

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Beef Packing Plant Tour: Slaughter [Electronic resource]. – Mod of access: <https://vimeo.com/29486603>. – Date of access: 27.09.2023.
2. Технология мяса и мясопродуктов : учеб. для вузов / А. А. Соколов [и др.] ; под общ. ред. А. А. Соколова. – Изд. 2-е, перераб. – Москва : Пищевая пром-сть, 1970. – 739 с.
3. Методические указания к практической работе № 1 «Разработка технологической линии убоя и разделки скота» по дисциплине «Оборудование пищевых производств» для студентов специальности 1-36 09 01 «Машины и аппараты пищевых производств» : в 2 ч. Брест. гос. техн. ун-т ; сост.: Н. У. Ляшук, А. Н. Литвинович. – Брест : БрГТУ, 2022. – Ч. 1 : Технологические линии для производства пищевых продуктов. – 39 с.

УДК 539.3

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ОСЕВЫМ СЖАТИЕМ Игнатюк В.И.

Брестский государственный технический университет;
г. Брест, Республика Беларусь

Введение. Тонкостенные цилиндрические оболочки находят широкое применение в элементах машиностроительных конструкций. Учитывая высокую прочность оболочек, их допустимую нагрузку при действии внешнего давления чаще всего определяет их устойчивость. Более высокая устойчивость будет у оболочек, подкреплённых ребрами жесткости. Такие элементы в машиностроении могут подвергаться динамическим воздействиям. В этом случае говорят о динамической устойчивости элементов.

Постановка задачи. Подкреплённая оболочка рассматривается как система, состоящая из круговой тонкостенной цилиндрической оболочки, усиленной жестко с ней соединёнными по линиям контакта продольными (стрингерами) и поперечными (шпангоутами) ребрами, которые могут располагаться как с внешней, так и с внутренней сторон (рисунок 1).

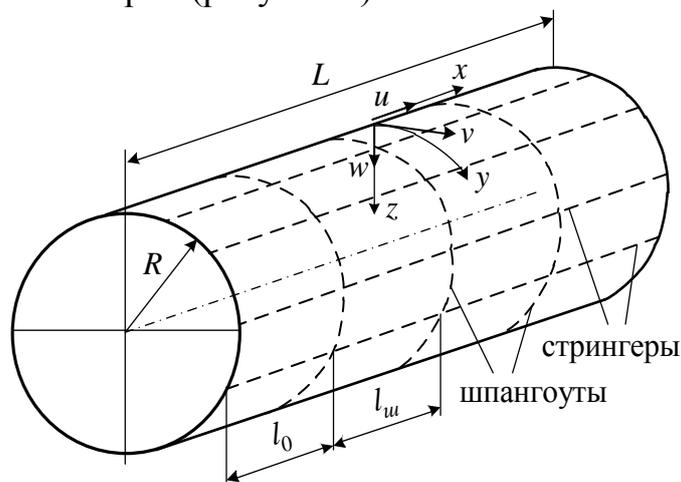


Рисунок 1 – Расчетная схема подкреплённой цилиндрической оболочки

Оболочка нагружается осевой сжимающей нагрузкой, быстро возрастающей во времени по линейной зависимости со скоростью возрастания осевых сжимающих напряжений γ .

Для расчета оболочки используется линейная теория тонких упругих оболочек средней длины [1], а для расчета ребер – теория криволинейных стержней. При этом по высоте сечения принимается справедливой гипотеза прямолинейного недеформируемого элемента как для оболочки, так и в целом для системы «оболочка-ребро» (в местах наличия ребер). Учитываются дискретность расположения ребер и их несимметричное расположение относительно срединной поверхности оболочки.

Считаем, что обеспечены условия шарнирного опирания по торцевым краям оболочки.

Уравнение движения системы. При динамическом нагружении для решения задачи необходимо рассматривать уравнение движения системы, для получения которого используем уравнение Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_s} = 0, \quad (1)$$

где: $\Lambda = K - \mathcal{E}$ – функция Лагранжа; \mathcal{E} – полная потенциальная энергии подкрепленной оболочки; K – кинетическая энергия системы; q_s – обобщенные координаты, в качестве которых принимаются перемещения по направлениям деформирования элемента – u , v и w .

Полная потенциальная энергия системы, подверженной действию внешних нагрузок, определяется как сумма потенциальной энергии деформирования системы U , возникающей при переходе системы из недеформированного состояния в деформированное, и изменения потенциальной энергии внешних сил A , определяемой работой этих сил при деформировании системы, состоящей из оболочки и ребер:

$$\mathcal{E} = U + A = U_o + U_c + U_{ш} + A_o + A_c, \quad (2)$$

где: U_o , U_c , $U_{ш}$ – потенциальные энергии деформирования соответственно оболочки, стрингеров и шпангоутов; A_o , A_c – изменение потенциальной энергии внешних сил, действующих на оболочку и стрингеры.

При записи потенциальной энергии системы здесь будем пренебрегать нормальными напряжениями на площадках, параллельных срединной поверхности и поперечными сдвигами (на площадках, нормальных к срединной поверхности zx и zy).

Выражение потенциальной энергии деформирования оболочки через деформации срединной поверхности [2] имеет вид:

$$U_o = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left[C_{11} \varepsilon_1^2 + 2C_{12} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + C_{22} \varepsilon_2^2 + C_{66} \chi^2 + D_{11} \kappa_1^2 + 2D_{12} \kappa_1 \kappa_2 + D_{22} \kappa_2^2 + D_{66} \eta^2 \right] dx dy. \quad (3)$$

Здесь: $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – относительные продольные деформации срединной поверхности оболочки в направлениях осей x и y ; χ – сдвиг срединной поверхности; κ_1, κ_2 – изменения кривизн срединной поверхности в направлениях осей x и y ; η – изменение кручения срединной поверхности при деформации; C_{jk}, D_{jk} – жёсткости оболочки, определяемые выражениями:

$$C_{jk} = 2B_{jk}h; \quad D_{jk} = 2B_{jk}h^3,$$

где: $B_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$; $B_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$; $B_{12} = B_{21} = -\frac{\nu_{12}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$; $B_{66} = G_{12}$; E_1, E_2 – модули Юнга материала оболочки соответственно по направлениям x и y ; G_{12} – модуль сдвига материала оболочки в плоскости xy ; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона материала оболочки; h – толщина оболочки.

Компоненты деформаций срединной поверхности, соответствующие общей технической теории тонких оболочек [2], имеют вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}; \quad \chi = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \kappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \kappa_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \eta = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

где: u, v, w – перемещения точек срединной поверхности в направлениях осей x, y, z (рисунок 1).

Подставляя (4) в (3), получим выражение полной потенциальной энергии оболочки в виде:

$$U_o = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left\{ C_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right) + C_{22} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right)^2 + \right. \\ \left. + C_{66} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (5)$$

Потенциальная энергия деформации ребер (стрингеров и шпангоутов), подкрепляющих оболочку, запишем с учетом энергий изгиба, сжатия и кручения (при этом принимается, что энергией изгиба из плоскости ребер и энергией поперечного сдвига ребер можно пренебречь) [2]:

$$U_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_c} \int_0^L \left\{ E_c F_c \left[\frac{\partial u}{\partial x} + h_c \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]^2 + E_c J_{yc} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + G_c J_{kr c} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \Big|_{y=y_i} dx; \quad (6)$$

$$U_{ш} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k_{ш}} \int_0^{2\pi R} \left\{ E_{ш} F_{ш} \left[\frac{\partial v}{\partial y} + h_{ш} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{w}{R_{ш}} \right]^2 + E_{ш} J_{xш} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_{ш}^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + G_{ш} J_{kr ш} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R_{ш}} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{h_{ш}}{R_{ш}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right]^2 \right\} \Big|_{x=x_j} dy, \quad (7)$$

где: k_c, k_{uu} – число стрингеров и шпангоутов; E_c, G_c и E_{uu}, G_{uu} – модули упругости и сдвига материалов стрингеров и шпангоутов; $F_c, J_{yc}, J_{kr c}$ и $F_{uu}, J_{x uu}, J_{kr uu}$ – площади поперечных сечений, осевые моменты инерции и кручения сечений соответственно стрингеров и шпангоутов; h_c, h_{uu} – эксцентриситеты стрингеров и шпангоутов; $R_{uu} = R + h_{uu}$.

Изменение потенциальной энергии внешних сил здесь будет равна с обратным знаком работе продольных усилий (напряжений σ_x), возникающих в оболочке и стрингерах, на сближении торцов оболочки и стрингеров ΔL при деформировании (изгибе) системы:

$$A_o = - \int_0^{2\pi R} \sigma_x h \Delta L dy = - \frac{\sigma_x h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy; \quad (8)$$

$$A_c = - \frac{F_c}{2} \sum_{i=1}^{k_c} \int_0^L \left[\sigma_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]_{y=y_i} dx. \quad (9)$$

Сложив выражения (5) – (9), получим выражение полной потенциальной энергии системы, состоящей из оболочки и ребер, через перемещения срединной поверхности оболочки u, v и w .

Кинетическая энергия радиального движения системы, состоящей из оболочки и ребер, и с учетом равенства перемещений оболочки и ребер имеет вид:

$$K = \frac{\rho_o h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{\rho_c F_c}{2} \sum_{i=1}^{k_c} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{y=y_i} dx + \frac{\rho_{uu} F_{uu}}{2} \sum_{j=1}^{k_{uu}} \int_0^{2\pi R} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{x=x_j} dy, \quad (10)$$

где: ρ_c, ρ_{uu} – плотности материалов стрингеров и шпангоутов.

Расположив начало координат в торце элемента на оси одного из стрингеров, примем выражения для аппроксимирующих функций перемещений, описывающих деформированное состояние ребристого цилиндрического оболочечного элемента и удовлетворяющих граничным условиям шарнирного опирания, в виде:

$$\begin{aligned} u &= \cos \frac{\pi m x}{L} \left[a_1 \cos \frac{n y}{R} + a_2 \sin \frac{n y}{R} \right]; \\ v &= \sin \frac{\pi m x}{L} \left[b_1 \sin \frac{n y}{R} + b_2 \cos \frac{n y}{R} \right]; \\ w &= \sin \frac{\pi m x}{L} \left[c_1 \cos \frac{n y}{R} + c_2 \sin \frac{n y}{R} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где: m – число полуволн вдоль образующей оболочки (оси x); n – число полных волн вдоль окружности оболочки; a_i, b_i, c_i – неизвестные параметры перемещений.

Взяв производные от кинетической и полной потенциальной энергий со-

гласно уравнению Лагранжа второго рода (1) с учетом аппроксимации (11), получим две независимые системы уравнений относительно постоянных аппроксимации a_1, b_1, c_1 , и a_2, b_2, c_2 вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11}a_1 + A_{12}b_1 + A_{13}c_1 = 0; \\ A_{21}a_1 + A_{22}b_1 + A_{23}c_1 = 0; \\ A_{30} \frac{d^2 c_1}{dt^2} + A_{31}a_1 + A_{32}b_1 + A_{33}c_1 = 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} B_{11}a_2 + B_{12}b_2 + B_{13}c_2 = 0; \\ B_{21}a_2 + B_{22}b_2 + B_{23}c_2 = 0; \\ B_{30} \frac{d^2 c_2}{dt^2} + B_{31}a_2 + B_{32}b_2 + B_{33}c_2 = 0. \end{array} \right. \quad (12)$$

Первая из них описывает симметричное, а вторая – кососимметричное деформирование подкрепленной оболочки. В виду полной идентичности этих систем уравнений дальнейшие преобразования будем выполнять для одного (i -го) типа деформирования.

Выразив a_i, b_i через параметр c_i , соответствующий прогибам в нормальном к срединной поверхности оболочки направлении, и подставив эти выражения в дифференциальное уравнение, приведем каждую из систем уравнений к одному дифференциальному уравнению движения оболочки вида:

$$\frac{d^2 c_i}{dt^2} + \omega_{mn}^2 \left(1 - \frac{\sigma_x}{\sigma_{mn}} \right) c_i = 0 \quad (13)$$

где: σ_x – напряжения осевого сжатия, соответствующие действующей нагрузке; ω_{mn} – частота свободных колебаний, отвечающая рассматриваемой форме деформирования оболочки; σ_{mn} – соответствующие этой форме деформации статические критические напряжения осевого сжатия.

Решение задачи динамической устойчивости. Для решения задачи динамической устойчивости необходимо определить время действия и соответствующее значение нагрузки, при которых становится возможным интенсивное развитие прогибов или интенсивное возрастание скорости деформирования. Выполним преобразование уравнения движения(13).

Введем обозначение $t = \tau + \frac{\sigma_{mn}}{\gamma}$, где $\frac{\sigma_{mn}}{\gamma}$ – время, необходимое для того, чтобы напряжения достигли статических критических напряжений, соответствующих рассматриваемому волнообразованию.

Тогда уравнение (13) можно преобразовать к виду:

$$\frac{d^2 c_i}{d\bar{\tau}^2} - d_{mn} \bar{\tau} c_i = 0, \quad (14)$$

где: $d_{mn} = \frac{\omega_{mn}^2 \sigma_s^3}{\sigma_{mn} \gamma^2}$; $\bar{\tau} = \frac{\gamma \tau}{\sigma_s}$ – безразмерный параметр времени, прошедшего после

достижения осевыми напряжениями σ_x значения статических критических напряжений σ_{mn} ; σ_s – минимальное значение (эйлерово) статических критических напряжений.

Решение уравнения (14) можно получить в виде степенных рядов по степеням куба $\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}}$. Поскольку куб величины начинает сильно возрастать после того, когда она достигает значения, равного единице, за критерий динамиче-

ской потери устойчивости, определяющий начало интенсивного развития прогибов, в работе [2] предложено принять условие:

$$\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}} = 1. \quad (15)$$

Применение этого критерия позволяет получить для рассматриваемой формы изгиба критическое время, выражения для динамического критического напряжения и коэффициента динамичности, представляющего собой отношение динамического критического напряжения для данной формы изгиба рассматриваемого оболочечного элемента к его эйлеровому статическому критическому напряжению

$$k_{\sigma mn} = \frac{\sigma_{\sigma mn}}{\sigma_{\sigma}} = \frac{1}{\sqrt[3]{d_{mn}}} + \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{\sigma}} = \frac{1}{\sigma_{\sigma}} \sqrt[3]{\frac{\sigma_{mn} \gamma^2}{\omega_{mn}^2}} + \frac{\sigma_{mn}}{\sigma_{\sigma}}. \quad (18)$$

Динамическое критическое напряжение $q_{\sigma kr}$ и отвечающая ему величина коэффициента динамичности k_{σ} , соответствующие потере устойчивости оболочечного элемента при динамическом нагружении, определяется путем минимизации полученных выражений по параметрам волнообразования m и n .

Примеры расчетов. На основе полученных зависимостей выполним расчет изотропной цилиндрической оболочки радиусом $R = 120$ мм, длиной $L = 300$ мм и толщиной оболочки $h = 0,3$ мм ($R / h = 400$) при отсутствии подкрепления и с двумя вариантами подкрепления: только 60 стрингерами и 60 стрингерами и двумя шпангоутами. Скорость возрастания осевых сжимающих напряжений γ принимается в пределах от $1 \cdot 10^4$ до $2 \cdot 10^6$ МПа/с. Ребра приняты в виде уголков с размерами: стрингера – $\perp 2,5 \times 2,5 \times 0,3$ мм (располагаются с внешней стороны оболочки), шпангоуты – $\perp 5,0 \times 2,5 \times 0,3$ мм (располагаются с внутренней стороны оболочки с равным шагом ($l_0 = l_{uu}$) и присоединяются к оболочке большей полкой). Материал оболочки и ребер – АМГ ($E = 6,67 \cdot 10^4$ МПа, $\rho_o = \rho_{uu} = 0,26 \cdot 10^3$ кг/м³).

Результаты вычисления динамических критических напряжений, коэффициентов динамичности и соответствующих им параметров волнообразования в зависимости от скорости нагружения γ для неподкрепленной (гладкой) и подкрепленной оболочек приведены в таблице.

Таблица

γ , МПа/с	$1 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$
Гладкая оболочка ($q_{\sigma} = 1028,84$ МПа, $n = 0$, $m = 29$)						
k_{σ}	1,014	1,040	1,064	1,185	1,292	1,459
n	0	0	0	0	0	0
m	29	29	29	30	30	31
Стрингерная оболочка ($k_c = 60$) ($q_{\sigma} = 1346,69$ МПа, $n = 7$, $m = 1$)						
k_{σ}	1,147	1,425	1,584	2,188	2,313	2,505
n	7	10	10	30	30	30
m	1	2	2	25	26	27
Оболочка с перекрестной системой ребер ($k_c = 60$; $k_{uu} = 2$) ($q_{\sigma} = 1813,42$ МПа, $n = 7$, $m = 1$)						
k_{σ}	1,053	1,154	1,244	1,663	1,754	1,896
n	10	12	12	30	30	30
m	2	3	3	24	27	27

Выводы. Анализ результатов расчетов позволяет сделать следующие выводы. Критические напряжения для подкрепленных оболочек существенно выше, чем для гладкой оболочки. Величины динамических критических напряжений (коэффициентов динамичности) растут с возрастанием скорости нагружения, и могут существенно (в несколько раз) превышать статические критические напряжения. При этом изменяются и формы волнообразования оболочечных элементов. Для подкрепленных оболочечных элементов возможно скачкообразное возрастание числа волн, соответствующее переходу к качественно новым случаям деформации. Например, для оболочки, подкрепленной перекрестной системой ребер, при достижении скоростью возрастания нагрузки величины $\gamma = 5 \cdot 10^5$ МПа/с деформирование изменилось от общего случая деформирования с $n = 10$ и $m = 2$, когда ребра и изгибаются, и закручиваются, к форме деформирования с $n = 30$, $m = 24$, когда ребра обоих направлений только закручиваются. Изложенное свидетельствует о том, что подкрепление элементов существенно повышает их несущую способность и что с ростом скоростей нагружения влияние дискретности расположения ребер возрастает.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Власов, В. З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике / В. З. Власов. – М.-Л. : ГИТЛ, 1949. – 784 с.
2. Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Теория ребристых оболочек. – К. : Наук. Думка, 1980. – 368 с. – (Методы расчета оболочек : В 5-ти т. ; Т. 2).

УДК 62-233.3

ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

С. В. Монтик

Брестский государственный технический университет,
г. Брест, Республика Беларусь

Цилиндрические зубчатые передачи широко используются в различных приводах машин, оборудовании, оснастки и приборов благодаря своей простоте и технологичности, малым габаритам, высокому КПД, постоянству передаточного отношения, возможности применения в широком диапазоне вращающих моментов, скоростей и передаточных отношений, надежности. Около 80 % от общего числа зубчатых передач в машиностроении приходится на эвольвентные цилиндрические передачи. В связи с этим возникает задача проектирования зубчатых цилиндрических передач, которые удовлетворяют требованиям повышенной прочности, долговечности, износостойкости и плавности работы. При проектировании зубчатых передач необходимо обеспечить расчет их геометрических и прочностных параметров в соответствии с действующими стандартами (ГОСТ 16532-70 [1] и ГОСТ 21354-87 [2]), а также разработку рабочих чертежей в соответствии с требованиями ЕСКД.

С целью автоматизации процесса проектирования и расчета, разработки трехмерных моделей и рабочих чертежей зубчатых передач рассмотрим возможность применения такого современного программного обеспечения как российская импортонезависимая система трехмерного проектирования КОМПАС-3D V21 ООО «АСКОН - Системы проектирования» с приложениями «Валы и механические передачи 3D», «Валы и механические передачи 2D», в состав которых входит модуль КОМПАС-GEARS. Система КОМПАС-3D представляет собой САД-систему с некоторыми возможностями и средствами CAE и САМ-систем.