

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСПЕРСИИ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНОЙ СТЕПЕНИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ

Е. И. Мирская

*Учреждение образования «Брестский государственный университет
имени А.С. Пушкина» г. Брест, Республика Беларусь*

Т. И. Каримова

*Учреждение образования «Брестский государственный технический
университет» г. Брест, Республика Беларусь*

Одной из задач спектрального анализа временных рядов является построение состоятельных в среднеквадратическом смысле оценок спектральной плотности и исследование их статистических свойств.

Метод Уэлча [1] является одним из методов спектрального оценивания, позволяющих получить оценку спектральной плотности непосредственно по исходному набору данных, и состоит в усреднении модифицированных периодограмм по пересекающимся и непересекающимся интервалам наблюдений.

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $X(t) = \{X_a(t), a = \overline{1, r}\}$, $t \in Z$, с неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$, $a, b = \overline{1, r}$.

Пусть заданы $X_a(0), X_a(1), \dots, X_a(T-1)$ – T последовательных наблюдений, полученных через равные промежутки, за составляющей $X_a(t)$ процесса $X(t)$, $t \in Z$, $a = \overline{1, r}$.

Предполагаем, что число наблюдений T представимо в виде $T = L(N - M) + M$, где L – число пересекающихся интервалов разбиения длины N , $0 \leq M < N$.

Рассмотрим на l -ом интервале расширенную периодограмму вида

$$I_{ab}^{l(N-M)}(\lambda) = d_a^{l(N-M)}(\lambda) \overline{d_b^{l(N-M)}(\lambda)}, \quad (1)$$

где $l = \overline{1, L}$, $\lambda \in \Pi$, $a, b = \overline{1, r}$.

В качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, в работе исследована статистика, построенная по методу Уэлча, вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L I_{ab}^{l(N-M)}(\lambda), \quad (2)$$

Исследованы асимптотические свойства математического ожидания и дисперсии оценки, заданной соотношением (2). Показано, что построенная оценка является асимптотически несмещенной оценкой взаимной спектральной плотности случайного процесса.

Используя математический пакет MatLab, проведен сравнительный анализ дисперсии построенной оценки спектральной плотности для конкретных окон просмотра данных с разной степенью пересечения интервалов для временного ряда, представляющего собой данные о недельном товарообороте организации розничной торговли ООО «Санта Ритейл» в период с 2019 года по 2022 год.

При построении оценок были использованы следующие окна просмотра данных: Бартлетта, Хемминга, Блэкмана, Блэкмана-Харриса, Бохмана, Чебышева, Гаусса, Ханна, Кайзера, Парзена, прямоугольное окно, треугольное окно, окно Тьюки, модифицированное окно Бартлетта-Ханна.

Был также проведен сравнительный анализ дисперсии оценки, построенной для пересекающихся и непересекающихся интервалов наблюдений.

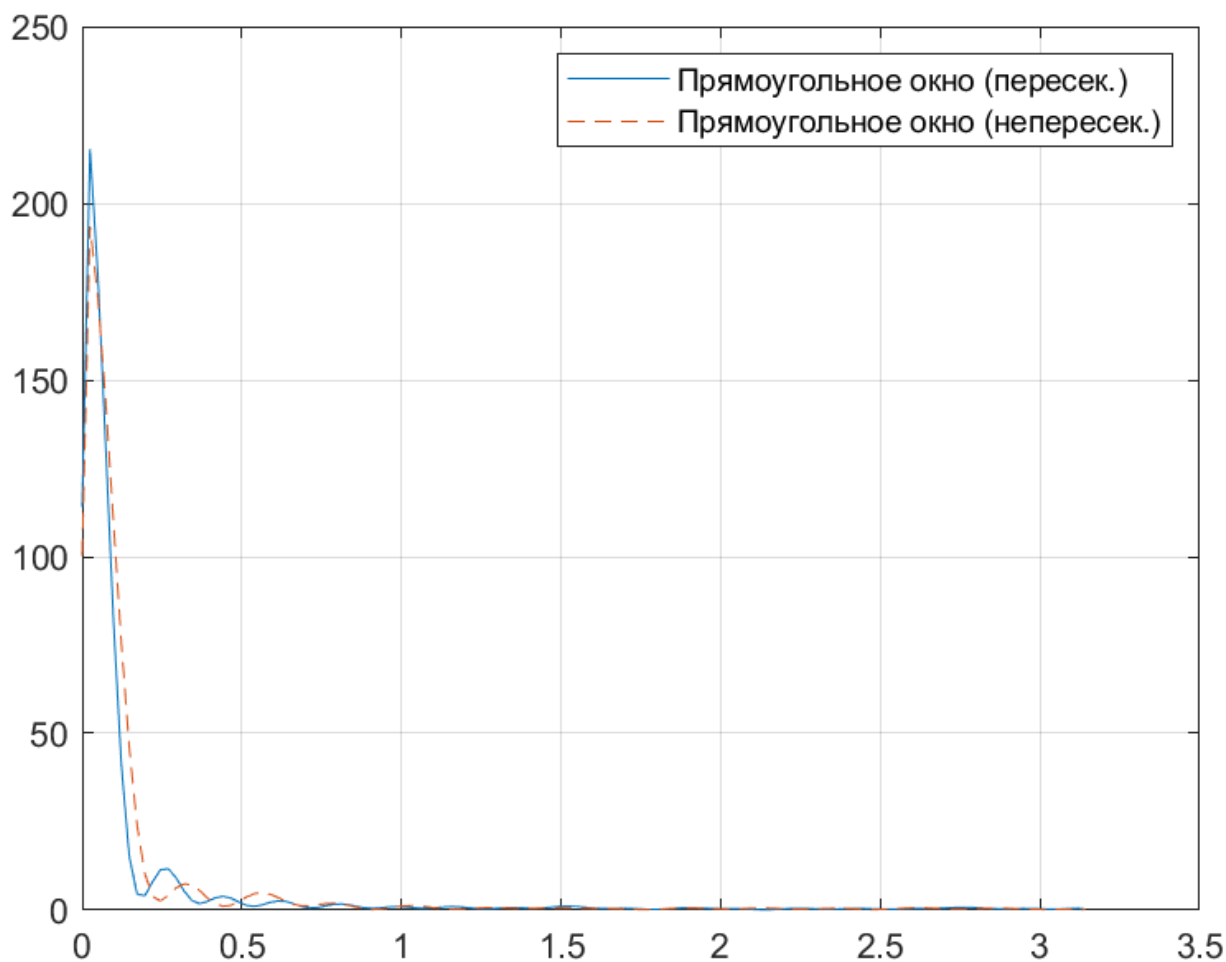


Рисунок 1 Графики оценки спектральной плотности для временного ряда с использованием прямоугольного окна по пересекающимся и непересекающимся интервалам наблюдений

Сравнивая графики оценки спектральной плотности, построенной для пересекающихся и непересекающихся интервалов наблюдений (при фиксированном прямоугольном окне просмотра данных) можно заметить, что меньшей дисперсией обладает статистика, построенная для пересекающихся интервалов наблюдений.

Список литературы

1. Welch, P.D. The use of FFT for the estimation of power spectra / P.D. Welch // IEEE Trans. Electroacoust. – 1967. – Vol. 15. – P.70-73.

УДК 535:621.373.8

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТРИЦ ПЕРЕНОСА ДЛЯ РАСЧЕТОВ МНОГОСЛОЙНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ СТРУКТУР

Н. П. Тарасюк, Е. Н. Тарасюк, В. А. Кузуб

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Для эффективного создания приборов оптоэлектроники необходимо применение сложных многослойных волноводов. Это осложняет использование аналитических расчетов. В данном случае для расчета используются численные методы. Для расчета оптических свойств слоистых гетероструктур применяется метод матриц переноса (ММП).

Рассмотрим многослойную волноводную структуру [1]. Рассмотрим случай ТЕ – мод, распространяющихся в направлении оси z , направленной вдоль слоев. Выражение для напряженности электрического поля имеет вид:

$$E_y(x, z, t) = E_{y,j}(x) \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (1)$$

для j -го слоя. Амплитуда напряженности электрического вектора $E_{y,j}(x)$ удовлетворяет волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 E_{y,j}(x)}{\partial x^2} - (\beta^2 - k_0^2 \tilde{n}_j^2) E_{y,j}(x) = 0, \quad (2)$$

где $\beta = \beta_{re} + i\beta_{im}$ – проекция волнового вектора $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ на плоскость структуры, $\tilde{n}_j = n + ik$ – комплексный показатель преломления j -го слоя. Решение уравнения (2) имеет вид

$$E_{y,j}(x) = A_j \exp[\gamma_j(x - L_j)] + B_j \exp[-\gamma_j(x - L_j)], \quad (3)$$

где $\gamma_j = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \tilde{n}_j^2}$, L_j – координаты границы между j и $j+1$ слоями, A_j и B_j – комплексные коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Граничные условия следуют из непрерывности тангенциальной составляющей вектора напряженности электромагнитного поля и его производной вдоль нормали к поверхности. В данном случае они будут выглядеть следующим образом: