СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карасёва, И. Д. Таксономия Блума и пути реализации смешанного обучения на уроках физики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.google.com/document/d/1jmNTairQP_G4jEd6IvZyTjS2QFnWsZmf/edit. – Дата доступа: 18.03.2023.
2. Мурзагалиева, А. Е. Сборник заданий и упражнений. [Электронный ресурс] / А. Е. Мурзагалиева, Б. М. Утегенова. – Режим доступа: https://kst.nis.edu.kz/wp-content/uploads/2018/02/Uchebnye-tseli-soglasno-taksonomii-Bluma.-Sbornik-zadanij-i-uprazhnenij.pdf. – Дата доступа: 20.03.2023.
3. Ставим цели в образовании: таксономия Блума [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://teacher.yandex.ru/posts/stavim-tseli-v-obrazovanii-taksonomiya-bluma. – Дата доступа: 21.03.2023.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕОРИИ БЕЗМАССОВЫХ ПОЛЕЙ

В. А. Плетюхов, О. А. Семенюк
Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», г. Брест, Республика Беларусь

Как известно, релятивистские квантовомеханические уравнения, описывающие безмассовые поля, инвариантны относительно так называемых калибровочных преобразований второго рода или, как их ещё называют, градиентных преобразований [1, с. 49].

Смысл этих преобразований проиллюстрируем на примере свободного электромагнитного поля, которое может быть описано системой уравнений первого порядка [2]

$$\partial_\nu f_{[\mu\nu]} = 0, \tag{1}$$

$$-\partial_\mu a_\nu + \partial_\nu a_\mu + f_{[\mu\nu]} = 0 \tag{2}$$

($\mu,\nu = 1 \div 4,$ по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Здесь $f_{[\mu\nu]}$ – тензор электромагнитного поля, компоненты которого (напряжённости)

$$\begin{aligned} &f_{[14]} = -iE_{x}, \quad f_{[24]} = -iE_{y}, \quad f_{[34]} = -iE_{z}, \\ &f_{[23]} = B_{x}, \quad\ \ f_{[31]} = B_{y}, \quad\ \ f_{[12]} = B_{z} \end{aligned} \tag{3}$$

являются наблюдаемыми величинами; a_μ – четырехмерный потенциал;

$$a_1 = A_x, \quad a_2 = A_y, \quad a_3 = A_z, \quad a_4 = i\varphi \tag{4}$$

составляет ненаблюдаемую четвёрку величин.

Математическая структура системы (1), (2) такова, что при преобразованиях 4-потенциала

$$a_\mu \to a'_\mu = a_\mu + \partial_\mu \lambda(x_\nu), \tag{5}$$

где $\lambda(x_\nu)$ – произвольная скалярная функция, наблюдаемые характеристики поля $f_{[\mu\nu]}$ остаются неизменными (инвариантными). Преобразования (5) и называются калибровочными преобразованиями второго рода; функция $\lambda(x_\nu)$ называется калибровочной функцией.

Произвол в выборе калибровочной функции позволяет наложить на компоненты потенциала дополнительные условия (выбрать калибровку), исключающие часть из этих компонент в качестве независимых. Остающиеся независимые компоненты определяют число физических степеней свободы квантов безмассового поля, т. е. его поляризацию (спиральность). Описанная процедура сводится в математическом отношении к анализу решений дифференциальных уравнений второго порядка для калибровочной функции, т. е. носит нетривиальный характер. В большинстве учебников она по указанной причине не детализируется или вообще опускается.

Мы хотим предложить более простой, на наш взгляд, способ установления физического характера безмассовых полей, который не использует соображений, связанных с калибровочной инвариантностью теории.

Обратимся снова к электромагнитному полю. Подействуем на уравнение (2) оператором ∂_ν, с учётом (1) получим дифференциальное уравнение второго порядка для потенциала a_μ:

$$\partial_\nu^2 a_\mu - \partial_\mu \partial_\nu a_\nu = 0. \tag{6}$$

Будем искать решения уравнений (1), (2), (6) в виде плоских волн

$$a_\mu = a_\mu^0 e^{-ik_\alpha x_\alpha}, \quad f_{[\mu\nu]} = f_{[\mu\nu]}^0 e^{-ik_\alpha x_\alpha}, \tag{7}$$

где $a_\mu^0, f_{[\mu\nu]}^0$ – амплитуды; K_α – четырехмерный волновой вектор $(k_1 = k_x,\ \ k_2 = k_y,\ \ k_3 = k_z,\ \ k_4 = i\omega)$, удовлетворяющий условию

$$k_\alpha^2 = 0. \tag{8}$$

Подставляя выражения (7) в уравнения (2), (6), получим следующие алгебраические соотношения для амплитуд:

$$f_{[\mu\nu]}^0 = -i\,(k_\mu a_\nu^0 - k_\nu a_\mu^0), \tag{9}$$

$$k_\alpha a_\alpha^0 = 0. \tag{10}$$

Выберем направления координатных осей так, чтобы

$$k_1 = k_2 = 0, \quad k_3 = \omega \neq 0. \tag{11}$$

Тогда для амплитудных значений напряжённостей $f_{[\mu\nu]}^0$ получим выражения:

$$\begin{aligned}
&f_{[12]}^0 = -i\,(k_1 a_2^0 - k_2 a_1^0) \Rightarrow B_z^0 = 0,\\
&f_{[23]}^0 = -i\,(k_2 a_3^0 - k_3 a_2^0) \Rightarrow B_x^0 = i\omega a_2^0,\\
&f_{[31]}^0 = -i\,(k_3 a_1^0 - k_1 a_3^0) \Rightarrow B_y^0 = -i\omega a_1^0,\\
&f_{[14]}^0 = -i\,(k_1 a_4^0 - k_4 a_1^0) \Rightarrow E_x^0 = -i\omega a_1^0,\\
&f_{[24]}^0 = -i\,(k_2 a_4^0 - k_4 a_2^0) \Rightarrow E_y^0 = -i\omega a_2^0,\\
&f_{[34]}^0 = -i\,(k_3 a_4^0 - k_4 a_3^0) \Rightarrow E_z^0 = 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Формулы (12) показывают, что из четырёх компонент потенциала существенными для нахождения наблюдаемых характеристик электромагнитного поля являются только две, определяющие поперечный характер плоской электромагнитной волны. На квантовом языке это означает, что одночастичные состояния (кванты) электромагнитного поля обладают двумя степенями свободы, которым соответствуют значения спиральности $s=\pm 1$.

Рассмотрим теперь систему уравнений первого порядка [2, с. 151]

$$\partial_\nu f_{[\mu\nu]} + a_\mu = 0, \tag{13}$$

$$\partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu = 0, \tag{14}$$

где 4-вектор a_μ трактуется как наблюдаемая величина (напряженность), а антисимметричный тензор второго ранга $f_{[\mu\nu]}$ выступает в роли ненаблюдаемой (тензор-потенциала).

Из (13), (14) нетрудно получить уравнения второго порядка для напряженности потенциала

$$\partial_\nu^2 f_\mu = 0, \quad \partial_\mu f_\mu = 0, \tag{15}$$

$$\partial_\alpha \partial_\nu f_{[\mu\nu]} - \partial_\mu \partial_\nu f_{[\alpha\nu]} = 0, \tag{16}$$

которые указывают на то, что система (13), (14) описывает безмассовый микрообъект и допускает решения в виде плоских волн (7).

Для установления спиральности этого микрообъекта поступим как и в случае электромагнитного поля, т. е. подставим (7) в уравнения (13), (16). Подстановка в (16) приводит к следующей системе линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд тензор-потенциала $f^0_{[\mu\nu]}$:

$$\begin{gathered}
(\omega^2 - k_1^2) f^0_{[14]} - k_1 k_2 f^0_{[24]} - k_1 k_3 f^0_{[34]} - i\omega k_2 f^0_{[12]} + i\omega k_3 f^0_{[31]} = 0, \\
- k_1 k_2 f^0_{[14]} + (\omega^2 - k_2^2) f^0_{[24]} - k_2 k_3 f^0_{[34]} + i\omega k_3 f^0_{[23]} - i\omega k_1 f^0_{[12]} = 0, \\
- k_1 k_3 f^0_{[14]} - k_2 k_3 f^0_{[24]} + (\omega^2 - k_3^2) f^0_{[34]} - i\omega k_2 f^0_{[23]} + i\omega k_1 f^0_{[31]} = 0, \\
- i\omega k_3 f^0_{[24]} + i\omega k_2 f^0_{[34]} - (k_2^{\;2} + k_3^2) f^0_{[23]} + k_1 k_2 f^0_{[31]} + k_1 k_3 f^0_{[12]} = 0, \\
i\omega\, f^0_{[14]} - i\omega k_1 f^0_{[34]} + k_1 k_2 f^0_{[23]} - (k_1^{\;2} + k_3^2) f^0_{[31]} + k_2 k_3 f^0_{[12]} = 0, \\
- i\omega k_2 f^0_{[14]} + i\omega k_1 f^0_{[24]} + k_1 k_3 f^0_{[23]} + k_2 k_3 f^0_{[31]} - (k_1^{\;2} + k_2^2) f^0_{[12]} = 0.
\end{gathered} \tag{17}$$

Последние три уравнения системы (17) являются линейными комбинациями первых трех, рассмотрением которых, следовательно, можно и ограничиться. Введя обозначение

$$g = k_1 f^0_{[14]} + k_2 f^0_{[24]} + k_3 f^0_{[34]}, \tag{18}$$

их можно переписать в виде:

$$\begin{gathered}
\omega^2 f^0_{[14]} - i\omega k_2 f^0_{[12]} + i\omega k_3 f^0_{[31]} = k_1 g, \\
\omega^2 f^0_{[24]} - i\omega k_1 f^0_{[12]} + i\omega k_3 f^0_{[23]} = k_2 g, \\
\omega^2 f^0_{[34]} - i\omega k_2 f^0_{[23]} + i\omega k_1 f^0_{[31]} = k_3 g.
\end{gathered} \tag{19}$$

Подстановка решений (7) в уравнение (13), устанавливающая связь между компонентами напряженности и потенциала, дает:

$$\begin{aligned} &a_1^0 + \omega\, f_{[14]}^0 - ik_2 f_{[12]}^0 + ik_3 f_{[31]}^0 = 0, \\ &a_2^0 + \omega\, f_{[24]}^0 - ik_3 f_{[23]}^0 + ik_1 f_{[12]}^0 = 0, \\ &a_3^0 + \omega\, f_{[34]}^0 - ik_1 f_{[31]}^0 + ik_2 f_{[23]}^0 = 0, \\ &a_4^0 - i(k_1\, f_{[14]}^0 + k_2 f_{[24]}^0 + k_3 f_{[34]}^0) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Отсюда, с учетом обозначения (18) и формул, (19) имеем:

$$a_1^0 = \frac{k_1}{\omega} g, \quad a_2^0 = \frac{k_2}{\omega} g, \quad a_3^0 = \frac{k_3}{\omega} g, \quad a_4^0 = i\, g. \quad (21)$$

Соотношения (21) показывают, что наблюдаемые характеристики (напряжённости) безмассового поля, описываемого системой уравнений (13), (14), могут быть выражены через одну-единственную линейную комбинацию g компонент $f_{[14]}$, $f_{[24]}$, $f_{[34]}$ тензор-потенциала. Эти компоненты по отношению к преобразованиям группы вращений ведут себя как трехмерный вектор, а величина g является скаляром относительно указанных преобразований. Отсюда следует, что обсуждаемый микрообъект представляет собой безмассовую векторную частицу с нулевой спиральностью или в волновой терминологии является безмассовым векторным полем с продольной поляризацией. Векторный характер этого микрообъекта означает, что во взаимодействиях он переносит спин $s = 1$ [3].

Предлагаемый подход нетрудно распространить и на другие безмассовые поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левич, В. Г. Курс теоретической физики / В. Г. Левич. – М. : Наука. – 1969. – Т. 1. – 912 с.
2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск : Беларуская навука, 2015. – 326 с.
3. Огиевецкий, В. И. Нотоф и его возможные взаимодействия / В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов // Ядерная физика. – 1966. – Т. 4, Вып. 1. – С. 216–233.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В КУРСЕ «ФИЗИКА»

О. И. Проневич, М. А. Ревенок
Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», г. Гомель, Республика Беларусь

Важнейшей задачей образования в вузе является вовлечение студентов в изучение дисциплин согласно учебному плану. Каждый преподаватель старается применить ту или иную методику преподавания, чтобы максимально заинтересовать студентов изучать конкретный преподаваемый предмет. В настоящий