obsch := Intersection(f, pi);
if obsch=f thenreturn 1;
elseif obsch = [] thenreturn 0;fi;
fi;return -1;
end;

УДК 517.925

Е. В. ГРИЦУК, А. В. КАДЛУБОВИЧ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MAPLE ПРИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ СЕДЬМОГО РАЦИОНАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ШЕСТОГО ПОРЯДКА ОБОБЩЕННОЙ ИЕРАРХИИ ВТОРОГО УРАВНЕНИЯ ПЕНЛЕВЕ

Обобщенная иерархия второго уравнения Пенлеве определяется в [1] формулой

$$ {}_{2n}\widetilde{P}_2 \equiv \left(\frac{d}{dz}+2u\right)\widetilde{L}_n[u_z-u^2]-zu-\alpha=0, n=1,2,3,\ldots,z,\alpha\in C,\ u=u(z) \qquad (1)$$

$$\widetilde{L}_{n+1}[u]=\int\left(\left(\frac{d^3}{dz^3}+(4u+\beta_n)\frac{d}{dz}+2u_z\right)\widetilde{L}_n[u]\right)dz, n=0,1,2,\ldots, \qquad (2)$$

$$\widetilde{L}_0[u]=-\frac{1}{2},\ \beta_n\in C.$$

Для $n = 3$ получаем уравнение 6-го порядка вида

$$\begin{gathered} u^{(6)}-20u^7+6(\beta_1+\beta_2)u^5+70u^4u''+140u^3(u')^2-2\beta_1\beta_2u^3- \\ -10(\beta_1+\beta_2)u^2u''-14u^2u^{(4)}-10(\beta_1+\beta_2)u(u')^2-42u(u'')^2-56u'''u'u- \\ -70(u')^2u''+(\beta_1+\beta_2)u^{(4)}+\beta_1\beta_2u''+zu+\alpha=0. \end{gathered} \qquad (3)$$

Известно [2], что уравнение (1) может иметь рациональные решения только при целых α. Рекуррентная формула получения рационального решения при фиксированном целом α известна в [3] и имеет вид

$$\widetilde{u}(z,\widetilde{\alpha})=-u(z,\alpha)-\frac{2\widetilde{\alpha}+1}{z+2\hat{L}_n[u'+u^2]}, \widetilde{\alpha}=\alpha+1, \hat{L}_n[u]=-\widetilde{L}_n[-u]. \qquad (4)$$

По формулам (4) при $\alpha = 0$ и $u = 0$ получаем следующие рациональные решения дифференциального уравнения (3):

$$u_1 = -\frac{1}{z},\ u_2 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3 - 4\beta_1\beta_2},$$

$$u_3 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3 - 4\beta_1\beta_2} - \frac{5(z^3 - 4\beta_1\beta_2)^2}{z(z^6 - 20z^3\beta_1\beta_2 + 144z\beta_1 + 144z\beta_2 - 80\beta_1^2\beta_2^2)},$$

$$u_4 = \frac{1}{z} - \frac{3z^2}{z^3 - 4\beta_1\beta_2} - \frac{5(z^3 - 4\beta_1\beta_2)^2}{z(z^6 - 20z^3\beta_1\beta_2 + 144z\beta_1 + 144z\beta_2 - 80\beta_1^2\beta_2^2)} -$$

$$-7(z^6 - 20z^3\beta_1\beta_2 - 80{\beta_1}^2{\beta_2}^2 + 144z\beta_1 + 144z\beta_2)^2 /$$

$$(80640z^2{\beta_1}^2{\beta_2}^3 - 64\beta_1\beta_2 z^{10} - 11200{\beta_1}^3{\beta_2}^3 z^4 + 44800{\beta_1}^4{\beta_2}^4 z + 16128z^5{\beta_1}^2\beta_2 +$$

$$+16128z^5\beta_1{\beta_2}^2 - 80640z^2{\beta_1}^3{\beta_2}^2 - 14400z^6 + 18432z^3\beta_1\beta_2 + 19336z^3{\beta_1}^3\beta_2 +$$

$$+19336z^3\beta_1{\beta_2}^3 + 156672{\beta_1}^2{\beta_2}^2 + z^{13} + 240z^7{\beta_1}^2{\beta_2}^2 + 1008z^8\beta_1 - 1008z^8\beta_2 -$$

$$-4884z^3\beta_1 - 48384z^3\beta_2).$$

Возможности программы позволяют получить рациональные решения по $n = 8$ включительно, вид которых в настоящей работе не приводим из-за их громоздкости. С целью получения наглядного изображения особых точек типа полюс и нулей рационального решения u_7, далее полагаем $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 2$. На рисунке 1 изображено множество полюсов решения u_7. На рисунке 2 изображено множество всех нулей решения u_7.

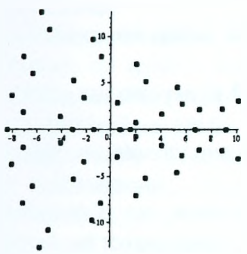

Рисунок 1

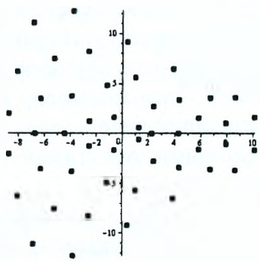

Рисунок 2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nalini, Joshi. The Second Painlev′e Hierarchy and the Stationary KdV Hierarchy / Joshi Nalini // Publ. RIMS, Kyoto Univ. – 2004. – Vol. 40. – P. 1039–1061.

2. Грицук, Е. В. О решениях одного дифференциального уравнения шестого порядка / Е. В. Грицук // Еругинские чтения – 2018 : материалы XVIII Междунар. науч. конф., Гродно, 15–18 мая 2018 г. / Ин-т математики НАН Беларуси. – Минск, 2018. – С. 7–8.