

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ФИЗИКИ

Методические указания

к выполнению лабораторной работы М13
"ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА"

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} S$$

Брест 2015

Методические указания составлены в соответствии с типовой программой курса физики для инженерно-технических специальностей. В указаниях приведены необходимые для понимания сущности физических процессов теоретические сведения, объясняющие принцип действия используемых приборов и аппаратуры, излагается методика проведения экспериментов, приводятся задания для самостоятельной работы. Даны контрольные вопросы и список рекомендуемой литературы.

Методические указания предназначены для студентов БрГУ всех технических специальностей и форм обучения.

Составитель: В.И. Гладковский, к.ф.-м.н., доцент

Лабораторная работа М-13

“ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА”

I ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

изучить внутреннее трение в воздухе, как одно из явлений переноса в газах. Освоить методы измерения параметров, характеризующих внутреннее трение воздуха.

II ЗАДАЧИ. РЕШАЕМЫЕ ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ РАБОТЫ:

Определение значения коэффициента вязкости воздуха.

Вычисление средней длины свободного пробега молекулы воздуха.

Расчет эффективного диаметра молекулы воздуха.

Определение среднего числа столкновений молекулы воздуха в единицу времени.

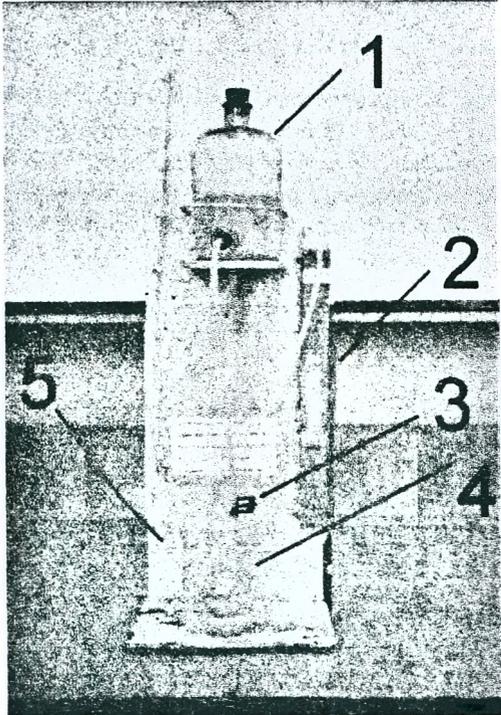
Определение характера течения воздуха в капилляре.

III ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: установка для измерения коэффициента вязкости газа, водомерная мензурка, секундомер, термометр и барометр.

IV ОПИСАНИЕ

УСТАНОВКИ

Установка для измерения коэффициента вязкости газа состоит из газометра 1, водяного манометра 2 и крана 3, служащего для слива воды из газометра. Водомерная мензурка 4 со шкалой позволяет следить за вытекающим из газометра объемом воды. Капилляр 5 соединен с атмосферой, а с помощью резиновой трубки – с газометром 1.



V ПРИНЦИП РАБОТЫ

УСТАНОВКИ

При вытекании воды из газометра внутри него создается разрежение. На входе и выходе воздуха из капилляра появляется разность давлений ΔP . Вода в

одном колене манометра поднимается на величину h_1 , а в другом – опускается на величину h_2 . Общая разность уровней Δh равна сумме этих величин. Время вытекания 100 мл воды определяется с помощью секундомера.

VI ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Определение значения коэффициента вязкости воздуха.

1. С помощью крана 3 установить в манометре произвольную, но постоянную разность уровней в интервале от 2,5 до 5 см.

2. Измерить h_1 , длину водяного столба от нуля вверх (в мм) и h_2 , длину водяного столба от нуля вниз (в мм).

3. Определить время τ истечения 100 мл воды.

4. Вычислить разность давлений по формуле $\Delta P = \rho_B g \Delta h$, где $\rho_B = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ – плотность воды; $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ – ускорение силы тяжести; $\Delta h = h_1 + h_2$ – общая разность уровней (**не забудьте перевести миллиметры в метры!**).

5. Вычислить коэффициент вязкости воздуха по формуле:

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8 \cdot Q l},$$

где R_0 – радиус капилляра, l – длина капилляра, Q – объем воды, вытекающей из газометра за время τ . Рекомендуется брать Q равным 100 мл, но при подстановке этого значения в формулу, необходимо переводить внесистемные единицы объема в систему СИ. Значения радиуса и длины капилляра представлены в таблице, размещенной на установке. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 1.

Таблица 1 – РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ВЫЧИСЛЕНИЙ

Номер измерения, i	h_1 , мм	h_2 , мм	Δh , м	ΔP , Па	τ , с	η , $\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$	$\Delta \eta_i$, $\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$	$(\Delta \eta_i)^2$, $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}\right)^2$
1								
...								
10								

6. Найти среднее значение коэффициента вязкости воздуха по формуле

$$\langle \eta \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{10} \eta_i}{10}.$$

7. Определить абсолютную погрешность отдельных измерений $\Delta \eta_i = \eta_i - \langle \eta \rangle$.

8. Вычислить среднюю квадратичную погрешность серии измерений:

$$S_{10} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\Delta \eta_i)^2}{10 \cdot 9}}.$$

9. Определить границы $\Delta \eta$ доверительного интервала, умножив среднюю квадратичную погрешность S_{10} серии измерений на коэффициент $t_{0,95;10}$ Стьюдента для доверительной вероятности 95% при 10 испытаниях:

$$\Delta \eta = S_{10} \cdot t_{0,95;10} = S_{10} \cdot 2.262.$$

10. Записать результат в виде: $\eta = \langle \eta \rangle \pm \Delta \eta$.

Вычисление средней длины свободного пробега молекулы воздуха.

11. Вычислить среднеарифметическую скорость движения молекулы воздуха по формуле

$$v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}},$$

где $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярная масса воздуха, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная, T – температура воздуха в Кельвинах, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана, m – фиктивная или кажущаяся масса молекулы воздуха, равная молярной массе воздуха, деленной на число структурных единиц в одном моле воздуха. Это число называется числом Авогадро $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

12. Измерить температуру T и атмосферное давление P воздуха с помощью термометра и барометра, находящихся в лаборатории.

13. Определить концентрацию n молекул воздуха из соотношения

$$p = nkT.$$

14. Рассчитать среднюю длину λ свободного пробега молекулы воздуха по формуле

$$\lambda = \frac{3 \langle \eta \rangle}{m v n},$$

где v – среднеарифметическая скорость движения молекулы воздуха, m – кажущаяся масса молекулы воздуха, n – концентрация молекул воздуха.

Расчет эффективного диаметра молекулы воздуха.

15. Найти эффективный диаметр d_3 молекулы воздуха из формулы для длины свободного пробега молекулы воздуха

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d_3^2}.$$

Определение среднего числа столкновений молекулы воздуха в единицу времени.

16. Определить среднее число Z столкновений молекулы воздуха в единицу времени

$$Z = \frac{v}{\lambda},$$

где v – среднеарифметическая скорость движения молекулы воздуха.

Определение характера течения воздуха в капилляре.

17. Рассчитать число Рейнольдса по формуле

$$Re = \frac{\rho Q}{\pi R_0 \eta \tau},$$

где ρ – плотность воздуха, R_0 – радиус капилляра, Q – объем воздуха, прошедшего через капилляр за время τ , η – коэффициент вязкости воздуха.

18. На основании полученного результата сделать вывод о характере течения воздуха в капилляре: ламинарный, переходный или турбулентный.

VII ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

НАЗВАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ЦЕЛЬ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ РАБОТЫ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ

ВЫВОДЫ

Примечания.

1. Отчет по лабораторной работе должен сопровождаться подтверждением выполнения, подписанным преподавателем.

2. При обнаружении идентичных экспериментальных данных у студентов разных бригад лабораторная работа считается невыполненной по неуважительной причине.

VIII ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ (ГОТОВИМЯ К ЗАЩИТЕ)

Явление переноса – это процесс установления равновесия в системе путем переноса массы (диффузия), энергии (теплопроводность) и импульса молекул (внутреннее трение, или вязкость). Все эти явления обусловлены тепловым движением молекул. Макроскопическое движение, возникшее в жидкости или газе под действием внешних сил, называется *течением*. Если внешние силы не

поддерживаются на одном и том же уровне, то течение постепенно прекращается. Очевидно, что это происходит под действием сил сопротивления, существующих внутри жидкостей и газов. Силы такого внутреннего трения присущи всем реальным газам и жидкостям. Эти силы приводят к появлению *вязкости*.

Происхождение сил сопротивления можно объяснить следующим образом. При небольших скоростях, когда за телом, движущимся в жидкости, не образуются вихри, происходит идеальное обтекание тела жидкостью. В этом случае говорят о ламинарном течении. Сила сопротивления при ламинарном течении вызвана только вязкостью жидкости. В этом случае прилегающие к телу слои жидкости движутся вместе с телом. Но граничащие с телом слои также увлекаются в движение силами межмолекулярного сцепления. Так создаются силы сопротивления, тормозящие относительное движение твердого тела и жидкости. Величину этих сил трения можно рассчитать с помощью формулы Ньютона:

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} S,$$

где η – коэффициент динамической вязкости; $-\frac{dv}{dr}$ – градиент скорости течения жидкости или газа в направлении, перпендикулярном вектору скорости; S – площадь поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости.

Из формулы Ньютона следует, что физический смысл коэффициента динамической вязкости η заключается в том, что он численно равен силе действующей на единицу площади поверхности, параллельной скорости течения газа или жидкости, при единичном градиенте скорости в направлении, перпендикулярном вектору скорости. Единицей измерения коэффициента вязкости является Па·с = кг/(м·с).

Французским ученым Пуазейлем был установлен закон течения жидкости в тонкой цилиндрической трубке. Этот закон формулируется следующим образом: объем Q жидкости, протекающий через поперечное сечение трубки радиусом R_0 за время τ при установившейся разности давлений ΔP на концах трубки l , прямо пропорционален величине перепада давлений ΔP на ее концах, четвертой степени диаметра d трубки, времени протекания τ и обратно пропорционален длине трубки l и коэффициенту вязкости η . Следовательно,

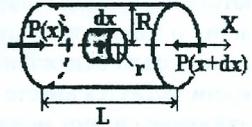
$$Q = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8 \eta l}.$$

Из формулы Пуазейля получаем рабочую формулу для определения коэффициента вязкости

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8 \cdot Q l}.$$

Явление вязкости связано с перемещением слоев жидкости или газа, обладающих различной скоростью упорядоченного движения относительно друг друга, при этом молекулы разных слоев обмениваются импульсами, проникая, благодаря хаотическому тепловому движению, в другие слои. При этом более быстрые молекулы стремятся ускорить более медленный слой, а молекулы с меньшей скоростью стремятся затормозить более быстрый слой.

Рассмотрим течение вязкого газа по прямолинейной цилиндрической трубе. Предположим что течение ламинарно, т.е. слои газа движутся без перемешивания; газ при небольших изменениях давления несжимаем; движение установившееся; газ полностью “смачивает”



стенки трубы, т.е. скорость у стенок равна нулю, а в центре трубы - максимальная. Скорость газа вдоль линия тока в трубе постоянна, она может меняться только вдоль радиуса, т.е. $v = v(r)$. Рассмотрим участок трубы длиной L и радиуса R . Ось трубы выберем за ось X , направленную в сторону течения. Выделим в трубе произвольную бесконечно короткую цилиндрическую часть длины dx и радиуса r . В соответствии с законом Ньютона на ее боковую поверхность действует касательная сила внутреннего трения

$$dF = -\eta \frac{dv}{dr} S = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r dx = -2\pi r \eta \frac{dv}{dr} dx. \quad (13-1)$$

На основания цилиндра вдоль той же оси действует сила разности давления

$$dF_1 = \pi r^2 (P(x) - P(x + dx)) = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx. \quad (13-2)$$

При установившемся течении эти силы должны уравновешивать друг друга, иначе поток выливающейся жидкости не будет постоянным. Поэтому

$$-2\pi r \eta \frac{dv}{dr} dx = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx.$$

или

$$2\eta \frac{dv}{dr} dx = r \frac{dP}{dx} dx \quad (13-3)$$

Производная $\frac{dv}{dr}$ как и скорость не меняется по x , поэтому должна быть постоянной и производная $\frac{dP}{dx}$, численно равная отношению разности давлений к длине трубы $\frac{\Delta P}{L}$, где ΔP – разность давлений на входе и выходе трубы. В результате приходим к уравнению

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\eta l} \cdot r, \quad (13-4)$$

интегрируя которое, получим

$$v = -\frac{\Delta P}{4\eta l} \cdot r^2 + C.$$

На стенке трубы (при $r = R$) скорость $v = 0$, поэтому

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta l} \cdot (R^2 - r^2). \quad (13-5)$$

Из (13-5) видно, что при удалении от оси скорость меняется по параболическому закону.

Объем газа, вытекающего через кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ за время τ равен

$$dQ = l \cdot dS = (v\tau) \cdot 2\pi r dr = \frac{\Delta P \tau}{4\eta l} \cdot (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} (R^2 - r^2) r dr.$$

Объем газа, вытекающего через поперечное сечение всей трубы за время τ , найдем путем интегрирования этого выражения от 0 до R :

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{R_0} \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} (R_0^2 r - r^3) dr = \frac{\pi \Delta P \tau}{2\eta l} \int_0^{R_0} (R_0^2 r - r^3) dr = \frac{\pi \tau \Delta P}{2\eta l} \left(R_0^2 \int_0^{R_0} r dr - \int_0^{R_0} r^3 dr \right) = \\ &= \frac{\pi \tau \Delta P}{2\eta l} \left(R_0^2 \frac{r^2}{2} \Big|_0^{R_0} - \frac{r^4}{4} \Big|_0^{R_0} \right) = \frac{\pi \tau \Delta P}{2\eta l} \left(\frac{R_0^4}{2} - \frac{R_0^4}{4} \right) = \\ &= \frac{\pi \tau \Delta P}{2\eta l} \left(\frac{2R_0^4}{4} - \frac{R_0^4}{4} \right) = \frac{\pi \tau \Delta P}{2\eta l} \frac{R_0^4}{4} = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8l\eta}. \end{aligned} \quad (13-6)$$

Из (13-6) находим коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{\pi R_0^4 \Delta P \tau}{8lQ}. \quad (13-7)$$

Это выражение называется формулой Пуазейля.

Предположения, которые были использованы при выводе (13-7), не совсем справедливы для реальных газов. Тем не менее, при рассматриваемых условиях предположения о несжимаемости газа и ламинарности течения – вполне законны. Для доказательства правомерности допущения о несжимаемости газа используем уравнение Бернулли, связывающее гидродинамическое давление со скоростью течения газа плотностью ρ в горизонтальной трубе:

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2). \quad (13-8)$$

Но неподвижный манометр, введенный в газ, если он повернут отверстием навстречу потоку, искажает характер потока, т.к. скорость молекул газа перед манометром станет равной нулю ($V_2 = 0$), следовательно, (13-8) примет вид:

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}. \quad (13-9)$$

Итак, неподвижный манометр покажет давление на $\frac{\rho v_1^2}{2}$ большее, чем манометр, движущийся вместе с потоком. Это избыточное давление возникает вследствие того, что частицы газа, затормаживаясь перед манометром, сближаются, и поэтому давление повышается. Это дополнительное сжатие газа тем менее заметно, чем меньше $\frac{\rho v^2}{2}$ по сравнению с измеряемым давлением (но не по сравнению разностью давлений). Поэтому после проведения опыта необходимо проверить, существенную ли ошибку вносит предположение о несжимаемости газа, для чего определяем скорость истечения газа v и убеждаемся, что

$$\frac{\rho v^2}{2} \ll P_{атм}. \quad (13-10)$$

В основу проверки законности допущения о ламинарности течения газа можно положить следующие соображения: характер потока газа, т.е. характер распределения скоростей по сечению трубы, определяется величиной соотношения между запасом энергии движущегося потока и энергией, необходимой для преодоления сил внутреннего трения. Это соотношение носит название числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{A_{инерция}}{A_{трения}}, \quad (13-11)$$

Рассмотрим движение газа в трубке l и радиуса R . Средняя скорость текущего газа равна

$$v_{cp} = \frac{Q}{S\tau} = \frac{Q}{\pi R^2 \tau}. \quad (13-12)$$

Подставив сюда значение Q из (13-6), получим:

$$v_{cp} = \frac{\pi R_0^4}{8\eta l \pi R_0^2 \tau},$$

откуда

$$\pi R^2 \Delta P = 8\eta l \pi v_{cp}.$$

Здесь $\pi R^2 \Delta P$ – разность сил давления, равная силе трения F , действующей на весь столб газа l со стороны трубы. При перемещении этого столба на расстояние l сила трения совершат работу

$$A_T = 8\pi l^2 \eta v_{cp}. \quad (13-13)$$

С другой стороны, кинетическая энергия единицы движущегося объема газа равна $\frac{\rho v_{cp}^2}{2}$, а энергия движения всей массы газа равна

$$A_{\text{движения}} = \frac{\rho v_{cp}^2}{2} l \pi R_0^2 = \frac{\rho v_{cp}^2}{2} \pi l^3. \quad (13-14)$$

Следовательно, число Рейнольдса примет вид:

$$Re = \frac{\rho v_{cp} R_0}{16 \eta}. \quad (13-15)$$

Обычно коэффициент $1/16$ отбрасывают и числом Рейнольдса называют выражение

$$Re = \frac{\rho v_{cp} R_0}{\eta} = \frac{\rho \frac{Q}{\pi R_0^2 \tau} R_0}{\eta} = \frac{\rho Q R_0}{\pi R_0^2 \pi \eta} = \frac{\rho Q}{\pi R_0 \pi \eta}. \quad (13-16)$$

Чем меньше Re , тем большую роль играют силы вязкости в движении газа. Опытным путем установлено, что при $Re < 1100$ течение ламинарное, при $1100 < Re < 2000$ неустойчивое, а при $Re > 2000$ турбулентное. Рассчитав после опыта число Рейнольдса, можно определить режим течения. При проведении вычислений не забудьте, что ρ – плотность газа.

Во многих задачах можно считать, что молекулы при взаимных столкновениях ведут себя как абсолютно упругие шары. Диаметр такого шара отличается от реального диаметра молекулы. Эффективным диаметром d_3 называется минимальное расстояние, на которое могут сблизиться две молекулы при соударениях. Между двумя последовательными соударениями молекулы газа в среднем проходят расстояние, называемое средней длиной свободного пробега λ .

Средняя длина λ свободного пробега молекул газа вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{3\langle \eta \rangle}{m \langle v \rangle n} = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d_3^2}, \quad (13-17)$$

где m – масса молекул газа, n – концентрация молекул газа, $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул газа.

Средняя арифметическая скорость молекул газа равна

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \quad (13-18)$$

Учебное издание

Составитель:
Виктор Иванович Гладковский

Методические указания

к выполнению лабораторной работы М13
**”ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА”**

Ответственный за выпуск: Гладковский В.И.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано в печать 02.01.2016 г. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 0,93. Уч. изд. л. 1,0. Заказ № 1363. Тираж 50 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный
технический университет» 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.