

## Благодарности

Исследование осуществлено в рамках задания Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ) на выполнение научно-исследовательской работы (договор № Т23РНФМ-060).

## Литература

1. Павлова, И. П. Верификация модифицированной деформационной модели напрягающего фибробетона на фоне экспериментальных исследований / И. П. Павлова, И. В. Белкина, А. А. Лизогуб // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Сер. 6. Тэхніка. – 2023. – Т. 13. – № 2. – С. 74–87.

2. Tur, V. V. Experimental and theoretical study of the reinforced concrete flat slabs with the central support loss / V. V. Tur, A. V. Tur, A. A. Lizahub // Building and Reconstruction. – 2023. – Vol. 1, № 1. – С. 77–103.

УДК 624.014

## НОРМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ОБЛАСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*В. В. Надольский*

*К. т. н., доцент, доцент кафедры технологии строительного производства БрГТУ,  
Брест, Беларусь, Nadolski@mail.by*

## Реферат

За последние десятилетия существенно возросло применение компьютерного конечно-элементного моделирования в области проектирования стальных конструкций. Многие формульные, рутинные проверки заменяются более «продвинутыми» численными моделями. Однако применение численного моделирования не отражено должным образом в нормативных документах. Данная ситуация в первую очередь осложняется интенсивным развитием этого направления, поэтому научные исследования не успевают внедрять в нормативные документы. Передовые исследования последних 10–20 лет не нашли отражения в отечественных нормах, а существующие указания устарели либо разобщены по разным частям нормативных документов. В строительных правилах по проектированию стальных конструкций СП 5.04.01-2021 содержатся только общие фразы по применению численных моделей. ТКП EN 1993 содержит более подробную информацию о типах численного анализа и указаниях по их применению, однако, учитывая то, что этот стандарт разрабатывался до 2004 г. и после этого не претерпел существенных обновлений, следует констатировать, что он также устарел. Данное обзорное исследование направлено на систематизацию типов численного анализа с указаниями по их применению при проектировании стальных строительных конструкций.

**Ключевые слова:** структурный анализ, компьютерное моделирование, численные модели сопротивления, особое воздействие, существующие конструкции.

# STANDARDS IN THE FIELD OF COMPUTER MODELING OF STEEL STRUCTURES

*V. Nadolski*

## **Abstract**

Over the past decade, the use of computer finite element modeling in the field of steel design has increased significantly. Many classical checks are being replaced by more "advanced" numerical models. However, the application of numerical models is not properly reflected in regulatory documents. This situation is primarily complicated by the intensive development of this area, so scientific research does not have time to implement in regulatory documents. The advanced research of the last 10–20 years has not been reflected in domestic norms, and the existing guidelines are outdated or divided into different parts of regulatory documents. The building regulations for the design of steel structures SP 5.04.01-2021 contain only general phrases for the use of numerical models. TCP EN 1993 contains more detailed information about the types of numerical analysis and instructions for their application, however, given that this standard was developed before 2004 and has not undergone significant updates since then, it should be noted that it is also outdated. This review study is aimed at systematizing the types of numerical analysis with instructions for their use in the design of steel building structures.

**Keywords:** structural analysis, numerical models of resistance, accidental action, existing structures.

## **Введение**

С учетом современного развития оборудования и методов реализации вычислительных операций, возросло применение компьютерных технологий и разнообразие типов численного моделирования (численного анализа, компьютерного моделирования, конечно-элементного моделирования), применяемых в области проектирования стальных конструкций [1–7]. Многие формульные, рутинные проверки заменяются более «продвинутыми» численными моделями. Однако применение численного моделирования не отражено должным образом в нормативных документах. Данная ситуация, в первую очередь, осложняется интенсивным развитием этого направления, поэтому научные исследования не успевают внедрять в нормативные документы. Передовые исследования последних 10–20 лет не нашли отражения в отечественных нормах, а те указания, которые существуют, устарели либо разобщены по разным частям нормативных документов.

Базовый документ по проектированию строительных конструкций СН 2.01.01 с 2019 года допускает применение численных моделей для оценки несущей способности и проверки предельных состояний. С 2020 года в СП 5.03.01-2020 «Бетонные и железобетонные конструкции» внесены указания и требования по применению численных моделей сопротивления и оценке параметров надежности для проверок предельных состояний. Следует отметить, что это одно из эволюционных внедрений в отечественные нормы, которые существенно меняют возможности проектирования и открывают большие перспективы. Указания СП 5.03.01-2020 не являются исчерпывающими, из-за чего

могут быть подвержены критике о невозможности полноценного применения и т. д. Однако необходимо учитывать тот факт, что направление является новым во всем мире. В строительных правилах по проектированию стальных конструкций СП 5.04.01-2021 содержатся только общие фразы по применению численных моделей. ТКП EN 1993 содержит более подробную информацию о типах численного анализа и указаниях по их применению [8, 9], однако, учитывая то, что этот стандарт разрабатывался до 2004 г. и после этого не претерпел существенных обновлений, следует констатировать, что он также устарел.

Данное обзорное исследование направлено на систематизацию типов численного анализа с указаниями по их применению при проектировании стальных строительных конструкций.

### **Метод**

Статья является обзорной, поэтому основным методом исследования является аналитический обзор и анализ литературных источников с последующей систематизацией информации.

### **Результаты и обсуждение**

**Типы численного анализа.** Первым принципиальным разделением численных анализов является разделение на линейные и нелинейные. Если связь между нагрузкой на конструкцию и ее реакцией (напряжениями, деформациями и перемещениями) является линейной, то поведение конструкции называется линейным поведением, а соответствующий анализ – линейным анализом. В противоположном случае структурное поведение называется нелинейным поведением, а анализ – нелинейным анализом.

Структурные нелинейности возникают из следующих источников:

а) большие перемещения (которые изменяют геометрию конструкции, влияют на уравнения равновесия) и большие деформации (вызывающие нелинейную зависимость между перемещениями и деформациями в геометрических уравнениях), так называемая, геометрическая нелинейность;

б) нелинейная зависимость “напряжение-деформация”, так называемая, физическая нелинейность (материала);

в) изменение стадии работы соединения, состояния контакта во время расчета (топологическая/контактная нелинейность), обычно это связано с геометрической нелинейностью, возникающей при значительных перемещениях.

Нелинейность также может быть вызвана упругими конструктивными элементами в сборке, где происходит резкое изменение жесткости, например, переход тонкого элемента из растянутого состояния в сжатое (или наоборот). Нелинейное поведение соединений является еще одним источником структурной нелинейности.

Линейный анализ можно использовать, если ни одна из вышеперечисленных нелинейностей не существенная или если нелинейность учитывается формульными проверками. Если какой-либо источник нелинейности является необходимой частью оценки несущей способности посредством численной модели, то следует применять нелинейный анализ для данного источника.

При использовании линейного анализа применим принцип суперпозиции, и решение не зависит от истории нагружения. Если используется нелинейный анализ, необходимо выполнить отдельный анализ каждого нагружения или

комбинации нагружений. В нелинейном анализе применение частичных коэффициентов может быть нетривиальным. Наиболее распространенный случай, когда нагрузки или комбинацию нагрузок умножают на соответствующие частичные коэффициенты по нагрузке вместе с коэффициентами комбинации, и все приложенные нагрузки ступенчато увеличиваются в нелинейном анализе. Однако возможен случай, когда результирующий эффект умножается на частный коэффициент.

Схематично все типы численного анализа можно свести в таблицу (представлено в таблице 1).

**Таблица 1** – Типы численного анализа в зависимости от учета геометрической, физической нелинейности и несовершенств

Тип анализа	Геом. нелин.	Физ. нелин.	Несов.
Линейный анализ (линейный упругий анализ, упругий анализ первого порядка, анализ с учетом только упругих деформации стали по недеформированной схеме) (LA)	нет	нет	нет
Физически нелинейный анализ (MNA, M-NA)	нет	да	нет
Геометрически нелинейный анализ (GNA, G-NA) (анализ по деформированной схеме)	да	нет	нет
Упрощенный геометрически нелинейный анализ (P-Δ, P-δ), анализ второго порядка или анализ с учетом эффектов второго порядка	да	нет	нет
Геометрически и физически нелинейный анализ (GMNA, GM-NA)	да	да	нет
Геометрически нелинейный анализ с несовершенствами (GNIA, GI-NA)	да	нет	да
Геометрически и физически нелинейный анализ с несовершенствами (GMNIA, GMI-NA)	да	да	да

Далее более подробно рассмотрим каждый тип численного анализа.

*Линейный анализ* (международная аббревиатура LA) оценивает поведение конструкции на основе малых перемещений и малых деформаций и линейно-упругого материала для идеальной геометрии моделируемой конструкции. Линейность следует из предположений о линеаризации всех уравнений строительной механики: физических уравнений (линейная упругая связь между напряжением и деформацией), геометрических уравнений (малые деформации) и уравнений равновесия (малые перемещения). Этот тип анализа в основном применяется для определения эффектов воздействий с последующими проверками на основании формульных моделей сопротивления. В отдельных случаях может применяться для прямой оценки несущей способности, если геометрическая нелинейность не существенна, проблемы устойчивости не актуальны, и в качестве критерия предельного состояния используются упругие деформации или напряжения. Если применяется линейный анализ, то вычисленные внутренние силы, перемещения или напряжения не учитывают эффекты второго порядка, большие деформации или нелинейность материала. Все эти эффекты следует учитывать при последующих «формульных» проверках конструкции.

*Бифуркационный анализ* (линейный бифуркационный анализ, упругий анализ потери устойчивости) (международная аббревиатура BA, LBA) оценивает значения критических сил и собственные формы потери устойчивости. Несовершенства любого рода игнорируются. Бифуркационный анализ применяют для следующих задач: (i) определение критических сил (длин потери устойчивости) и собственных форм потери устойчивости конструкции, которые будут использоваться в последующих формульных проверках, (ii) определение собственных форм потери устойчивости для применения в качестве геометрического или эквивалентного геометрического несовершенства для нелинейного анализа, или (iii) для проверки структурного поведения анализируемой конструкции.

*Физически нелинейный анализ* (международная аббревиатура MNA) выполняют для идеальной конструкции по недеформированной схеме с использованием предположений о малых перемещениях, малых деформациях, но с учетом неупругих деформаций материала. Результат физически нелинейного анализа можно использовать для расчета пластического сопротивления сечения или для оценки механизма пластического разрушения. Проектное сопротивление может быть определено с использованием этого типа анализа только в том случае, если конструкция не чувствительна к эффектам второго порядка (к геометрической нелинейности) и вид разрушения не чувствителен к несовершенствам. Приняв в анализе идеальный линейный закон упруго-идеально пластического материала без деформационного упрочнения, можно утверждать, что этот тип анализа дает эталонное значение пластического сопротивления конструкции при данном сочетании нагрузок. Эталонное пластическое сопротивление может использоваться при последующих проверках конструкции для расчета относительной гибкости.

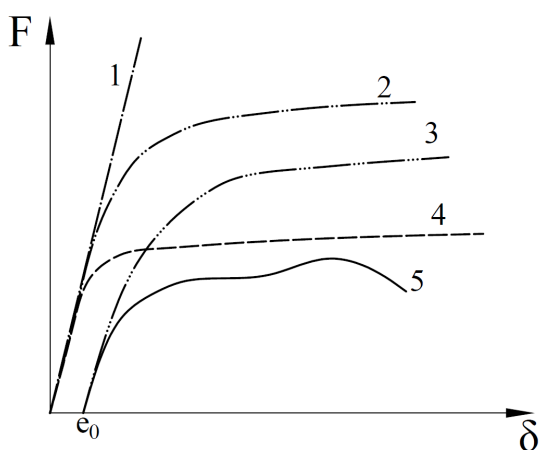
*Геометрически нелинейный анализ* (международная аббревиатура GNA) выполняют для идеальной конструкции с использованием линейного закона упругости материала и геометрической нелинейности. Геометрически нелинейный анализ можно использовать для определения внутренних сил, напряжений или результирующих напряжений в идеальной конструкции. Теоретически геометрически нелинейный анализ можно использовать для конструкций, которые не чувствительны к несовершенствам, но чувствительны к большим деформациям. Упрощенный геометрически нелинейный анализ, основанный на уравнении равновесия для деформированной конструкции, но с предпосылкой о “малых деформациях” как в линейном анализе, называется *анализом второго порядка или анализом с учетом эффектов второго порядка*. Геометрический нелинейный анализ следует применять для таких конструкций, где изменение геометрии может привести к значительному влиянию на распределение внутренних сил и напряжений. Следует отметить, что геометрический нелинейный расчет должен выполняться отдельно для каждого сочетания нагрузок, суперпозиция не применяется.

*Геометрически и физически нелинейный анализ* (международная аббревиатура GMNA) выполняют для идеальной конструкции. Этот тип анализа обычно применяется для прямой проверки сопротивления для конструкций не чувствительных к несовершенствам, например, конструкций, имеющих пластические виды разрушения (пластическое разрушение поперечного сечения, сопротивление сварных или болтовых соединений и т. д.).

*Геометрически нелинейный анализ с несовершенствами* (международная аббревиатура GNIA) выполняют для несовершенной структуры с использованием линейного упругого закона для материала и с учетом геометрических нелинейностей. Несοвершенства учитываются в явном виде и могут включать геометрические отклонения, отклонения в граничных условиях и влияние остаточных напряжений. Геометрически нелинейный анализ с несовершенствами можно использовать для определения внутренних сил, напряжений или результирующих напряжений в несовершенной конструкции. Обратите внимание, если в геометрической нелинейности рассматриваются допущения второго порядка, они называются внутренними силами, напряжениями второго порядка. Этот тип анализа обычно применяют для численных проектных расчетов, требующих последующих формульных проверок. Соответствующие проверки устойчивости могут быть преобразованы в проверки поперечного сечения или проверки напряжения, поэтому этот тип анализа широко используется в ежедневной практике проектирования. Суперпозиция не может быть применена, и для каждой комбинации нагрузок следует провести отдельный нелинейный анализ.

*Геометрически и физически нелинейный анализ с несовершенствами* (международная аббревиатура GMNIA) выполняют для несовершенной структуры с использованием допущений всех нелинейностей. Несοвершенства включены явно и могут включать геометрические отклонения, отклонения в граничных условиях и влияние остаточных напряжений. Геометрически и физически нелинейный анализ с несовершенствами можно применять для численных проектных расчетов с использованием прямой проверки сопротивления и для численного эксперимента. Раздельное моделирование геометрических несовершенств и остаточных напряжений обеспечивает наиболее точное представление фактической реакции конструкции. Однако эквивалентные геометрические несовершенства, учитывающие комбинированное влияние геометрических несовершенств и остаточных напряжений, обеспечивают хорошее приближение и широко используются для удобства и простоты моделирования [10] [11] [12].

Схематично вышеперечисленные типы анализа представлены на рисунке 1.



**1 – линейный; 2 – геометрически нелинейный; 3 – геометрически нелинейный с начальным несовершенством  $e_0$ ; 4 – физически нелинейный; 5 – геометрически и физически нелинейный с начальным несовершенством  $e_0$**

*Рисунок 1 – Зависимость «нагрузка-перемещение» для разных типов численного анализа*

## **Нормативное применение разных типов численного анализа при проектировании стальных конструкций**

*Определение гибкости элемента.* В этом случае применение численных методов направлено на снижение неопределенности определения расчетной длины элемента. Линейный упругий бифуркационный анализ и физически нелинейный анализ могут применяться для определения гибкости конструкции. В этом случае относительная гибкость должна быть рассчитана в соответствии с выражением

$$\lambda = \sqrt{F_c / F_{cr}}, \quad (1)$$

где  $F_{cr}$  — наименьшее значение критической нагрузки;  $F_c$  — значение нагрузки, вычисленное исходя из сопротивления поперечного сечения.

Сопротивление поперечного сечения может быть определено посредством физически нелинейного анализа или формульных моделей. Консервативное значение может быть получено с использованием линейного анализа. Соответствующие значения  $F_{cr}$  и  $F_c$  могут определяться для каждой отдельной составляющей нагружения (осевой силы, изгибающего момента) или для полного нагружения. Применение относительной гибкости следует интерпретировать в соответствии с рассматриваемым видом нагружения.

*Определение эффектов второго порядка.* Принцип, лежащий в основе этого подхода, заключается в предположении, что проверка устойчивости может быть заменена геометрически нелинейным анализом с несовершенствами, на основании которого определяют внутренние силы или напряжения второго порядка, с последующими проверками сопротивления по формульным моделям. При этом возможны два случая реализации данного подхода. Первый, когда отдельный проверяемый вид потери устойчивости можно заменить геометрически нелинейным анализом с эквивалентными несовершенством и проверкой устойчивости на основе конструктивной длины элемента. Этот подход широко используется для общей проверки устойчивости всей конструкции с использованием глобальных эквивалентных геометрических несовершенств. Второй подход основан на применении геометрически нелинейного анализа с эквивалентными несовершенствами. В рамках этого подхода моделируют все возможные несовершенства, связанные с различными формами потери устойчивости, в том числе с формами кручения, а проверка потери устойчивости может быть заменена проверкой прочности.

### **Параметры численного анализа**

Результат нелинейных расчетов часто зависят от параметров (настроек), заданных программному обеспечению для управления ходом нелинейного анализа (далее используется термин *параметры решения*). Ниже представлены наиболее значимые параметры решения для нелинейного анализа. Параметры решения могут существенно повлиять на точность и эффективность нелинейного анализа.

*Активация геометрической нелинейности.* Геометрически нелинейный анализ должен быть активирован, когда этого требует критерий предельного состояния, например, при проверках устойчивости сжатых элементов. При выполнении геометрически нелинейного анализа использование только эффектов

второго порядка обычно допускается для рамных конструкций, но не для конструкций, включающих тросы и оболочки, для которых требуется реализация полностью нелинейного анализа, включающего большие перемещения и большие деформации.

*Активация физической нелинейности.* Физически нелинейный анализ требует задания нелинейной зависимости “напряжение-деформация” в качестве модели материала. Следует уделять внимание выбору нелинейной модели материала с учетом площадки текучести и зоны деформационного упрочнения стали.

*Задание параметров управления нагрузкой,* размером шага нагрузки (в данном контексте под «нагрузкой» интерпретируется в общем смысле, как сила, так и перемещение). Во всех нелинейных анализах настройки решения должны включать определенное количество шагов нагрузки (временных шагов) вместе с выбранными типами и критериями сходимости. Меньшие шаги нагрузки (временные шаги) и корректировка размера шага во время анализа могут улучшить сходимость и точность решения.

Во всех нелинейных анализах каждый шаг нагружения требует нескольких *итераций*, чтобы программное обеспечение достигло *сходимости решения* (конвергентного решения). Каждая итерация включает в себя решение подзадачи, постепенно приближаясь к результату, который удовлетворяет требованиям равновесия, совместимости и материального закона. Точность решения зависит от предопределенных критериев сходимости. Успешное решение достигается, когда выбранная норма неуравновешенных нагрузок или перемещений меньше заданного критерия сходимости. Как правило, для стальных конструкций при использовании полного подхода Ньютона-Рафсона для нелинейного решения коэффициент сходимости равный 0,1 % евклидовой нормы, основанной на остаточной силе, обеспечивает соответствующую точность для несущей способности. Выбранная программа КЭ для нелинейных задач должна быть в состоянии проверить, по крайней мере, несколько из следующих *критериев сходимости*: сил, перемещений, поворотов, моментов. Проверки сходимости моментов или поворотов требуются в моделях, в которых стержневые элементы или оболочки применяются в расчетах конструкции каркаса.

При выборе размеров шага нагрузки следует учитывать четыре аспекта:

- малый размер начального шага нагрузки может обеспечить лучшую сходимость в начале расчетов, особенно если в модели используются контактные элементы;

- задание небольшого среднего размера шага нагрузки обычно увеличивает время вычислений;

- применение большого шага минимальной нагрузки часто приводит к неустойчивости решения, особенно в зоне предельной нагрузки;

- на линейной части траектории нагрузки-перемещения можно использовать большие шаги нагрузки для достижения более быстрого расчета, но размер шага нагрузки следует уменьшить, как только нелинейные эффекты станут значительными.

Когда проблемы со сходимостью возникают из-за геометрической нелинейности, часто полезно уменьшить размер шага нагрузки. Там, где проблемы схо-



димости возникают из-за топологической нелинейности, могут помочь уменьшение размера шага нагрузки, переход на элементы более низкого порядка, изменение контактной жесткости.

В большинстве программ КЭ имеется возможность автоматической оптимизации размеров шага нагрузки. Автоматическая пошаговая процедура нагружения стремится сократить время решения, регулируя размер каждого шага нагружения. Если присутствуют нелинейности, автоматическое ступенчатое изменение нагрузки дает дополнительное преимущество в виде соответствующего увеличения нагрузки и позволяет вернуться к предыдущему конвергентному решению, если сходимости не достигается.

*Активация эффекта предварительного напряжения*, если это необходимо. Обычно эффекты предварительного напряжения реализуются в пределах первого шага нагрузки. Эффекты предварительного напряжения могут определяться температурными нагрузками или прямыми специфическими элементами предварительного напряжения, включенными в некоторые программы КЭ.

*Задание вариантов численной стабилизации модели* (вычислительной устойчивости). Решения, полученные методами численной стабилизации, приводят к приближенным результатам. Стабилизация может помочь решить проблемы сходимости, но также может повлиять на точность. После завершения анализа следует проверить энергию и силы стабилизации, чтобы проверить, не являются ли они чрезмерными. Также рекомендуется применять стабилизацию к аналогичным структурным задачам, для которых известен результат, чтобы можно было определить достигнутую степень приближения.

После завершения нелинейного анализа следует убедиться, что был реализован наиболее опасный путь нагрузки-перемещения. Появление отрицательных собственных значений на траектории нагрузки дает четкое указание на то, что бифуркация могла быть пропущена.

### **Выводы**

В статье систематизированы типы численных анализов структурного поведения стальных конструкций. Отражены особенности каждого типа численного анализа и представлены рекомендации по назначению параметров численного нелинейного анализа. Проанализированы области применения разных типов численного анализа в отечественных нормах проектирования. Согласно ТКП EN 1993 численные методы анализа могут применяться для следующих целей: определение эффектов воздействий; определение гибкости элемента с последующими формульными проверками устойчивости элемента; определение эффектов второго порядка с последующими формульными проверками сопротивления элемента по устойчивости на основе конструктивной длины; определение эффектов второго порядка с последующими формульными проверками сопротивления сечения по прочности; определение непосредственно несущей способности. Хотя строительные нормы СН 2.01.01 и строительные правила допускают применение численных моделей для прямой оценки несущей способности и проверки предельных состояний, однако строительные правила СП 5.04.01 не содержат указаний по разработке моделей и оценке результатов.

## Литература

1. Graciano, C. Steel plate girder webs under combined patch loading, bending and shear / C. Graciano, A. Ayestarán // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2013. – Vol. 80. – P. 202–212.
2. Interaction behaviour of steel I-girders P. I: Longitudinally unstiffened girders / B. Kövesdi [et al.] // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2004. – Vol. 103. – P. 327–343.
3. Interaction behaviour of steel I-girders; P. II: Longitudinally stiffened girders / B. Kövesdi [et al.] // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2004. – Vol. 103. – P. 344–353.
4. Nadolski, V. Pilot numerical analysis of resistance of steel beams under combined shear and patch loading / V. Nadolski // *Proceedings of conference Modelling in Mechanics 2022, Ostrava, 26–27 May 2022 / Ostrava : VSB – Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering, Fakulta stavební*. – 2022. – P. 21–28.
5. Influence of patch load length on plate girders. Part II: Numerical research / S. Kovacevic [et al.] // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2019. – Vol. 158. – P. 213–229.
6. Sinur, F. Moment – shear interaction of stiffened plate girders – Tests and numerical model verification / F. Sinur, D. Beg // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2013. – Vol. 85. – P. 116–129.
7. Надольский, В. В. Параметры численных моделей несущей способности для стальных элементов / В. В. Надольский // *Строительство и реконструкция*. – 2023. – № 1 (1). – С. 43–56.
8. Мартынов, Ю. С. Особенности статического расчета по ТКП EN 1993-1-1 / Ю. С. Мартынов, В. В. Надольский // *Строительная наука и техника*. – 2011. – № 4 (37). – С. 50–53.
9. Надольский, В. В. Проверка устойчивости стальных элементов согласно ТКП EN 1993-1-1 / В. В. Надольский, Ф. А. Вережка // *Теория и практика исследований, проектирования и САПР в строительстве : сб. статей Междунар. науч.-техн. конф., 27 марта 2020 г. / редкол.: Н. Н. Шалобыта [и др.]*. – Брест : БрГТУ, 2020. – С. 126–133.
10. Lindner, J. Verification of flexural buckling according to EN 1993-1-1 using bow imperfections / J. Lindner, U. Kuhlmann, A. Just // *Steel Construction*. – 2016. – Vol. 9. – P. 349–362.
11. Lindner, J. Initial bow imperfections  $e_0$  for the verification of flexural buckling according to Eurocode 3 Part 1-1 – additional considerations / J. Lindner, U. Kuhlmann, F. Jörg // *Steel Construction*. – 2018. – Vol. 11. – P. 30–41.
12. Walport, F. Equivalent bow imperfections for use in design by second order inelastic analysis / F. Walport, L. Gardner, D. A. Nethercot // *Structures*. – 2020. – Vol. 26. – P. 670–685.