

## **Заключение**

Проведенные исследования показали, что электромагнитная сепарация стационарной плазмы существенно влияет как на состояние поверхности осаждаемых покрытий, так и на их свойства. Показано, что количество капель на поверхности покрытия AlTiSiN, полученного из сепарированной плазмы многократно ниже, чем для покрытий, сформированных в несепарированном потоке плазмы. Сепарированные покрытия демонстрируют максимальную твердость на уровне НК 3500–4000 и более низкий коэффициент трения по сравнению с покрытиями из не сепарированного потока плазмы. При этом морфология поверхности покрытий несильно сказывается на этом параметре.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Veprek, S., Reiprich. S. A concept for the design of novel superhard coatings / S. Veprek, S. Reiprich. // *Thin Solid Films*. – 1995. – Vol. 268, Is. 1–2. – P. 64–71.
2. Comparison of filtered high-current pulsed arc deposition ( $\phi$ -HCA) with conventional vacuum arc methods/ T. Witke [at al.] // *Surface and Coatings Technology*. – 2000. – Vol. 126. – P. 81–88.
3. Microstructure of (Ti,Si,Al)N nanocomposite coatings / S. Carvalho [at al.] // *Surface and Coatings Technology*. – 2004. – Vol. 177–178. – P. 369–375.
4. Microstructure and hardness of nanocrystalline  $Ti_{1-x-y}Al_xSi_yN$  thin films Materials / D. Rafaja [at al.] // *Science and Engineering: A*. – 2007. – Vol. 462, Is. 1–2. – P. 279–282.
5. Morstein. Characterization of thermally treated TiAlSiN coatings by TEM and nanoindentation / M. Parlinska-Wojtan [at al.] // *Surface and Coatings Technology*. 2004. – Vol. 188–189. – P. 344–350.

УДК 519.85

## **ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УСТРОЙСТВ СТАЦИОНАРНОГО НАГРЕВА**

**Глебов А.О.**

Тамбовский государственный технический университет,  
г. Тамбов, Российская Федерация

В настоящее время методы топологической оптимизации (ТО) находят широкое применение в различных предметных областях благодаря быстрому развитию вычислительной техники и прикладного программного обеспечения. На этапе поиска структуры (топологии) объекта методы параметрической оптимизации показывают низкую эффективность из-за сложности формализации задачи и трудоемкого вычисления градиента целевой функции, в то время как методы ТО позволяют приблизиться к наилучшему распределению материала в заданной области за приемлемое время.

За три последних десятилетия разработано более десятка методов ТО, однако наибольшее распространение получили дискретные методы (ESO - Evolutionary Structural Optimization и BESO – Bi-directional Evolutionary Structural Optimization) и непрерывные, основанные на модели материала SIMP [1,2]. Изначально эти методы разрабатывались для оптимизации конструкций, испытывающих механические нагрузки, по критерию механической податливости. Современные исследования направлены на расширение области применения ТО. Например, во многих предметных областях (вулканизация резинотехнических изделий, термообработка металлических деталей, отверждение композитов и т.д.) ставится задача обеспечения требуемых температурных полей или минимизации температурных перепадов. При этом в классической постановке задачи, в том числе в большинстве коммерческих систем конечно-элементного анализа, ТО осуществляется по критерию тепловой податливости:

$$\Theta = \int_{\Omega} q \operatorname{grad} T d\Omega, \quad (1)$$

где  $q$  – тепловой поток, Вт/м<sup>2</sup>;  $T$  – температура, °С;  $\Omega$  – расчетная область.

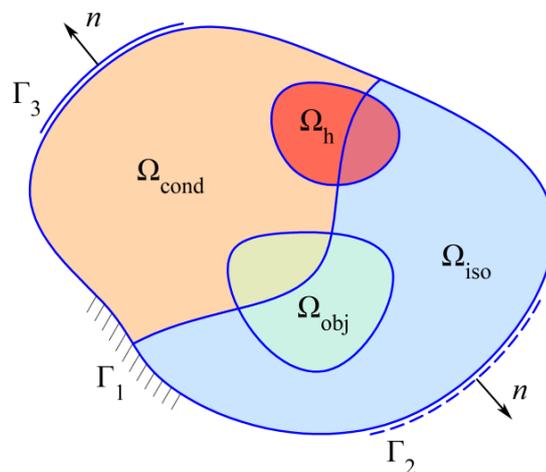
Оптимизация по данному критерию лишь в редких случаях находит практическое применение. Более актуальны задачи ТО по температурным критериям. Приведем в качестве примера постановку задачи ТО по критерию разности между максимальной и минимальной температурами в целевой области.

Рассмотрим тело произвольной формы, состоящее из двух непересекающихся областей  $\Omega_{\text{cond}}$  и  $\Omega_{\text{iso}}$  с коэффициентами теплопроводности  $\lambda_{\text{cond}}$  и  $\lambda_{\text{iso}}$  соответственно (см. рисунок 1). При этом полагаем, что  $\lambda_{\text{cond}} \gg \lambda_{\text{iso}}$ .

Процесс стационарной теплопроводности рассматриваемого тела описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\lambda \operatorname{div} \operatorname{grad} T + Q = 0, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт·м<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>;  
 $Q$  – удельное тепловыделение, Вт/м<sup>3</sup>.



**Рисунок 1 – Объект топологической оптимизации**

На внешних поверхностях тела  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_3$  заданы граничные условия 1, 2 и 3 рода соответственно.

$$T|_{\Gamma_1} = T_0; \quad (3)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = q_0; \quad (4)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = \beta(T - T_{\text{amb}}), \quad (5)$$

Существует также область  $\Omega_h$ , где задано удельное тепловыделение интенсивностью  $Q_0$ , Вт/м<sup>3</sup>.

На границе областей  $\Omega_{\text{cond}}$  и  $\Omega_{\text{iso}}$  обеспечивается идеальный тепловой контакт:

$$\lambda_{\text{cond}} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Omega_{\text{cond}}} = \lambda_{\text{iso}} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Omega_{\text{iso}}}; \quad T|_{\Omega_{\text{cond}}} = T|_{\Omega_{\text{iso}}}. \quad (6)$$

В объеме рассматриваемого тела задана целевая область  $\Omega_{\text{obj}}$ , где необходимо обеспечить равномерное температурное поле.

Постановка задачи топологической оптимизации в этом случае формулируется следующим образом. Необходимо найти такое геометрическое место точек, определяющих область  $\Omega_{\text{cond}}$ , чтобы разность между максимальной  $T_{\text{max}}^{\text{obj}}$  и минимальной  $T_{\text{min}}^{\text{obj}}$  температурами целевой области  $\Omega_{\text{obj}}$  достигала минимального значения при выполнении условий (2)-(6):

$$\Delta T^{\text{obj}} = T_{\text{max}}^{\text{obj}} - T_{\text{min}}^{\text{obj}} \rightarrow \min, \quad (7)$$

Для решения уравнения (2) будем использовать метод конечных элементов (МКЭ), реализуемый системой ANSYS. Запишем это уравнение в дискретном виде:

$$\mathbf{CT} = \mathbf{Q}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{C}$  – глобальная матрица теплопроводности;  $\mathbf{T}$  – глобальный вектор узловых температур;  $\mathbf{Q}$  – глобальный вектор тепловой нагрузки.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать метод эволюционной ТО, идея которого заключается в постепенном «удалении» неэффективного материала. Оценка эффективности основана на расчете чувствительности целевой функции к дискретному изменению свойств материала конечных элементов (КЭ).

В работе [3] описан метод эволюционной ТО устройств стационарного нагрева, основанный на решении системы уравнений (8) с вектором фиктивной тепловой нагрузки  $\mathbf{Q}_f$ :

$$\mathbf{CT}_f = \mathbf{Q}_f. \quad (9)$$

Согласно этому методу чувствительность целевой функции к дискретному изменению теплопроводности  $e$ -го КЭ (перехода КЭ из области  $\Omega_{\text{cond}}$  в область  $\Omega_{\text{iso}}$ ) можно приближенно определить по формуле

$$\alpha^e \approx \mathbf{T}_f^{eT} \mathbf{C}^e \mathbf{T}^e, \quad (10)$$

где  $\mathbf{C}^e$  – локальная матрица теплопроводности  $e$ -го КЭ;  $\mathbf{T}^e$  – локальный вектор действительных узловых температур  $e$ -го КЭ;  $\mathbf{T}_f^e$  – локальный вектор фиктивных узловых температур  $e$ -го КЭ.

Компоненты вектора  $\mathbf{Q}_f$  можно рассматривать как весовые коэффициенты [4]. Положительное значение коэффициента способствует минимизации температуры в соответствующем узле, отрицательное – максимизации. Предлагается использовать степенную функцию распределения весовых коэффициентов:

$$\forall(k \in N_{\text{obj}}) \Rightarrow Q_f^k = \left( \frac{2(T_k - T_{\text{avg}})}{\Delta T^{\text{obj}}} \right)^b, \quad (11)$$

где  $N_{\text{obj}}$  – множество номеров узлов целевой области  $\Omega_{\text{obj}}$ ;  $T_k$  – температура узла под номером  $k$ , °С;  $T_{\text{avg}}$  – средняя температура целевой области, °С;  $b$  – нечетное натуральное число.

Описанный метод является достаточно гибким, для выбора другой целевой функции достаточно изменить способ формирования вектора фиктивной тепловой нагрузки. Например, при минимизации максимального отклонения температуры от заданного значения  $T_{\text{set}}$  расчет вектора осуществляется следующим образом:

$$\forall(k \in N_{\text{obj}}) \Rightarrow Q_f^k = (T_k - T_{\text{set}})^b, \quad (12)$$

Минимизация средней температуры может быть осуществлена путем снижения температуры в каждом узле целевой области. При этом наибольшее внимание следует уделять областям высокой температуры:

$$\forall(k \in N_{\text{obj}}) \Rightarrow Q_f^k = \left( \frac{T_k - T_{\text{min}}^{\text{obj}}}{\Delta T^{\text{obj}}} \right)^b. \quad (13)$$

Поскольку разность  $(T_k - T_{\text{min}}^{\text{obj}})$  всегда неотрицательна, то показатель  $b$  в данном случае может принимать четные значения.

Алгоритм ТО методом ESO сводится к следующим действиям:

- 1) формирование расчетной области (построение сетки КЭ, задание нагрузок и граничных условий);
- 2) расчет температурного поля по уравнению (8);
- 3) расчет вектора весовых коэффициентов  $\mathbf{Q}_f$  для узлов целевой области  $\Omega_{\text{obj}}$ ;
- 4) решение системы уравнений (9) с фиктивной нагрузкой  $\mathbf{Q}_f$ ;
- 5) расчет значений  $\alpha^e$  для каждого КЭ по формуле (10);
- 6) выбор КЭ с минимальными значениями  $\alpha^e$  с учетом ограничения на скорость эволюции;
- 7) изменение теплопроводности выбранных КЭ на  $\lambda_{\text{iso}}$ .

Пункты 2-7 повторяются циклически до достижения оптимального решения, когда для всех КЭ выполняется  $\alpha^e \geq 0$ .

Для тестирования предложенного метода рассмотрим в двумерной постановке задачу ТО квадратной пластины по критерию разности температур в целевой области. Сторона пластины составляет 100 мм, на левой и верхней границах которой задана нулевая температура (см. рисунок 2):

$$T(0; y) = T(x; 0, 1) = 0 \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (14)$$

На нижнюю и правую границы действует тепловой поток:

$$q_y(x; 0) = q_x(0, 1; y) = 10^3 \text{ Вт/м}^2. \quad (15)$$

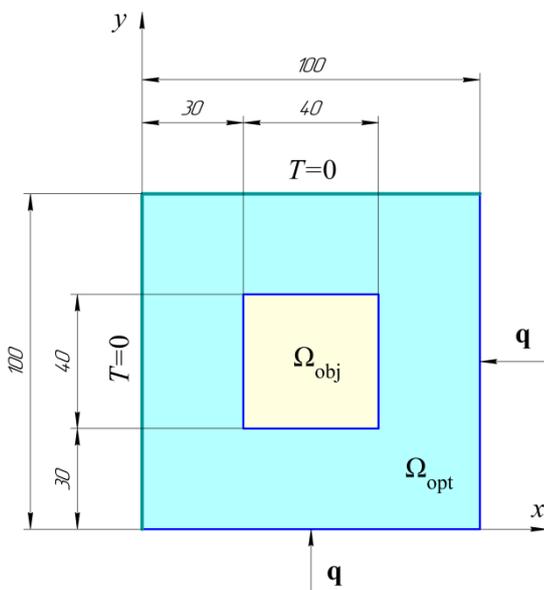


Рисунок 2 – Расчетная схема

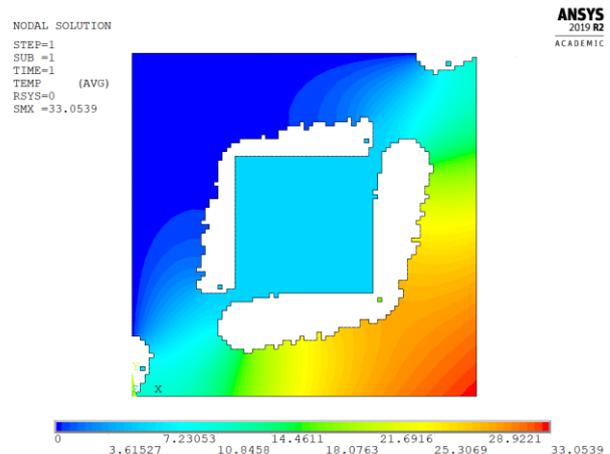
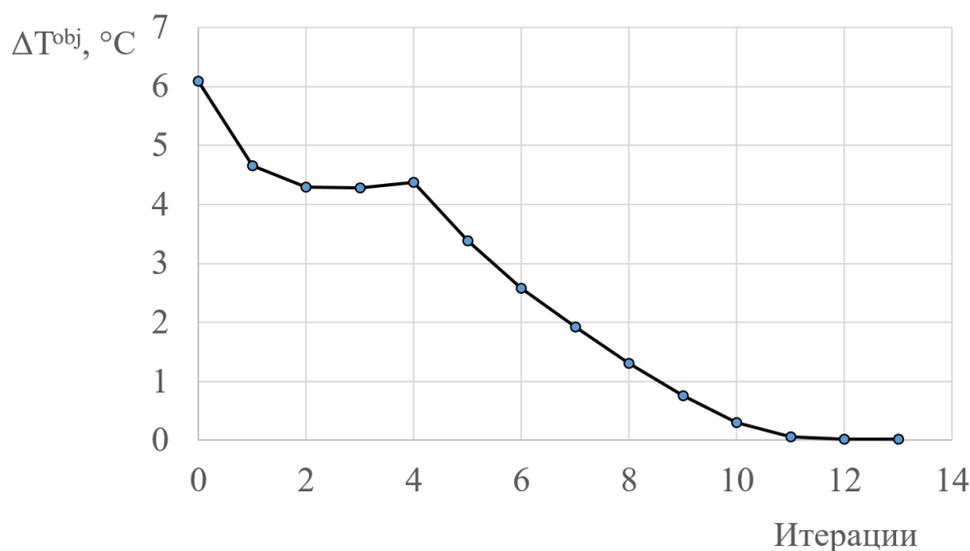


Рисунок 3 – Результат оптимизации

Целевая область  $\Omega_{obj}$  представляет собой квадрат размером 40 мм, расположенный по центру пластины. В данной задаче вводится также область  $\Omega_{opt}$ , за пределами которой оптимизация не проводится. В общем случае геометрия области  $\Omega_{opt}$  может быть произвольной, но по условию рассматриваемой задачи целевая область не пересекается с областью оптимизации:  $\Omega_{obj} \cap \Omega_{opt} = \emptyset$ . Таким образом, в центре пластины зафиксирована область высокой теплопроводности.

Коэффициенты теплопроводности составляют:  $\lambda_{cond} = 10 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $\lambda_{iso} = 10^{-3} \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\text{K}^{-1}$ . При таком низком значении теплопроводности  $\lambda_{iso}$  область  $\Omega_{iso}$  можно интерпретировать как отсутствие материала. Расчетная область аппроксимирована регулярной сеткой  $80 \times 80$  КЭ PLANE55 системы ANSYS. Использовалась линейная функция (11) распределения весовых коэффициентов ( $b = 1$ ).



**Рисунок 4 – График сходимости целевой функции**

Температурное поле оптимизированной пластины представлено на рисунке 3, где область  $\Omega_{\text{iso}}$  не показана. График сходимости целевой функции приведен на рисунке 4. Как видно из представленных результатов, максимальную разность температур в целевой области удалось снизить с 6,09 °C до 0,02 °C за 13 итераций, что подтверждает эффективность предложенного метода.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Tyflopoulos, E. State of the art of generative design and topology optimization and potential research needs / E. Tyflopoulos, D.T. Flem, M. Steinert, A. Olsen // Proc. Nord. Des. Era Digit. Nord. 2018. P. 1–15.
2. Wang, C. A comprehensive review of educational articles on structural and multidisciplinary optimization / C. Wang, Z. Zhao, M. Zhou, O. Sigmund, X.S. Zhang // Structural and Multidisciplinary Optimization. Springer Berlin Heidelberg, 2021. Vol. 64, № 5. 2827–2880 p.
3. Li, Q. Evolutionary topology optimization for temperature reduction of heat conducting fields / Q. Li, G.P. Steven, Y.M. Xie, O.M. Querin // Int. J. Heat Mass Transf. 2004. Vol. 47, № 23. P. 5071–5083.
4. Glebov, A.O. Designing Devices for Uniform Steady-State Heating with the Method of Evolutionary Structural Optimization / A.O. Glebov, S.V. Karpushkin, E.N. Malygin // J. Eng. Phys. Thermophys. 2022. Vol. 95, № 6. P. 1393–1405.