний конец которой закреплен в муфте 1, а внешний цилиндр приводится в равномерное вращение при помощи электродвигателя 6 с угловой скоростью  $\Omega$ . Для определения угла поворота внутреннего цилиндра нужно направить луч света от источника 9 на зеркало 4, которое прикреплено к внутреннему цилиндру, и добиться четкого изображения "зайчика" на шкале 10. Поворотом муфты 1 "зайчик" установить в нулевое положение.

Установка позволяет определить угол поворота внутреннего цилиндра 3 от положения равновесия при равномерном вращении внешнего цилиндра 5. Для того, чтобы внешний цилиндр вращался, необходимо включить электродвигатель 6 тумблером 8 и нажать кнопку "пуск" 7.

Регулировка скорости вращения цилиндра осуществляется поворотом ручки 9. Переключатель 10 позволяет изменять направление скорости вращения.

Измерение угла поворота следует проводить по истечении 10-20 с после установки частоты вращения.

IV. Проведение измерений и обработка результатов

I. Измерьте период крутильных колебаний  $T$  внутреннего цилиндра

в воздухе. Для этого поворотом муфты I на некоторый угол и возвращением её в прежнее положение возбудите колебания. Определив по секундомеру время  $t$  некоторого числа  $N_0$  колебаний ( $N_0 \geq 20$ ), найдите  $T = t/N_0$ . Измерение проведите, при различной угловой амплитуде колебаний, которая получается при различных начальных углах поворота муфты. Результаты измерений периода при различных угловых амплитудах усредните.

2. Установите внутренний цилиндр на нити внутри внешнего цилиндра с водой, соблюдая по возможности всюду одинаковую ширину зазора, т.е. обеспечив коаксиальность цилиндров. Поворотом муфты I добейтесь, чтобы зайчик находился на нулевом делении шкалы. Задавая по менее 5 значений частоты вращения в каждую сторону, измерьте при каждой частоте вращения угол  $\varphi$  поворота зайчика. На координатной плоскости, по оси абсцисс которой откладывается частота  $N$ , а по оси ординат - угол  $\varphi$ , отметьте экспериментальные точки.

Обратите внимание. Угол  $\varphi$  и частота вращения  $N$  - алгебраические величины. Можно, например, считать угол отклонения  $\varphi$  вправо положительным, так же как и соответствующую ему частоту вращения. Тогда угол отклонения по шкале влево и соответствующая ему частота должны считаться отрицательными.

3. Теория, приведенная в Приложении 2, предсказывает линейную зависимость между  $\varphi$  и  $N$  (формула П 2.10).

$$\varphi = KN \quad (1)$$

Убедитесь визуально, что экспериментальные точки лежат примерно на прямой.

4. Значение коэффициента  $K$  в формуле (1) определяется с помощью метода наименьших квадратов:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^N \varphi_i N_i}{\sum_{i=1}^N N_i^2}, \quad N - \text{число измерений.}$$

5. Из формул (П 2.10) и (1) найдите  $\eta$ :

$$\eta = \frac{K\pi J(R_2^2 - R_1^2)}{2\ell T \dots R_2^2} \quad (2)$$

Значения параметров установки  $R_1$ ,  $R_2$  приведены на рабочем месте. Имейте в виду, что  $\ell$  - это длина части цилиндра, находящейся в воде.

Значение момента инерции может задаваться преподавателем, либо определяется расчетным путем по известной массе цилиндра и его радиусу:

$$J = \frac{1}{2} MR^2$$

6. Рассчитайте самостоятельно погрешность определения  $\eta$  по формуле (2). Погрешность в определении  $K$  рассчитывается по формуле

$$\Delta K = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \varphi_i^2}{\sum_{i=1}^N r_i^2}} \cdot K^2$$

7. Творческое задание. Разработайте методику учета силы вязкого трения, действующей на дно внутреннего цилиндра.

Контрольные вопросы

1. Как объясняет механизм возникновения вязкости молекулярно-кинетическая теория?
2. Длинный цилиндр вращается с постоянной частотой в газе, объем которого очень велик. Найдите вращающий момент, действующий на цилиндр.
3. Как изменится угол закручивания нити если при сохранении частоты вращения уменьшить радиус внутреннего цилиндра?
4. Как изменились бы расчетные формулы, если бы вращался внутренний цилиндр, а внешний был подвешен на нити?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

- I. Цель работы: изучение явления теплопроводности в газах и определение коэффициента теплопроводности воздуха.
- II. Приборы и принадлежности: установка для измерения коэффициента теплопроводности воздуха.
- III. Описание установки

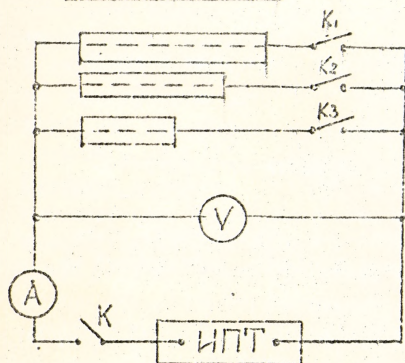


Рис. 2.

Принципиальная схема установки для определения коэффициента теплопроводности воздуха изображена на рис. 2. В комплект установки входят три металлические трубки различной длины, закрытые с обоих концов пробками из плохо проводящего тепло материала. Вдоль оси каждой из трубок натянут тонкий вольфрамовый провод. В процессе измерений с помощью ключей  $K$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  один из проводов подсоединяется к источнику постоянного тока

(ИПТ). Вольтметр и амперметр, включенные в схему, позволяют при этом измерять напряжение на проводнике и силу тока в цепи. Требуемое значение силы тока устанавливается с помощью регулировок "Плавное" и "Грубое" на панели ИПТ.

Перед включением установки ручки обеих регулировок должны находиться в крайнем левом положении.

При включении установки электрический ток вызывает нагревание провода натянутого в трубке. Соответственно, нагревается и слой воздуха, прилегающий к поверхности провода. Таким образом, вблизи провода температура воздуха становится выше, чем у поверхности трубки. В результате возникает поток тепла от поверхности провода к трубке, т.е. наблюдается явление теплопроводности в воздухе, приводящее к охлаждению провода. Так как сила тока в цепи поддерживается постоянной, то через некоторый промежуток времени два процесса - нагревание провода электрическим током и охлаждение вследствие теплопроводности - уравниваются друг друга, и температура про-

вода перестанет изменяться. При этом процессе теплопроводности выходит на стационарный режим, когда температура воздуха в каждой точке внутри трубок принимает некоторое постоянное значение.

Поскольку для данной установки время выхода на стационарный тепловой режим очень мало, можно считать, что, заданная некоторое значение силы тока в цепи, мы тем самым задаем температуру провода и наблюдаем стационарный процесс теплопроводности.

#### IV. Проведение измерений и обработка результатов

1. С помощью клемм  $K_1, K_2, K_3$ , расположенных на панели стола, подключить к ИП проводник, находящийся в одной из трубок (по указанию преподавателя).

2. Убедившись, что ручки регулировок "Грубо" и "Плавно" на панели ИП находятся в крайнем левом положении, включить ИП в сеть.

3. Измерить напряжение на проводнике, находящемся в трубке, при различных значениях силы тока в цепи и результаты занести в таблицу (форму таблицы выбрать самостоятельно). Число измерений должно быть не менее 10. При измерениях сила тока в цепи не должна превышать 1 А.

4. Теория дает следующую связь между напряжением на проводнике и силой тока в цепи  $J$  (см. Приложение 3):

$$U(J - U/R_v) = A \frac{U}{J - U/R_v} + B \quad (1)$$

где  $A, B$  - постоянные, определяемые параметрами установки и коэффициентом теплопроводности воздуха  $\alpha$ .

Введя переменные

$$x = \frac{U}{J - U/R_v}, \quad y = U(J - U/R_v),$$

соотношение (1) можно переписать в виде:

$$y = Ax + B \quad (2)$$

По результатам измерений  $U, J$  рассчитайте соответствующие значения  $x, y$ . Отметив на координатной плоскости  $x, y$  экспериментальные точки, убедитесь, что они лежат примерно на прямой.

5. Применяя к зависимости (2) метод наименьших квадратов, для постоянных  $A$  и  $B$  получаем:



$$A = \frac{n Y_1 - X_2 Y_2}{n X_1 - X_2^2}, \quad B = \frac{X_1 Y_2 - Y_1 X_2}{n X_1 - X_2^2} \quad (3)$$

где  $X_1 = \sum_{i=1}^n \frac{U_i^2}{(J_i - U_i/R_v)^2}$ ;  $X_2 = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{J_i - U_i/R_v}$   
 $Y_1 = \sum_{i=1}^n U_i^2$ ;  $Y_2 = \sum_{i=1}^n U_i (J_i - U_i/R_v)$ ;

а  $n$  - число измерений  $U$  и  $J$ .

Из формул (П 3.7) и (3) найдите значение  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{2 \lambda \rho A \ln(d_2/d_1)}{\pi^2 d_1^2} \quad (4)$$

Значения параметров установки  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $R_v$  приведены на рабочем месте.

6. Рассчитайте самостоятельно погрешность определения  $\alpha$  по формуле (4). Погрешность в определении  $A$  рассчитывается по формуле:

$$\Delta A = \left[ \frac{n}{n-2} \frac{\sum_{i=1}^n (A \cdot X_i + B - Y_i)^2}{n \cdot X_1 - X_2^2} \right]^{1/2}$$

7. Используя формулу (П 1.5), рассчитайте среднюю длину свободного пробега молекул воздуха.

#### Контрольные вопросы

1. Как объясняет механизм возникновения теплопроводности молекулярно-кинетическая теория?
2. В чем различие между конвекционным переносом тепла и теплопроводностью?
3. Почему температуру металлической трубки можно считать равной комнатной?
4. Выбрав произвольную пару экспериментальных значений  $U, J$ , рассчитайте соответствующую им температуру провода, находящегося внутри трубки.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Явления переноса

Если термодинамическая система находится в состоянии термодинамического равновесия в отсутствие внешних силовых полей, то значения интенсивных параметров (давления, температуры, концентрации) во всех точках одинаковы I, § 5.5. Если же значения параметров различны в различных точках, в термодинамической системе происходят явления, называемые явлениями переноса. Рассмотрим кратко простейшие из них.

Явление диффузии возникает в тех случаях, когда концентрация частиц какого-либо вещества различна в различных точках системы. Диффузия сводится к переносу частиц из точек с большей концентрацией в точки с меньшей концентрацией и является следствием теплового движения частиц.

Явление внутреннего трения или вязкости возникает, когда вследствие наличия перепада давлений возникает макроскопическое перемещение (течение) жидкости или газа. Рассмотрим это явление более подробно. Пусть жидкость

или газ текут в направлении оси  $X$ , т.е. скорость макроскопического перемещения  $\vec{V}$  имеет лишь одну проекцию  $V_x: \vec{V} = \vec{i} V_x$ , где  $\vec{i}$  - орт оси  $X$ . Пусть, далее, скорость течения зависит лишь от координаты  $y$ , т.е.  $V_x = V_x(y)$ . Выделим слой жидкости или газа, ограниченный бесконечно близкими плоскостями, имеющими площадь  $S$  и перпендикулярными оси  $y$ . Опыт показывает, что на выделенный слой

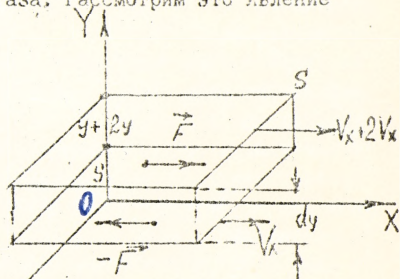


Рис. П I. I

действует в направлении оси  $X$  сила как со стороны вышележащего слоя, так и со стороны нижележащего слоя. Направление этих сил для случая, когда скорость течения возрастает с увеличением координаты  $y$ , показаны на рис. П I. I. Сила, действующая на выделенный слой со стороны слоя с большей скоростью, стремится увеличить скорость выделенного слоя, а сила, действующая со стороны слоя с меньшей скоростью, стремится замедлить выделенный слой.

Величина силы  $F$ , называемой силой внутреннего трения, выражается экспериментальным законом Ньютона:

$$F = \eta S \frac{dv_x}{dy} \quad (П I. I)$$

где  $\eta$  - постоянная, называемая коэффициентом внутреннего трения или вязкости жидкости или газа. Единицей измерения  $\eta$ , как легко видеть из формулы ( П I. I ), является  $\frac{Н \cdot с}{м^2}$  = Па·с. Легко видеть, что указанные силы стремятся повернуть выделенный слой вокруг оси  $Z$ . Поскольку, однако, слой в рассмотренном случае не поворачивается, со стороны окружающей жидкости или пара на выделенный слой должны также действовать силы и в сечениях, параллельных плоскости  $YZ$  (в левом сечении вниз, а в правом - вверх; на рисунке эти силы не показаны). С молекулярно-кинетической точки зрения вязкость объясняется следующим образом. Любая частица жидкости или газа участвует в данном случае в двух типах движений: тепловом и макроскопическом (упорядоченном). Средняя скорость молекул более быстрого слоя выше средней скорости молекул выделенного слоя. Переходя в результате теплового движения в выделенный слой, молекулы более быстрого слоя в результате столкновений с молекулами выделенного слоя передают им импульсы, что и приводит к появлению силы, стремящейся ускорить выделенный слой. Все вышесказанное относится к тем называемым ламинарными (слоистым) течениям жидкостей и газов. Основной особенностью ламинарных течений является то, что характер течения может измениться лишь вследствие изменения перепада давлений или других факторов. При достаточно больших перепадах давлений и, следовательно, скорости, течение становится турбулентным. При этом в каждой точке давление, скорость и т.д. беспорядочно флуктуируют, несмотря на постоянство внешних условий. Для турбулентных течений вышеприведенная формула ( П I. I ) несправедлива.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории явление вязкости связано с переносом импульса упорядоченного движения частиц, причем сам перенос обусловлен тепловым движением частиц.

Явление теплопроводности возникает при наличии разности температур в различных точках системы и приводит к переносу внутренней энергии из точек, где она больше, в точки, где она меньше. Иначе говоря, перенос энергии происходит в направлении, при котором температуры в различных точках стремятся выровняться. В газах и жидкостях при наличии разности температур перенос внутренней энергии, однако, происходит не только вследствие теплопроводности, но и вследствие конвекции, т.е. макроскопического перемещения частей жидкости и

газа, хорошо известного из школьного курса физики.

Потому теплопроводностью называют перенос внутренней энергии при наличии разности температур, не сопровождающийся макроскопическим перемещением частей системы.

При экспериментальных исследованиях явления теплопроводности влияние конвекции может быть сильно ослаблено прин. нем специальных мер.

В частности, явление конвекции не возникает в невесомости, или если распределение температуры таково, что плотность газа или жидкости уменьшается с высотой (для большинства жидкостей и всех газов это соответствует увеличению температуры с высотой). Конвекция может быть сильно подавлена вязкостью в случае, когда объем газа невелик. Количественное описание теплопроводности рассмотрим для простейшего случая, когда температура зависит лишь от координаты  $X$ . Будем считать также, что температура в каждой точке не зависит от времени, т.е. распределение температур поддерживается постоянным. Экспериментальный закон Фурье для теплопроводности имеет в этом случае вид

$$Q = -\alpha S t \frac{dT}{dx} \quad (П 1.2)$$

где  $Q$  - количество теплоты, протекающее за время  $t$  через площадку площадью  $S$ , перпендикулярную оси  $X$ ,  $dT$  - разность температур в двух точках оси  $X$ , находящихся на расстоянии  $dx$ .

Коэффициент  $\alpha$  называется коэффициентом теплопроводности. Единицей его измерения, как следует из формулы (П 1.2), является  $\frac{Вт}{м \cdot К}$ .

Знак минус в формуле (П 1.2) имеет следующий смысл. Если температура возрастает в положительном направлении оси  $X$ , т.е. при  $dx > 0, dT > 0$ , то теплота перетекает в отрицательном направлении оси  $X$ , чему соответствует  $Q < 0$  в формуле (П 1.2). Аналогично рассматриваются другие возможные варианты.

С молекулярно-кинетической точки зрения явление теплопроводности связано с тем, что молекулы в областях с большей температурой имеют большую среднюю кинетическую энергию теплового движения. Переходя в результате теплового движения в области, где температура, а, значит, и средняя энергия молекул меньше, они в результате столкновений передают им часть энергии, что и приводит к направленному переносу внутренней энергии из областей, где она больше, в области, где она меньше.

Для идеального газа молекулярно-кинетическая теория позволяет получить выражение  $\alpha$  через другие характеристики молекул. Рассмотрим упрощенный вывод этого выражения. Рассмотрим площадку  $S$ ,

перпендикулярную ось  $X$  (рис. П 1.2; для простоты другие оси не показаны). Через площадку  $S$  в результате теплового движения молекулы проходят как слева направо, так и справа налево. Примем, что  $T_1 > T_2$ . Тогда молекулы, движущиеся слева, несут большую энергию, чем молекулы, приходящие к площадке справа. Пусть  $n$  - концентрация молекул. В силу полной хаотичности

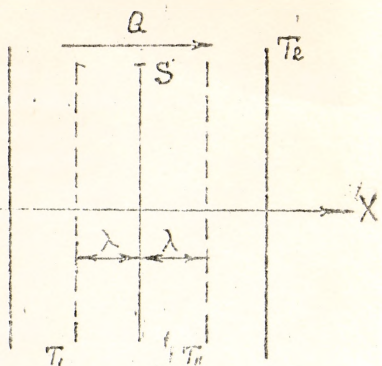


Рис. П 1.2

движения молекул можно считать, что  $\frac{n}{3}$  молекул единицы объема движутся вдоль оси  $X$  и из них половина, т.е.  $\frac{n}{6}$  молекул, движется в положительном направлении оси  $X$  и столько же - в отрицательном направлении. Различные молекулы имеют, конечно, различные скорости, но для грубой оценки примем, что скорости всех молекул одинаковы и равны средней скорости теплового движения  $\langle V \rangle$ . За  $t$  с слева до площадки  $S$  долетят, следовательно, все молекулы, которые движутся вдоль положительного направления оси  $X$  и находятся на расстоянии от  $S$  не больше, чем  $\langle V \rangle t$ . Иначе говоря, площадку  $S$  слева за  $t$  с пересекут молекулы, движущиеся в положительном направлении оси  $X$  и находящиеся в объеме цилиндра  $S \langle V \rangle t$ , а число таких молекул  $N_1 = \frac{1}{6} n S \langle V \rangle t$ . Столько же молекул пересекут площадку справа:  $N_2 = \frac{1}{6} n S \langle V \rangle t$ . Пусть  $\lambda$  - средняя длина свободного пробега молекул. Тогда можно считать, что молекулы, приходящие к площадке  $S$  слева, приходят к ней с энергией, которой они обладали после последнего перед площадкой  $S$  столкновения, которое произошло на расстоянии  $\lambda$  перед площадкой. Энергия, переносимая этими молекулами за  $t$  с равна

$$Q_1 = N_1 \epsilon_1$$

где  $\epsilon_1 = \frac{i}{2} K T_1$  - энергия одной молекулы,  $i$  - число степеней свободы,  $K$  - постоянная Больцмана,  $T_1$  - температура на расстоянии  $\lambda$  перед площадкой  $S$ . Таким образом,

$$Q_1 = \frac{i}{2} K T_1 N_1 = \frac{i}{2} K T_1 \frac{1}{6} n S \langle V \rangle t$$

Аналогично, энергия, переносимая молекулами, пересекающими площадку  $S$  справа налево, равна

$$Q_2 = \frac{i}{2} K T_2 N_2 = \frac{i}{2} K T_2 \frac{1}{6} n S \langle V \rangle t$$

Результирующая энергия, переносимая за  $t$  с через площадку  $S$ , будет равна

$$Q_0 = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{6} n S \langle v \rangle \frac{i}{2} k (T' - T'') \quad (\text{П I.3})$$

Разлагая функцию  $T(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки с температурой  $T''$ , получим

$$T(x) = T'' + \frac{dT''}{dx} \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 T''}{dx^2} (\Delta x)^2 + \dots$$

Поскольку длина свободного пробега  $\bar{\lambda}$  мала, при вычислении температуры  $T''$  можно ограничиться двумя членами разложения, положив  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$ . Получим

$$T'' = T' + 2\bar{\lambda} \frac{dT'}{dx}$$

Тогда (П I.3) примет вид

$$Q = -\frac{1}{6} n S \langle v \rangle \frac{i}{2} k \cdot 2\bar{\lambda} \frac{dT'}{dx} = -\frac{1}{6} n S \langle v \rangle i k \bar{\lambda} \frac{dT'}{dx} \quad (\text{П I.4})$$

Перепишем формулу (П I.4), введя удельную теплоемкость при постоянном объеме

$$C_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M} = \frac{i}{2} \frac{k N_A}{m_0 N_A} = \frac{i}{2} \frac{k}{m_0},$$

где  $N_A$  - число Авогадро,  $M$  - молярная масса газа,  $m_0$  - масса молекулы. Получим  $i k = 2 m_0 C_v$

$$\text{и } Q = -\frac{1}{3} n m_0 S \langle v \rangle C_v \bar{\lambda} \frac{dT'}{dx}$$

(П I.4)

Сравнив (П I.4) с (П I.2) при  $t = 1$  с, находим

$$\kappa = \frac{1}{3} n m_0 \langle v \rangle \bar{\lambda} C_v = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \bar{\lambda} C_v \quad (\text{П I.5})$$

где  $\rho = n m_0$  - плотность газа. Это и есть искомое выражение, связывающее коэффициент теплопроводности газа, его плотность, среднюю скорость молекул, среднюю длину свободного пробега и удельную теплоемкость газа при постоянном объеме.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Рассмотрим движение жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами. Пусть  $l$  - высота цилиндра;  $R_1$  и  $R_2$  - их радиусы,  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  - угловые скорости цилиндров соответственно радиусов  $R_1$  и  $R_2$ . Предположим  $l \gg (R_2 - R_1)$ , тогда цилиндры можно считать бесконечно длинными. Будем считать также, что  $l \gg R_1$ , чтобы можно было пренебречь силами, действующими на дно внутреннего цилиндра по сравнению с силами, действующими на боковую поверхность. Пусть внутренний цилиндр вращается с угловой скоростью  $\Omega_1$ , а внешний -  $\Omega_2$ .

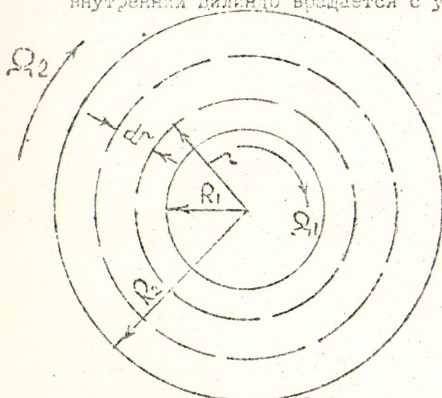


рис. П 2.1

Рассмотрим слой жидкости между цилиндрическими поверхностями радиуса  $r$  и  $r+dr$  (рис. П2.1). Поскольку рассматриваем установившийся режим, то угловая скорость вращения этого слоя не должна изменяться с течением времени. Это возможно лишь тогда, когда момент сил вязкости, действующих на внешнюю поверхность слоя и момент сил вязкости, действующих на внутреннюю поверхность слоя,

одинаковы (разумеется, момент сил тяжести относительно оси вращения равен нулю). Момент сил вязкости, действующих на этой поверхности, относительно оси вращения равен:

$$M = F \cdot r \quad (\text{П 2.1})$$

Тогда с учетом формулы (П 1.1) получим

$$M = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} r = 2\pi r^2 l \eta \frac{d(\Omega r)}{dr} = 2\pi r^3 l \eta \frac{d\Omega}{dr} \quad (\text{П 2.2})$$

При установившемся вращении цилиндра этот момент не должен зависеть от радиуса  $r$ . Тольк. при этом условии момент сил, действующих на жидкость, заключенную между двумя коаксиальными цилиндрическими поверхностями, обращается в ноль, а момент количества движения жидкости сохраняется.

Поскольку момент сил не должен зависеть от  $r$ , то

$$r^3 \frac{d\Omega}{dr} = \text{const}$$

Обозначим эту постоянную буквой  $A$ :

$$r^3 \frac{d\Omega}{dr} = A \quad (\text{П 2.3})$$

Интегрируя, получим

$$\Omega = -\frac{A}{2r^2} + C$$

где  $C$  - некоторая постоянная. Постоянные  $A$  и  $C$  находятся из граничных условий: при  $r=R_1$ ,  $\Omega=\Omega_1$ ; при  $r=R_2$ ,  $\Omega=\Omega_2$ . Это дает систему уравнений относительно  $A$  и  $C$ :

$$\Omega_1 = -\frac{A}{2R_1^2} + C, \quad \Omega_2 = -\frac{A}{2R_2^2} + C$$

Решая систему, находим

$$A = \frac{2R_1^2 R_2^2 (\Omega_2 - \Omega_1)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{П 2.4})$$

С учетом (П 2.3), (П 2.4) момент сил вязкости, действующих на внутренний цилиндр ( $r=R_1$ ), согласно (П 2.2) равен

$$M_1 = 2\pi l \eta \cdot \frac{2R_1^2 R_2^2 (\Omega_2 - \Omega_1)}{R_2^2 - R_1^2} = 4\pi l \eta \frac{R_1^2 R_2^2 (\Omega_2 - \Omega_1)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{П 2.5})$$

Если внутренний цилиндр неподвижно висит на проволоке с модулем кручения  $\mathcal{K}$ , а внешний вращается с угловой скоростью  $\Omega$  ( $\Omega_1 = 0$ ,  $\Omega_2 = \Omega$ ), то угол поворота внутреннего цилиндра относительно положения равновесия определяется из условия равенства момента (5) и момента упругих сил:

$$4\pi l \eta \frac{R_1^2 R_2^2 \Omega}{R_2^2 - R_1^2} = \mathcal{K} \varphi \quad (\text{П 2.6})$$

Учтя, что  $\Omega = 2\pi n$ , где  $n$  - частота вращения, получим

$$\frac{8\pi l \eta R_1^2 R_2^2 n}{R_2^2 - R_1^2} = \mathcal{K} \varphi \quad (\text{П 2.7})$$

Один из возможных способов определения модуля кручения  $\mathcal{K}$  проволоки состоит в определении периода крутильных колебаний внутреннего цилиндра.

Если колебания происходят в воздухе, то с достаточной степенью точности можно пренебречь затуханием колебаний вследствие наличия



диссипативных сил (сил вязкого трения о воздух и т.д.). При закручивании нити на угол  $\varphi$  возникает момент упругих сил  $(-\beta\varphi)$ , где знак минус указывает на то, что момент стремится возвратить цилиндр в положение равновесия. Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$J\ddot{\varphi} = -\beta\varphi \quad \text{или} \quad J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \beta\varphi = 0, \quad (\text{П 2.8})$$

где  $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  - угловое ускорение цилиндра,  $J$  - его момент инерции. Сравнивая (П 2.8) со стандартным уравнением малых колебаний, находим, что период колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{\beta}}$$

откуда

$$\beta = \frac{4\pi^2 J}{T^2} \quad (\text{П 2.9})$$

Из (П 2.7) и (П 2.9) получим

$$\varphi = \frac{2\beta T^2 R_1^2 R_2^2 \Omega}{\pi J (R_2^2 - R_1^2)} \Omega \quad (\text{П 2.10})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Теория метода определения коэффициента теплопроводности

Рассмотрим стационарный процесс теплопроводности в воздухе, заполняющем пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами, температуры которых поддерживаются постоянными (в экспериментальной установке данной работы внешним цилиндром является металлическая трубка, а внутренним - натянутый вдоль оси трубки тонкий вольфрамовый провод). Пусть  $T_1$  - температура поверхности внутреннего цилиндра,  $r_1$  - его радиус,  $T_2$  - температура внешнего цилиндра,  $r_2$  - его радиус. Сечение цилиндра изображено на рис. П 3.1.

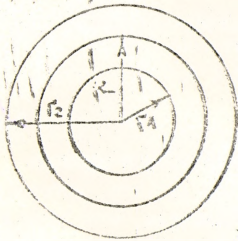


Рис. П 3.1  
оболочки будет равна

$$S = 2\pi r L$$

Поскольку в используемой установке металлическая трубка закрыта с обоих концов пробками из плохо проводящего тепло материала, то потоком тепла через торцы цилиндра можно пренебречь по сравнению с потоком через боковую поверхность. Величина этого потока  $Q$ , определяемая из закона Фурье ( П 1.2 ) равна:

$$Q = \frac{dQ}{dt} = -\alpha \cdot 2\pi r L \frac{dT}{dr} \quad ( П 3.1 )$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплопроводности воздуха.

Уравнение ( П 3.1 ) справедливо для любого  $r$  из интервала  $r_1 < r < r_2$ , причем левая его часть для стационарного режима не зависит от  $r$  и является постоянной величиной. Разделяя переменные в ( П 3.1 ) получим:

$$\frac{dr}{r} = - \frac{2\pi \alpha L}{Q} dT$$

Из симметрии системы ясно, что температура воздуха в пространстве между цилиндрами является функцией одной переменной - расстояния  $r$  до оси цилиндров  $T = T(r)$ . Мысленно окружим проводник цилиндрической оболочкой радиуса  $r$ . Тогда, если  $L$  - длина цилиндра, то площадь  $S$  боковой поверхности

Интегрируя, находим:

$$\int_{r_1}^r \frac{dr}{r} = - \frac{2\pi \alpha L}{\Phi} \int_{T_1}^T dT$$

Откуда

$$\ln \frac{r}{r_1} = - \frac{2\pi \alpha L}{\Phi} (T - T_1) \quad (\text{П 3.2})$$

Из ( П 3.2 ) находим температуру как функцию  $r$  :

$$T = T_1 - \frac{\Phi}{2\pi \alpha L} \ln \frac{r}{r_1} \quad (\text{П 3.3})$$

При  $r = r_2$  имеем:

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{2\pi \alpha L}{\Phi} (T_1 - T_2)$$

Отсюда находим величину потока тепла через поверхность цилиндра радиуса  $r$  :

$$\Phi = \frac{2\pi \alpha L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (T_1 - T_2) \quad (\text{П 3.4})$$

Следует иметь ввиду, что вблизи поверхностей трубок и провода распределение температуры несколько отличается от того, которое описывается формулой ( П 3.3 ). Это обусловлено тем, что передача тепла от поверхности твердого тела газу происходит иначе, чем между слоями газа.

Размер области аномального распределения температуры и средняя длина свободного пробега молекулы газа  $\lambda$  имеют одинаковый порядок. Следовательно, в хорошем приближении можно считать, что при атмосферном давлении температура слоя воздуха, прилегающего к проводу, равна  $T_1$ , а прилегающего к поверхности трубки -  $T_2$  ( $\lambda \approx 60$  нм). Температуру провода  $T_1$  можно определить, измеряя его сопротивление, а температура трубки  $T_2$  практически равна комнатной.

Зависимость сопротивления проводника от температуры имеет вид:

$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$

где  $R_0$  - сопротивление провода при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления. Поэтому сопротивления провода при температурах  $t_1$  и  $t_2$  ( $t_1 > t_2$ ) равны:

$$R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1)$$

$$R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2)$$

Тогда

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = T_1 - T_2 = \frac{R_1 - R_2}{\alpha R_0}$$

Сопротивление провода  $R$  определяется по результатам измерения силы тока в цепи  $J$  и напряжения на проводнике  $U$  (см. схему установки):

$$R = \frac{U}{J - \frac{U}{R_V}}$$

где  $R_V$  - сопротивление вольтметра.

Сопротивление провода при  $t = 0^\circ\text{C}$  легко рассчитать по формуле:

$$R_0 = \rho \frac{L}{S} = \rho \frac{4L}{\pi d_1^2}$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление вольфрама при  $t = 0^\circ\text{C}$ ,  
 $d_1 = 2r_1$  - диаметр провода.

Учитывая, что за время измерений температура воздуха в лаборатории практически не изменится, т.е.  $R_2 = \text{const}$ , перепишем соотношение ( П 3.4 ) в виде:

$$\varphi = \frac{\pi^2 d_1^2 \alpha}{2\alpha \rho \ln(d_2/d_1)} \cdot \frac{U}{J - \frac{U}{R_V}} - \frac{2\pi \alpha L}{\alpha \ln(d_2/d_1)} \frac{R_2}{R_0} \quad (\text{ П 3.5 })$$

где  $d_2 = 2r_2$  - диаметр трубки.

Для установившегося теплового режима поток теплоты  $\varphi$  будет равен мощности, выделяющейся в проводнике:

$$\varphi = \frac{U^2}{R} = U \left( J - \frac{U}{R_V} \right) \quad (\text{ П 3.6 })$$

С учетом ( П 3.6 ) соотношение ( П 3.5 ) принимает вид:

$$U \left( J - \frac{U}{R_V} \right) = \frac{\pi^2 d_1^2 \alpha}{2\alpha \rho \ln(d_2/d_1)} \cdot \frac{U}{J - \frac{U}{R_V}} - \frac{2\pi \alpha L}{\alpha \ln(d_2/d_1)} \frac{R_2}{R_0} \quad (\text{ П 3.7 })$$

Формула ( П 3.7 ) связывает две измеряемые в эксперименте величины - силу тока в цепи  $J$  и напряжение на проводнике  $U$  - и позволяет определить коэффициент теплопроводности воздуха  $\alpha$ .

#### Литература

1. Статистическая физика и термодинамика. Часть I. Методические указания. - Брест, 1990. - С. 53.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т. I. Механика. Молекулярная физика. - М., 1989. - С. 269-289.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. - М., 1979. - С. 326-370.

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Лабораторная работа № 11 .....	3
Лабораторная работа № 12 .....	6
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	9
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	14
ПРИЛОЖЕНИЕ 3 .....	17

### УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Чопчиц Николай Игнатьевич  
Прокопеня Александр Николаевич  
Новикова Таисия Алексеевна  
Швец Мария Ивановна

### ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

/методические указания к лабораторным работам/

Ответственный за выпуск Чопчиц Н.И.

Редактор Строкач Т.В.

---

Подписано к печати 2.07.90 г. Бумага писч. Печать офсетная.  
Формат 60x84/16. Усл. л. 1,1. Уч. изд. л. 1,25. Заказ № 18.  
Тираж 200 экз. Бесплатно. Отпечатано на роталпринте Брестского  
политехнического института. 224017, Брест, ул. Московская, 267.