В.М. Ракецкий
Беларусь, Брест, БрГТУ

ЗАДАЧА О МАКСИМАЛЬНОМ СРЕДНЕМ АРИФМЕТИЧЕСКОМ И АЛГОРИТМ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Даны два конечных множества неотрицательных действительных чисел: D_1 и D_2. Необходимо сформировать третье множество D_3, которое включает все числа из D_1 и часть чисел из D_2, таким образом, чтобы среднее арифметическое чисел из D_3 было максимальным. Подобная задача встречается на практике, в частности, в бухгалтерском учете при расчете отпускных работников предприятий и организаций.

Поскольку множества D_1 и D_2 конечны, то, очевидно, задача может быть решена методом перебора. Однако несложный анализ позволяет предложить эффективный алгоритм, не требующий полного или частичного перебора элементов множества D_Σ.

Действительно, пусть $D_3^* = D_1 \cup D_2^*$ — искомое оптимальное множество, $D_2^* \subseteq D_2$. Имеет место следующее утверждение: $\max\limits_{d \in D_2 \setminus D_2^*} d \le \min\limits_{d \in D_2^*} d$, т.е. любое число из множества D_2, не вошедшее в оптимальное множество D_2^*, не превосходит любое число из D_2, вошедшее в оптимальное множество . Это факт позволяет предложить следующий простой алгоритм решения задачи.

1. Полагаем $D_2^* = \varnothing$ и сортируем множество чисел D_2 по убыванию.

2. Находим среднее арифметическое $d_{ср}$ чисел из $D_3^* = D_1 \cup D_2^*$ и выбираем число d_1, первое в множестве $D_2 \setminus D_2^*$ (в силу п.1 d_1 – максимальное число из множества $D_2 \setminus D_2^*$).

3. Если $d_1 > d_{ср}$, то включаем число d_1 в множество D_2^*. В противном случае работа алгоритма завершена, текущее множество D_2 оптимально, $D_3^* = D_1 \cup D_2^*$.

4. Если $D_2^* \neq D_2$, т.е. множество $D_2 \setminus D_2^*$ содержит хотя бы одно число, переходим к п. 2. В противном случае работа алгоритма завершена, $D_3^* = D_1 \cup D_2$ – оптимальное множество содержит все числа из D_2.