

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Брестский государственный технический университет»

**С. С. Дереченник, В. В. Тур**

**ОЦЕНИВАНИЕ СООТВЕТСТВИЯ  
ПРОЧНОСТИ БЕТОНА:  
теория и практика**

**Брест 2023**

УДК 691.32:519.23/.24

ББК 38.33

Д 36

Печатается по решению научного комитета VI Международной научно-технической конференции «Теория и практика исследований, проектирования и САПР в строительстве» (23 ноября 2023 года, г. Брест).

Рецензенты: Леонович С. Н., заведующий кафедрой строительных материалов и технологий строительства Белорусского национального технического университета (г. Минск), доктор технических наук, профессор, иностранный академик Российской академии архитектуры и строительных наук  
Демчук И. Е., заведующий лабораторией Филиала РУП «БелНИИС – Научно-технического центра» (г. Брест), кандидат технических наук

**С. С. Дереченник, В. В. Тур**

**Д 36** Оценивание соответствия прочности бетона: теория и практика : монография. – Брест : Издательство БрГТУ, 2023. – 160 с.

**ISBN 978-985-493-617-8.**

В монографии представлены вопросы, касающиеся организации статистического контроля соответствия прочности бетона на сжатие в соответствии с требованиями как международных, так и вновь вводимых национальных стандартов, касающихся общих технических требований к бетону. Рассмотрены современные подходы и теоретические основы разработки критериев соответствия, применяемые при контроле прочности бетона. Впервые приведены краткие комментарии к положениям EN 206 «Бетон – требования, свойства, производство и соответствие», касающиеся, главным образом, оценивания соответствия прочности бетона на сжатие, в том числе и с применением контрольных карт.

Отдельно рассмотрены теоретические положения, использованные при разработке новых непараметрических критериев, применимых в оценивании соответствия прочности бетона для выборок результатов испытаний ограниченного объема. Особую ценность представляют предложенные подходы к оцениванию прочности бетона существующих конструкций при ограниченном количестве результатов полевых испытаний.

Включены примеры, иллюстрирующие процедуру оценивания соответствия по критериям соответствия действующих и вновь вводимых стандартов.

УДК 691.32:519.23/.24

ББК 38.33

© В. В. Тур, 2023

© С. С. Дереченник, 2023

© Издательство БрГТУ, 2023

ISBN 978-985-493-617-8

## Предисловие

*Посвящается наступающему 2024 году –  
Году качества в Республике Беларусь*

Технический регламент ТР 2009/013ВУ<sup>1</sup>, гармонизированный с положениями Директивы 89/106/ЕЭС, устанавливает обязательное декларирование соответствия произведенной строительной продукции, в частности, строительных материалов и изделий, существенным требованиям безопасности, содержащимся в этом документе.

В настоящее время на территории Республики Беларусь действует два документа, устанавливающие требования к бетону. Это стандарты СТБ 1544<sup>2</sup> и EN 206:2013<sup>3</sup>, введенный взамен стандарта EN 206-1:2002 (СТБ EN 206-1)<sup>4</sup>. Кроме того, завершается разработка нового национального стандарта – проекта СТБ (далее – прСТБ) «Бетоны конструкционные. Общие технические требования», который будет введен взамен СТБ 1544 и СТБ-EN 206-1.

Применительно к оцениванию свойств бетона и декларирования их соответствия имеет место парадоксальная ситуация: поставляя бетонную смесь, изготовитель обязан декларировать, а далее и гарантировать достижение соответствия свойств затвердевшего бетона, для которого существенным свойством по требованиям безопасности является его прочность на сжатие. В такой ситуации оценивание соответствия прочности бетона на сжатие с целью его подтверждения или отклонения, выполняют в режиме "off-line" только для некоторого завершеного периода производства, который, согласно EN 206, определен как **оценочный период**.

По результатам такого оценивания делают заключение о соответствии или несоответствии декларированных свойств существенным требованиям спецификации, а собственно, и Техническому регламенту.

В общем, стандарт СТБ 1544, как и EN 206, устанавливает требования, касающиеся:

- заполнителей бетона;
- составов бетонной смеси;
- свойств бетонной смеси (свежего бетона), затвердевшего бетона и их сертификации;
- доставки бетонной смеси;
- процедур производственного контроля;
- критериев соответствия и оценивания соответствия.

---

<sup>1</sup> Технический регламент Республики Беларусь, ТР 2009/013/ВУ. Здания и сооружения, строительные материалы и изделия. Безопасность. – Минск: Госстандарт, 2012.

<sup>2</sup> СТБ 1544. Бетоны конструкционные тяжелые. Технические условия. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2005.

<sup>3</sup> EN 206:2013. Concrete – Specification, performance, production and conformity (Бетон – требования, свойства, производство и соответствие). – CEN, 2013.

<sup>4</sup> EN 206–1:2000. Concrete – performance, production and conformity. – CEN, 2000. (СТБ EN 206-1:2000. Бетон. Часть 1. Требования, свойства, производство и соответствие).

*В соответствии с требованиями стандартов EN 206 и разработанного нового стандарта "все производимые бетоны должны быть подвергнуты процедуре производственного контроля (англ. production control), ответственность за который несет изготовитель".*

**Производственный контроль** включает все мероприятия, необходимые для поддержания свойств бетона в соответствии с требованиями, установленными спецификацией. Согласно п. 9.3. EN 206, производственный контроль охватывает:

- выбор составляющих материалов;
- проектирование состава бетонной смеси;
- производство бетона;
- проверки и испытания;
- использование результатов испытаний, касающихся составляющих, собственно бетонной смеси, затвердевшего бетона;
- проверки (поверку) оборудования;
- в уместных случаях, проверки оборудования для транспортировки бетонной смеси;
- контроль соответствия согласно п. 8 EN 206 и прСТБ «Бетоны конструкционные. Общие технические требования».

Как видно, в концепции стандартов EN 206 и проекта прСТБ контроль соответствия является составной (интегральной) частью производственного контроля. Из всего комплекса мероприятий производственного контроля процедура оценивания соответствия имеет главной целью защиту рынка от поставки бетона несоответствующего качества, а не определение корректирующих действий, влияющих на технологический процесс производства бетона.

Как сказано выше, в 2013 году взамен EN 206-1 (СТБ EN 206-1) был введен EN 206:2013, ряд положений которого существенно отличается от тех, которые содержались в ранее действовавшей версии стандарта. Положения названного стандарта, содержащиеся как в актуальной, так и в прежних версиях, являются во многом новыми для пользователя, главным образом, изготовителя бетона и требуют более детальных комментариев. Это относится как к положениям, касающимся разделения ответственности между участниками строительного процесса, так и, собственно, к процедуре оценивания соответствия основного свойства затвердевшего бетона – прочности на сжатие.

В книге подробно рассмотрены как традиционные, так и относительно новые методы оценивания соответствия прочности бетона на сжатие (метод С) с применением контрольных карт Шухарта и CUSUM. При этом применение контрольных карт дает возможность не только выполнить оценивание соответствия, но выполнять текущий контроль производственного процесса в процедуре "on-line", отслеживая потенциальную возможность выхода системы из состояния статической управляемости.

В настоящее время закончена разработка проекта национального стандарта СТБ «Бетоны конструкционные. Общие технические требования», в который вошли ряд передовых, на наш взгляд, положений СТБ-EN 206, а также совершенно новые критерии оценивания соответствия прочности бетона на сжатие, разработанные на основе теории порядковых статистик.

Традиционные (параметрические) методы статистического анализа в задачах оценивания значений прочности материалов по выборкам эмпирических данных малого объема имеют принципиальные недостатки. Они следуют из несоответствия эмпирических распределений случайных физических величин общепринятым (классическим) видам нормального (гауссова) распределения и связанных с ним (например, логнормального). Предложенные в качестве альтернативы порядковые (непараметрические) статистики, в принципе не предполагающие установления конкретного закона распределения случайной величины, малочувствительны к различным отклонениям действительных вероятностных характеристик от идеальных моделей, т. е. обладают свойством робастности (*англ. robust* – грубый, сильный, крепкий). На их основе возможно оценивание малых значений прочности материалов – как квантилей низкого порядка некоторого эмпирического распределения<sup>5</sup>.

Предисловие, введение, главы 1–4 написаны совместно В. В. Туром и С. С. Дереченником, главы 6–8 – С. С. Дереченником.

---

<sup>5</sup> Дереченник С. С. Возможности применения порядковых статистик в задачах обеспечения надежности технических объектов // Цифровая среда: технологии и перспективы : сб. матер. междунар. науч.-технич. конф., Брест, 31 октября 2021 г. – Брест : БрГТУ, 2022. – С. 7–13.

## Введение

В основу современных норм проектирования конструкций из бетона положен полувероятностный метод частных коэффициентов (иногда не вполне корректно определяемый как метод предельных состояний), тесно связанный и вытекающий из концепции проверок предельных состояний (англ. *Limit States Design*). В соответствии с положением, содержащимся в п. 6.1 (1) ТКП EN 1990<sup>6</sup> и СН 2.01.01<sup>7</sup> “при применении метода частных коэффициентов следует подтверждать, что во всех, рассматриваемых расчетных ситуациях, никакое из значимых предельных состояний не будет превышено, если в расчетных моделях приняты расчетные значения эффектов воздействий и сопротивлений конструкции”.

Сформулированное выше проверочное условие метода частных коэффициентов в общем случае может быть представлено с помощью следующего детерминистического неравенства:

$$E_d(F_d; f_d; a_d; \theta_d) \leq R_d(F_d; f_d; a_d; \theta_d). \quad (\text{В.1})$$

Расчетные значения базисных переменных  $E_d(F_d; f_d; a_d; \theta_d)$  в неравенстве (В.1) выражают с учетом их статистической изменчивости из некоторых нормируемых характеристических значений ( $F_k; f_k; a_k; \theta_k$ ) к которым применяют систему частных коэффициентов  $\gamma_i, \varphi_i$ , а также, если необходимо, и некоторые другие параметры, управляющие надежностью.

Так, согласно п. 6.1(3) ТКП EN 1990 и СН 2.01.01 в расчетных моделях сопротивлений и эффектов воздействий в неравенстве (В.1) «следует устанавливать расчетные значения, используя характеристические значения базисных переменных» (воздействий и их эффектов  $F_k$ ; геометрических характеристик  $a_k$ ; ошибок моделирования  $\theta_k$ ; прочностных характеристик материалов  $f_{k,i}$ ). Численные значения частных коэффициентов ( $\gamma_i, \varphi_i$ ) методы их калибровки для назначенного уровня конструкционной надежности, основанные на методах статистического моделирования, изложены в ТКП EN 1990 и СН 2.01.01.

Таким образом, в рамках метода частных коэффициентов базисные переменные определяют с учетом их статистической изменчивости, а проверки предельных состояний выполняют с применением детерминистических неравенств вида (В.1). При этом, для учета статистической изменчивости взамен функции распределения с ее описательными статистиками (средним, стандартным отклонением), для базисных переменных вводят одно характеристическое значение, определяемое как квантиль установленного порядка.

В рамках рассматриваемой проблемы из всех базисных переменных, входящих в функцию состояния, используемую в задачах надежности для конструкций из бетона, нас более всего интересует прочность бетона на сжатие. При

---

<sup>6</sup> ТКП EN 1990:2004, Еврокод. Основы проектирования конструкций. – Минск : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2012.

<sup>7</sup> СН 2.01.01-2022. Основы проектирования строительных конструкций. – Минск : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2022.

этом, в общем случае вероятность отказа конструкции, разрушающейся по бетону, может быть интерпретирована как результирующая совместного влияния трех независимых вероятностей<sup>8</sup>:

а) вероятности того, что фактическая прочность бетона на сжатие окажется ниже граничного значения, установленного из статистического распределения прочности данного бетона, необходимого для восприятия конструкцией или элементом конструкции эффекта от воздействия, принадлежащего распределению этого воздействия, принятому при проектировании;

б) относительной частоты, с которой бетон фактического качества производится и представляется для приемки (результата оценки соответствия). Это условие относится к организации одноуровневого выборочного плана, в рамках которого устанавливается частота и количество отбираемых проб от установленного объема производимого бетона фактического качества;

в) вероятности того, что фактическое качество бетона, поставляемого для контроля, удовлетворит критериям соответствия (вероятность приемки).

Для установленной расчетной ситуации вероятность (а) зависит, главным образом, от описательных статистик функций распределения случайных воздействий и сопротивления элемента, которые, в свою очередь, зависят от фактических статистических параметров прочности бетона на сжатие. Вероятность (б) обусловлена главным образом, действиями изготовителя, связанными с организацией системы контроля качества. В частности, его оценкой экономического баланса между стоимостью организации производственного контроля для обеспечения высокого качества и расходами, связанными с процедурами приемки или отбраковки произведенного бетона. Вероятность (в) зависит исключительно от дискриминационной мощности критериев, принятых для оценивания соответствия.

Таким образом, достижение основной цели – возведение конструкции, обладающей адекватным уровнем конструкционной безопасности, эксплуатационной пригодности и долговечности может быть обеспечено различными комбинациями правил, выбранных как при проектировании (вероятность (а)), так и при производственном контроле и приемке (вероятности (б) и (в)).

Довольно жесткие правила, принятые при организации производственного контроля, могут комбинироваться с достаточно мягкими критериями приемки и низкими экономическими и техническими последствиями несоответствия. С другой стороны, для производственного контроля могут быть выбраны некоторые правила, дающие большую свободу изготовителю, но назначены более жесткие (усиленные) критерии приемки (оценивания соответствия) и более значимые экономические санкции в случае выявления несоответствия.

Как правило, всегда можно выбрать оптимальную комбинацию правил, которые, с одной стороны, будут наиболее экономичными для конкретных условий административной политики с учетом разделения ответственности, значимости конструкций, а с другой – обеспечивать требуемую надежность возводимой конструкции.

---

<sup>8</sup> СЕВ/СІВ/НІР/НІЛЕМ: Recommended principles for the control of quality and the judgment of acceptability of concrete // Materials and structures. – 1975. – Vol. 8, No 47/ – P. 387–403.

Критерии оценивания соответствия прочности бетона на сжатие, внесенные в EN 206:2013, в частности для условий непрерывного производства, разработаны с учетом максимально возможной оптимальной комбинации требований экономичности и надежности. Как было показано ранее различными исследователями (например, *L. Taerwe* и др.), принятые критерии позволяют обеспечить требуемый уровень надежности конструкции даже при условии, что в примененной популяции бетона содержится до 15 % дефектов, т.е. бетона пониженного качества. Анализ принятых в EN 206:2013 критериев соответствия прочности бетона на сжатие применительно к условиям начального периода производства (*initial production*), представленный в главе 5 данной монографии, показал, что в ряде случаев являются не только статистически необоснованными, но и «нелогичными и не экономичными».

Прежде, чем приступить к рассмотрению содержания основных положений документов (стандартов), следует привести ряд определений важных терминов, относящихся к рассматриваемой проблеме оценивания соответствия прочности бетона на сжатие.

Термины и их определения, относящиеся к оцениванию соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206:

**изготовитель** (англ. *producer*) – физическое или юридическое лицо, производящее бетонную смесь;

**спецификатор/разработчик бетона** (англ. *specifier*) – физическое или юридическое лицо, разрабатывающее спецификацию, содержащую требования к бетонной смеси и затвердевшему бетону;

**потребитель** (англ. *user*) – физическое или юридическое лицо, использующее бетонную смесь для возведения конструкций или ее элементов;

**бетон** (англ. *concrete*) – материал, полученный при смешивании вяжущего, заполнителя (крупного и мелкого или только мелкозернистого), воды, с применением или без применения добавок, наполнителей и фибры, структура которого формируется вследствие процесса гидратации вяжущего.

**семейство бетонов** (англ. *concrete family*) – группа бетонов с различными составами, для которых установлена и задокументирована достоверная связь между соответствующими свойствами бетона;

**спецификация бетона** (англ. *specification of concrete*) – передаваемый изготовителю окончательный набор задокументированных технических требований, касающихся свойств и состава бетона;

**бетон товарный/товарная бетонная смесь** (англ. *ready-mixed concrete*) – бетонная смесь, поставляемая физическим или юридическим лицам, которое не является потребителем данного бетона; товарной бетонной смесью также считается:

– бетонная смесь, произведенная потребителем, но за пределами строительной площадки;

– бетонная смесь, произведенная на строительной площадке, но не потребителем;



**бетон, произведенный на строительной площадке** (англ. *site-mixed concrete*) – бетон, произведенный на строительной площадке потребителем для собственного использования;

**замес** (англ. *batch*) – количество бетонной смеси, производимое за один операционный цикл смесителя или количество бетонной смеси, разгружаемое в течение одной минуты из смесителя непрерывного действия;

**загрузка** (англ. *load*) – количество бетонной смеси, перевозимой транспортным средством, например, автобетоновозом, состоящее из одного или нескольких замесов;

**кубический метр бетона** (англ. *cubic meter of concrete*) – количество бетонной смеси, которая после уплотнения занимает объем 1 м<sup>3</sup>;

**сборный элемент** (англ. *precast element*) – бетонный элемент, который был заформован и хранился до набора прочности в месте, отличном от места его окончательного применения (произведенный на заводе или изготовленный на строительной площадке);

**сборное изделие** (англ. *precast product*) – сборный элемент, изготовленный в соответствии с действующим стандартом на изделие;

**подтверждение соответствия** (англ. *conformity test*) – испытание, выполняемое изготовителем для оценки и подтверждения выполнения установленных требований путем анализа результатов испытаний или других предоставленных достоверных требований;

**оценка соответствия** (англ. *evaluation of conformity*) – систематическое изучение, в какой степени произведенный продукт удовлетворяет установленным требованиям;

**испытание идентичности** (англ. *identity test*) – испытание, имеющее целью определить, принадлежит ли выбранный замес или загрузка популяции произведенного бетона, которую изготовитель признал соответствующей;

**начальное испытание** (англ. *initial test*) – испытание, имеющие целью выполнить проверку перед началом производства бетона или семейства бетонов, каким должен быть его состав для того, чтобы он обеспечивал выполняющие всех установленных требований, касающихся бетонной смеси и затвердевшего бетона;

**верификация** (англ. *verification*) – подтверждение путем проверки объективных доказательств (свидетельств), что установленные спецификацией требования были выполнены;

**средний уровень выходного качества** (англ. *average outgoing quality AOQ*) – произведение процентного значения брака в рассматриваемом распределении/популяции (свойства ниже *требуемого* характеристического значения) и соответствующей вероятности приемки этого распределения/популяции в процессе применения процедуры оценивания соответствия. В случае оценивания соответствия прочности бетона, термин «*требуемого*» относится к характеристической прочности для установленного класса бетона по прочности сжатия. Тогда среднее выходное качество – это произведение доли дефектов (значений ниже характеристической прочности) в произведенной популяции бетона на вероятность приемки этой популяции при контроле соответствия;

**предел среднего уровня выходного качества** (англ. *average outgoing quality limit – AOQL*) – максимальная средняя доля (дефектов) ниже требуемого характеристического значения в принятом (или выходящем после контроля) производстве бетона. Другими словами, это предельно допустимая доля дефектов применительно к прочности бетона на сжатие (процент результатов меньше характеристической прочности) в популяции произведенного бетона;

**приемлемый уровень качества** (англ. *acceptable quality level AQL*) – процент неизвестного распределения хуже установленного характеристического значения некоторого свойства, которое рассматривается как удовлетворительное при производстве бетона.

Применительно к прочности бетона на сжатие – это процент результатов ниже характеристической прочности бетона на сжатие (доля дефектов) в произведенной популяции бетона, которая рассматривается как удовлетворительная;

**характеристическая прочность** (англ. *characteristic strength*) – значение прочности, ниже которой может находиться 5 % популяции всех возможных результатов испытаний прочности для данного объема бетона.

## ГЛАВА 1

### ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ

---

Контроль качества бетона в диапазоне получаемых им свойств имеет целью подтвердить выполнение требований, сформулированных проектировщиком (спецификатором), опираясь на положения, содержащиеся в нормах проектирования [1–7]. С учетом того, что формирование свойств бетона происходит длительное время, а на конечные его свойства оказывает влияние довольно много различных факторов, контроль соответствия может проводиться в различных временных точках (например, после приготовления бетонной смеси, в процессе доставки, перед укладкой и т. д.) различными сторонами (изготовитель бетонной смеси, производитель работ, технадзор, инспекционные органы).

#### 1.1 Контроль соответствия прочности бетона как составная часть производственного контроля

При организации процедуры статистического контроля качества (SQC) применительно к прочности бетона на сжатие, следует выделить две формы такого контроля:

– **производственный контроль** (англ. *production control*), который можно определить, как контроль, выполняемый в режиме "on-line", т. е. в текущем режиме в процессе производства;

– **контроль соответствия** (англ. *conformity control*), выполняемый по окончании некоторого установленного оценочного периода (англ. *assessment period*) или в режиме "off-line".

Следует отметить, что согласно п. 9.1 EN 206 [2] *производственный контроль включает все меры, необходимые для обеспечения требуемых свойств бетона*. При этом **контроль соответствия**, требования к которому приведены в п. 8 этого же стандарта, рассматривается как составная часть **производственного контроля**.

**Контроль соответствия** бетона согласно [2, 7] определен как обязательная опция изготовителя, а его основной целью является оценка соответствия произведенного и поставленного потребителю бетона требованиям спецификации, выполняемая по выборочным планам, сформированным с применением соответствующих критериев.

С правовой (юридической) точки зрения, процедура контроля соответствия бетона согласно [2, 7], основывается изначально на доверии к изготовителю: декларируя соответствие произведенного бетона, он одновременно гарантирует, что информация о его (бетона) свойствах является правдивой.

Другие виды контроля, помимо прочности на сжатие, носят добровольный (рекомендательный) характер, за исключением случаев, когда они оговорены требованиями спецификации или являются результатом появляющегося недоверия к изготовителю, либо спровоцированы опасениями, относящимися к качеству поставленного бетона. В таких случаях стандарт [2] рекомендует применять испытания, направленные на подтверждение идентичности или проверку того, что указанный объем контролируемого бетона принадлежит к той же самой популяции либо является идентичным тому бетону, который в рамках контроля соответствия (выполненный изготовителем) был декларирован как соответствующий. Проверку идентичности инициирует потребитель бетона, производитель работ или технический надзор.

Оценку идентичности выполняют с применением критериев, отличающихся от критериев, применяемых для оценивания соответствия.

При осуществлении контроля производства бетона в режиме "*on-line*" часто применяются контрольные карты различного уровня (*Control Charts, Simple Data Charts, Shewhart Charts, CUSUM* и т. д.). Они нашли достаточно широкое применение в международной практике при производственном контроле бетона, используемого для изготовления конструкций из сборного и монолитного железобетона.

Контрольные карты применяют для мониторинга характеристик свойств бетона в достаточно широком диапазоне (например, прочность на сжатие, водоцементное отношение, гранулометрический состав заполнителей и т. д.). Чаще всего в практике они применяются для непрерывного оценивания результатов испытаний прочности бетона на сжатие с целью:

- проверки того, что в процессе производства достигнута требуемая прочность;
- оценки изменчивости (вариаций) отдельных индивидуальных результатов относительно требуемой прочности;
- определения необходимых изменений, которые следует внести в производственный процесс с целью его возвращения на уровень требуемой прочности (например, корректировка водоцементного отношения);

– идентификация периода времени, в течение которого фактическая прочность бетона на сжатие была меньшей, чем установленная требуемая прочность и разработка корректирующих мероприятий.

В своих публикациях *I.Gibb* и *T.Harrison* [22] предложили применение контрольных карт в качестве альтернативного метода оценки соответствия, в связи с чем контрольные карты были внесены в EN 206:2013 как метод С, применяемый для условий непрерывного производства для предприятий с сертификатом качества. Одним из очень важных, на наш взгляд, положений стандартов [2, 7] является требование, в соответствии с которым *каждый произведенный бетон должен подвергаться производственному контролю, за который ответственность несет изготовитель.*

Из этого положения следует, что организация и проведение производственного контроля является одной из основных обязанностей изготовителя. Подтверждением выполнения производственного контроля является внедрение и поддержание системы производственного контроля, в виде **книги производственного контроля**, оформляемой по установленной форме.

## 1.2 Контроль качества бетона по выборочным планам

Современные стандарты, определяющие требования к бетону и сборным элементам из бетона, рекомендуют применять выборочный контроль качества материалов и изделий статистическими методами. Стандарт ИСО 9001:2000, относящийся к системам управления качеством, также рекомендует отдавать предпочтение применению статистического контроля по выборочным планам.

Следует отметить, что в отличие от выборочных планов, применяемых, например, в машиностроении и электронике, прочность бетона как основная оцениваемая характеристика может быть установлена только при разрушении контрольных образцов, изготовленных в соответствии с требованиями действующих стандартов. При этом, в случае оценки качества бетона, контролю может быть подвергнуто лишь ограниченное количество образцов, изготовленных из одной пробы бетона, отобранной из одной партии произведенного бетона. Кроме того, оценку соответствия выполняют по контрольным образцам в возрасте двадцати восьми суток, когда произведенный бетон уже уложен в конструкцию. Таким образом, при контроле прочности бетона изначально исключается возможность 100 % контроля произведенной партии бетона. При формировании (назначении) планов выборочного контроля (англ. *sampling inspection plan*) принимают во внимание то обстоятельство, что изготовление, испытание образцов (кубов, цилиндров) является трудоемкой и дорогостоящей процедурой. Исходя из этого, размеры выборок, включающих опытные образцы, изготовленные из одной пробы, стараются ограничить, как и частоту отбора проб. Вместе с тем, при разработке критериев соответствия стараются, по возможности, максимально исключить неопределенности статистического оценивания, основанного на случайных выборках единичных результатов испытаний. Разработка простых одноуровневых выборочных планов (англ. *single sampling*

*plan*), свойственных контрольным процедурам, основанных на разрушающих испытаниях, опирается, как правило, на два основных параметра: количество элементов (образцов), отбираемых для контроля ( $n$ ) (понимаемого как число единичных результатов испытаний в выборке), а также установленную допустимую долю дефектов. На основании критериев соответствия, разработанных для данного выборочного плана, принимается решение о соответствии всей оцениваемой популяции декларированному классу.

Дискриминационная сила (или, другими словами, фильтрационная способность) статистических критериев соответствия теоретически должна обеспечивать сбалансированные расходы при приемке партий бетона с учетом ошибок первого и второго рода. Как показано в ряде работ [19, 20], практически не существует аналитических методов контроля качества, которые были бы лишены ошибок первого рода (браковка или отклонение партий с удовлетворительным качеством) и ошибок второго рода (приемка партий со сниженным качеством). Следует отметить, что разработка выборочных планов статистического контроля является далеко не простой задачей. Точки зрения и подходы к выбору критериев соответствия, подбор тестовых коэффициентов существенно различаются (разнятся), о чем свидетельствует многообразие критериев, принятых в различных нормах и рекомендациях (см. главу 2).

### **1.3 Взаимоотношения между участниками строительного процесса, связанные с производством бетона и его применением в конструкциях**

Следует отметить, что проектирование, производство и приемка являются четко обозначенными отдельными этапами (элементами) общего строительного процесса, как показано в [5, 19], во многих случаях ответственность за реализацию этих этапов приписана совершенно разным инстанциям, между которыми могут возникать определенные конфликты интересов, даже если они имеют одну общую цель – возвести безопасную конструкцию с минимальными (оптимальными) экономическими затратами.

Стандарт EN 206 своими положениями регулирует взаимную подчиненность, устанавливает порядок взаимоотношений и перечень задач для отдельных участников строительного процесса, связанных с производством бетона и применением его в строительных конструкциях. В рамках названного стандарта выделяют следующих участников строительного процесса:

– **спецификатор/разработчик спецификации** (*specifier*) – физическое или юридическое лицо, которое, опираясь на требования, изложенные в конкретном проекте, разрабатывает спецификацию, в которой содержатся технические требования к бетонной смеси и затвердевшему бетону;

– **изготовитель** (*producer*) – физическое или юридическое лицо, которое не только производит бетонную смесь в соответствии с качественно-количественными требованиями ее к составляющим (компонентам), но также выполняет производственный контроль (*production control*) в пределах, установленных нормой;

– **пользователь или потребитель** (*user*) – физическое или юридическое лицо, применяющее бетонную смесь для изготовления конструкции и/или элемента из бетона, в компетенцию которого входят укладка, уплотнение бетонной смеси и уход за бетоном на стадии твердения;

– **внешний контроль (надзор)** – в лице инспектора, представляющего независимый аккредитованный испытательно-консультационный орган, уполномоченный для периодической верификации общей системы контроля производства для данного производителя.

Стандарт [7], как и EN 206 [2] разделяет компетенции и ответственность между контрагентами. В соответствии с этим стандартом различают:

– **проектируемый бетон/бетон с заданными свойствами** (*designed concrete*) – бетон, для которого требуемые свойства и дополнительные характеристики (если таковые указаны) заданы изготовителю, ответственному за поставку бетона, соответствующего заданным свойствам и дополнительным характеристикам.

Согласно требованиям [2, 7] проектировщик указывает в спецификации требуемые характеристики свойств бетона, в то время как обеспечить их достижение должен изготовитель, проектируя соответствующую рецептуру бетонной смеси и принимая на себя полную ответственность за получение этих свойств;

– **предписанный бетон/бетон заданного состава** (*prescribed concrete*) – бетон, для которого состав бетонной смеси и используемые составляющие материалы, используемые для приготовления бетонной смеси заданы изготовителю, ответственному за поставку бетона заданного состава.

В случае такой спецификации бетона проектировщик определяет (назначает расчетом) состав бетона и несет ответственность за достижение бетоном заданного им же самим состава установленных свойств. Изготовитель отвечает только, собственно, за процесс приготовления бетонной смеси заданной рецептуры;

– **нормированный предписанный бетон/бетон нормированного состава** (*standardized prescribed concrete*) – бетон заданного состава, для которого состав бетонной смеси приведен в стандарте, действующем в месте использования бетона.

В данном случае проектировщик устанавливает только класс такого бетона по прочности на сжатие, изготовитель отвечает за процесс приготовления бетонной смеси в соответствии с составом, приведенным в стандарте, а за свойства отвечает разработчик стандарта в месте его применения.

В национальной практике применения (согласно п. 3.11 СТБ 1544 [10]) такой бетон определяют, как "бетон стандартный" для которого состав бетонной смеси установлен техническими условиями производителя. Следует отметить, что, как и в случае "предписанных бетонов или бетонов заданного качества", приведенные в СТБ 1544 [10] определения не совсем корректны, т. к. стандарт не устанавливает разделения ответственности между участниками строительного процесса.

Во всех рассмотренных случаях, по требованиям СТБ 1544 [10], ответственность за достижение требуемых свойств поставляемого бетона установленного качества несет только изготовитель.

Основой для назначения составов бетонных смесей для бетона с заданными свойствами и бетонов с заданной рецептурой должны быть результаты начальных испытаний (*initial test*, Annex A [2, 3] или [7]) или исходная информация, полученная из долговременного опыта применения подобных составов с учетом базовых требований к составляющим (см. п. 5.1 EN 206 [2]) и составам бетона (п. 5.2 и п. 5.3.2, EN 206; [2], [7]).

В случае применения бетона заданного состава, спецификатор/разработчик спецификации отвечает за то, что спецификация бетона соответствует общим требованиям стандартов [2, 7] и назначенные составы (композиции) бетона способны достичь намеченного качества как в бетонных смесях, так и в затвердевшем бетоне. Спецификатор должен поддерживать и обновлять документацию, в которой фиксируются запроектированные составы.

В случае стандартного бетона нормированного состава ответственность за достижение требуемых свойств несет национальный орган стандартизации.

#### 1.4 Спецификация бетона

Спецификатор/разработчик спецификации бетона должен гарантировать, что все соответствующие (уместные) требования к свойствам бетона включены в спецификацию бетона, представленную изготовителю. Спецификатор должен также указывать любые требования к свойствам бетона, которые необходимы для транспортировки после отгрузки, укладки, уплотнения, хранения или будущего ухода. Спецификация, при необходимости, может включать любые специальные требования к бетону (например, архитектурный бетон).

Спецификатор при составлении должен учитывать:

- область применения и нахождения бетонной смеси и затвердевшего бетона;
- условия хранения;
- геометрические размеры конструкции (для оценивания выделения тепла);
- воздействия и влияния окружающей среды, определяющие условия эксплуатации конструкции (класс экспозиции);
- проектный срок службы;
- требования к заполнителям или толщине защитного слоя;
- все требования, имеющие влияние на выбор  $D_{upper}$  и  $D_{lower}$  (такие требования даны, например, в СП 5.03.01 [6]);
- любые ограничения в применении составляющих бетонной смеси, например, в результате ограничения классов экспозиции.

В рамках принятой концепции разделения ответственности стандарты [2, 7] устанавливают следующие требования к содержанию спецификации:

##### 1) для бетона с заданными свойствами:

###### а) обязательные требования:

- требование соответствия стандарту (обозначение, например, EN 206);
- класс бетона по прочности на сжатие (например,  $C^{16/20}$ );
- класс экспозиции или условий окружающей среды (например, XC4);
- $D_{upper}$  (наибольшее значение  $D$  по отношению к фракциям крупного запол-

нителя в бетонной смеси – максимальный размер зерна крупного заполнителя), а также  $D_{lower}$  (наименьшее значение  $D$  по отношению к фракциям крупного заполнителя в бетонной смеси – минимальный размер зерна крупного заполнителя);

– класс по содержанию хлоридов (хлор-ионов) (например,  $Cl\ 0,20$ );

**дополнительно:**

– в случае легкого бетона – класс по плотности или назначенная плотность;

– в случае тяжелого бетона – назначенная плотность;

– в случае товарного бетона – класс консистенции или назначенное значение консистенции (удобоукладываемости);

**б) дополнительные требования:**

– специальные виды и классы цемента;

– специальные виды или категории заполнителей;

– функциональное назначение (конструкционный или не конструкционный);

– минимальное содержание фибры;

– свойства, обеспечивающие морозостойкость (например, содержание воздуха – воздухововлечение), методы проверки морозостойкости и требуемый показатель в соответствии с принятым методом (например, F200);

– требования, касающиеся температуры бетонной смеси, если они отличаются от требований, установленных стандартом (не ниже 5 °С);

– кинетика набора прочности бетона (быстротвердеющий, нормально твердеющий, медленно твердеющий, очень медленно твердеющий); с точки зрения, например, снятия опалубки;

– тепловыделение при гидратации (в частности при выведении массивных конструкций);

– замедление схватывания;

– водопоглощение;

– истираемость;

– прочность на растяжении при раскалывании или изгибе - например, для дорожных бетонов;

– усадка, ползучесть, модуль упругости (при использовании заполнителей после рециклинга);

– дополнительные требования к бетонам, применяемые для геотехнических работ;

– дополнительные требования к самоуплотняющимся бетонам;

– другие требования (например, архитектурный бетон, специальные методы укладки и уплотнения бетона, времени сохранения требуемой консистенции (подвижности)).

**2) для бетона заданного состава:**

**а) базовые (обязательные) требования:**

– требование соответствия стандарту (обозначение, например, EN 206);

– вид и класс прочности цемента (например, СЕМ I-42,5 R);

– назначенное содержание цемента в составе бетонной смеси;

– назначенное водоцементное отношение W/C (норма рекомендует, чтобы назначенное значение было меньшим, как минимум, на 0,02 от предполагаемо-



го предельного значения), либо консистенцию (подвижность) выраженную классом, либо назначенным значением;

- вид и категория заполнителей и максимальное содержание хлоридов;

- для легких или тяжелых бетонов, соответственно, максимальную или минимальную плотность заполнителя;

- максимальный размер заполнителя (наибольшее значение по отношению к  $D_{upper}$  фракции крупного заполнителя в бетонной смеси), и  $D_{lower}$  (наименьшее значение  $D$  по отношению к фракции крупного заполнителя в бетонной смеси), а также все ограничения, касающиеся категории зернового состава; норма рекомендует, чтобы размер  $D_{upper}$  не был большим, чем  $d_g$  – наибольший номинальный размер зерна крупного заполнителя, что, согласно [6], имеет влияние на назначение толщины защитного слоя бетона в конструкции;

- вид и содержание добавок и фибры, если они применяются;

- происхождение добавок и фибры, если они применяются, происхождение цемента (если его свойства не удастся определить терминологически другим способом, например, цемент специальный);

**б) дополнительные требования:**

- происхождение некоторых либо всех составляющих бетона вместо свойств, которые нельзя определить другими способами;

- дополнительные требования, относящиеся к заполнителям;

- требования, касающиеся температуры бетонной смеси, если она отличается от основного требования нормы (не ниже, чем 5 °С);

**3) для стандартного бетона нормированного состава:**

- ссылку на нормативный документ, определяющий требования для стандартного бетона нормированного состава;

- обозначение стандартного рецептурного бетона.

В случае спецификации для стандартного рецептурного бетона проектировщик должен помнить о том, что его следует применять для конструкций бетонных и железобетонных, а также для классов эксплуатации Х0 или ХС1.

## 1.5 Что должен изготовитель бетона

Хотя из представленного выше описания следует, что спецификацию должен подготовить спецификатор, как правило, не он передает ее изготовителю бетона. Поставщиком спецификации является, преимущественно, производитель работ, т. к. он согласовывает и заказывает поставки бетона, и он, наконец, несет ответственность за применение соответствующего конструкционного материала. Подтверждается это соответствующими записями в исполнительной документации объекта.

Из анализа положений EN206 [2] следует, что "спецификация" бетона, согласно этому стандарту, является попросту его "заказом", сформулированным производителем работ, на основе спецификации проекта, разработанной проектировщиком конструкции. Это означает, что в спецификации/заказе, представленном производителем работ, должны быть дополнительно учтены его

возможности или ограничения, вытекающие, например, из технологии укладки бетонной смеси (консистенция), транспортных возможностей, принятого ритма ведения работ и т. п.

Отсутствие различия этого нюанса между спецификацией проекта и спецификацией/заказом часто ведет к практике передачи изготовителю бетона проектной спецификации как приложения к заказу. Приготовленная на ее основе поставка бетона не всегда может соответствовать технологическим возможностям производителя работ.

С точки зрения изготовителя бетона его обязанностью является произвести бетонную смесь, а далее и затвердевший бетон, удовлетворяющий всем сформулированным в спецификации требованиям. Изготовитель подтверждает это, выполняя оценивание соответствия материала в диапазоне свойств, оговоренных в спецификации. Окончательным свидетельством такого действия следовало бы считать подписание **декларации соответствия**.

В настоящее время получение декларации соответствия выполняется в рамках несколько отличной процедуры. Тем не менее, даже получив декларацию соответствия на 1 год, никто не освобождает изготовителя от того, чтобы отозвать декларацию, если соответствие не подтверждается. Может сложиться впечатление, особенно в случае бетона с заданными свойствами, что достаточным является то, что изготовитель подтвердил получение требуемых свойств, но как он это сделал и при использовании каких материалов и методов – это неважно (такой подход принят в новой парадигме проектирования – «Проектирование, ориентированное на результат»). Однако это не так. Стандарты [2, 7] приводят состав информации, которая передается от изготовителя бетона производителю работ. Целью такой передачи информации является представление свойств материала, его возможностей, но одновременно и угроз, которые могут появиться в процессе строительства, либо позже в процессе эксплуатации.

Так, **по желанию** производителя работ, **на этапе согласования условий поставки**, производитель бетона должен передать следующую информацию, касающуюся проектируемого бетона:

- вид и класс прочности цемента, и вид заполнителей;
- вид химических и минеральных добавок, если они применяются;
- описание стальной или полимерной фибры (в соответствии со стандартом), а также **свойства** и ее содержание, если таковое указано в спецификации;
- описание технических показателей, если они указаны в спецификации при помощи класса по прочности для фибробетона;
- принятое водоцементное соотношение (W/C);
- результаты значимых предшествующих испытаний бетона, например, в процессе контроля продукции, контроля соответствия или начальных испытаний;
- кинетику набора прочности;
- происхождение составляющих (поставщик);
- $D_{max}$  – декларируемое значение  $D$  – наибольшей фракции заполнителя, фактически использованного в бетоне.

Здесь следует отметить, что фраза "по желанию" производителя работ не означает действия, обязательного для изготовителя бетона. Согласно мировой практике, благоприятствующим моментом, когда можно это согласовать – это время формулирования договора на поставку бетона. Если какие-то из записей не найдут места в договоре, то позже, особенно когда появляются технологические проблемы при реализации объекта, нельзя требовать подробной информации, например, о составе бетона, отдельных составляющих, или точных данных о полученных параметрах.

Очень важной информацией, которая передается от изготовителя бетона производителю работ, являются данные о кинетике набора прочности. Эта информация может быть представлена, например, в виде отношения прочности в возрасте двух суток  $f_{сж,2}$  к прочности в возрасте двадцати восьми суток  $f_{сж,28}$ , полученного на этапе начальных испытаний в лабораторных условиях ( $T = 20^\circ C$ ).

Следует отметить, что стандарт не устанавливает какой-либо обязательной формы обмена информацией между изготовителем бетона и производителем работ (потребителем).

Вместе с тем, стандарт EN 206 [2] устанавливает необходимость оформления **паспорта доставки**, который является документом, требуемым при каждой доставке бетонной смеси. Паспорт доставки формально также является правовым (юридическим) подтверждением, что тот материал, который был поставлен, отвечает заказу и его свойства соответствуют требованиям действующего стандарта.

Паспорт поставки, согласно EN 206, является документом, содержащим информацию, которая, в зависимости от уровня оснащения бетоносмесительного узла, может быть *напечатанной, отштампованной или вписанной вручную*. Одна часть информации является аналогичной (такой же) независимо от вида поставляемого бетона, а другая зависит от статуса производимого бетона: бетон с заданными свойствами, бетон с заданным составом или стандартный бетон нормированного состава.

**Базовая (основная) информация** для всех видов бетона в паспорте доставки включает:

- наименование производителя товарного бетона;
- номер паспорта доставки;
- дата и время загрузки, например, время первого контакта цемента с водой;
- номер автомобиля или обозначение;
- потребитель;
- наименование (название) и положения места доставки (адрес и название объекта);
- детали или ссылки на спецификацию, номер положения, номер заказа;
- количество бетонной смеси, в м<sup>3</sup>;
- декларация соответствия со ссылкой на спецификацию к стандарту;
- название или обозначение органа сертификации (если производитель имеет сертифицированную систему контроля качества);
- время доставки бетона к месту выгрузки;
- время начала разгрузки;
- время окончания разгрузки.

Дополнительно паспорт доставки должен содержать следующие данные:

а) в случае **бетона с заданными свойствами**:

- класс прочности на сжатие;
- класс эксплуатации (условий окружающей среды);
- класс содержания хлоридов;
- класс консистенции или назначенная величина;
- предельные значения состава бетонной смеси, если таковые указаны в спецификации;
- виды химических и минеральных добавок, если таковые указаны в спецификации;
- специальные свойства, если они указаны;
- вид и содержание фибры;
- максимальный размер зерна крупного заполнителя,  $D_{max}$ ;
- в случае легкого или тяжелого бетона: класс по плотности или назначенная плотность;

в) в случае **бетона заданного состава**:

- детали, касающиеся состава бетонной смеси, например, содержание цемента, и, если это требуется, вид химической добавки;
- назначенное водоцементное отношение (W/C) или консистенция бетонной смеси, выраженная как класс или назначенным численным значением, если это указано в спецификации;
- максимальный размер зерна крупного заполнителя,  $D_{max}$ ;
- вид и содержание фибры, если это указано в спецификации;

с) в случае **стандартного бетона нормированного состава**, представляемая информация должна соответствовать требованиям национального стандарта (если таковой действует):

- класс бетона по прочности;
- класс консистенции.

## 1.6 Категории затрат, связанных с управлением качеством

Подробный анализ статей затрат, связанных с организацией и проведением контроля качества бетона по выборочным планам, представлен, например, в монографии [19].

Как показано в работах [19, 20] затраты, связанные с качеством, можно условно подразделить на три основных категории:

- профилактические затраты или затраты на предупреждение дефектов (англ. *prevention*);
- затраты на контроль и оценку качества (англ. *appraisal cost*);
- потери от дефектов (англ. *failure cost*), которые, в свою очередь, подразделяют на внутренние и внешние потери.

**Профилактические затраты** в общем случае включают стоимость всех мероприятий, направленных на предупреждение низкого качества материала, включая расходы на планирование качества, оценки воспроизводимости техно-

логического процесса, обследования потенциальных возможностей поставщиков исходных материалов и сырья, разработки процедур контроля качества, подготовку и обучение квалифицированного персонала и специалистов в области качества.

**Затраты на контроль и оценку качества** включают затраты, связанные с оценками и проверками материала, подтверждающими их соответствие требованиям спецификаций проекта, техническим условиям. К этой группе затрат относят:

- расходы на входной контроль и испытания исходных материалов и сырья;
- расходы на производственный контроль и приемку партий материала по установленным критериям соответствия;
- стоимость аудитов;
- расходы на калибровку и поверку контрольно-измерительного оборудования и приборов, а также затраты на их приобретение;
- стоимость собственно продукции и расходных материалов, используемых при оценках соответствия по выборочным планам разрушающего контроля;
- затраты, обусловленные ошибками в оценивании конечных свойств поставляемого материала.

**К потерям от дефектов (брака)** относят любые затраты, возникшие в результате несоответствия свойств материала установленным требованиям спецификации или потребностям заказчика (например, изложенным в техническом задании на бетон заданного состава) или пользователя. Другими словами, эти издержки представляют собой цену надлежащего качества материала. Потери от дефектов (брака) принято подразделять на внутренние и внешние:

- внутренние потери от дефектов возникают до поставки материала потребителю, являются результатом выявления некачественных партий в процессе контроля собственным персоналом производителя. В общем, внутренние потери – это совокупность затрат на производство дефектных партий материала, стоимость переработки или утилизации, повторных проверок и испытаний дефектной продукции (например, выполнение повторных расчетов конструктивной системы при выявленных фактических характеристиках свойств материалов), потери от уценки дефектных изделий;
- внешние потери от дефектов возникают уже после того, как материал попадает в сферу потребления, в результате того, что брак выявлен потребителем или третьей стороной. В общем случае внешние потери включают расходы на удовлетворение претензий потребителя: затраты на переделку, расходы на обслуживание рекламаций качества или расходы по гарантийным обязательствам, убытки, связанные с отзывом продукции (например, при производстве сборного железобетона), возмещение ущерба, понесенного потребителем и/или пользователем и т. д.

## ГЛАВА 2

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ

---

#### 2.1 Характеристическая прочность бетона на сжатие

Класс бетона по прочности на сжатие в конструкции, а, соответственно, и приписанное ему характеристическое значение прочности, назначается проектировщиком с использованием, как правило, оптимизационных процедур, учитывающих технические, экономические, экологические и социальные последствия, связанные с отказом конструктивного элемента (конструкции) в соответствии с концепцией надежности, принятой в СН 2.01.01 [8].

Однако, как отмечается в ряде работ [20, 25], строительная практика показывает, что конструкции из бетона довольно редко возводятся в точном соответствии с назначенным уровнем качества бетона и характеристиками, принятыми при проектировании (здесь необходимо подчеркнуть, что проектирование – это процесс, когда все действия и операции совершаются с абстракциями).

В общем, фактическая прочность бетона в возведенной конструкции зависит от случайных вариаций качества, которые имеют место в процессе приготовления, транспортирования, укладки бетонной смеси и условий хранения бетона. Кроме того, известную долю неопределенности в общую изменчивость качества при его оценивании вносят процедуры, связанные с испытанием опытных образцов. Основные источники изменчивости качества бетона, согласно [9], приведены в таблице 2.1, а их подробный анализ содержится в публикациях [17, 18].

Теоретическую прочность бетона нормируемого класса принято описывать некоторой генеральной совокупностью (популяцией), содержащей гипотетически бесконечное число единичных значений.

Таблица 2.1 – Основные источники изменчивости прочности бетона [9]

Вариации, обусловленные свойствами бетона	Вариации, обусловленные методами испытаний
<p>1) Отклонения от проектного значения водоцементного отношения (W/C), вызванные:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– неудовлетворительной точностью дозирования воды;</li> <li>– чрезмерными вариациями влажности заполнителей или погрешностями в ее измерении;</li> <li>– повторным добавлением воды и с последующим перемешиванием.</li> </ul> <p>2) Вариации в водопотребности, вызванные:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– отклонениями в гранулометрии, форме заполнителя;</li> <li>– изменениями в количестве(объеме) вовлеченного воздуха;</li> <li>– временем поставки и температурными изменениями.</li> </ul>	<p>1) Несоответствующая процедура отбора проб.</p> <p>2) Вариации, вызванные методами приготовления контрольных образцов, включая:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формование, уплотнение, хранение свежесготовленных образцов (кубов, цилиндров);</li> <li>– плохое качество, повреждения и поломку форм.</li> </ul> <p>3) Отклонения от стандартных условий хранения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вариации температуры;</li> <li>– вариации в контроле влажности;</li> <li>– несвоевременная доставка образцов в лабораторию и опоздание с началом стандартного хранения.</li> </ul>

Вариации, обусловленные свойствами бетона	Вариации, обусловленные методами испытаний
3) Вариации в характеристиках и свойствах составляющих: – заполнителей; – цемента и добавок. 4) Вариации в режимах перемешивания, транспортировки, укладки и уплотнении бетонной смеси. 5) Вариации в условиях хранения, включая температуру бетона	4) Неудовлетворительная процедура испытаний, включая: – подготовку образцов; – процедуру испытаний; – неповеренное оборудование

Опыт показывает, что при стабильных условиях производства для описания непрерывно распределенной случайной величины, которой является прочность бетона, обычно применяют нормальное (Гауссовское) распределение с главными описательными статистиками – средним значением прочности и среднеквадратичным (стандартным) отклонением. Как было показано выше, в концепции полувероятностного метода частных коэффициентов взамен функции плотности вероятности прочности бетона со своими статистическими параметрами (среднее значение и стандартное отклонение) вводят один параметр – **характеристическую прочность**. Как известно, прочность конкретного бетона в рамках установленного нормируемого класса (как базового показателя) не является постоянной, а представляется некоторой непрерывно распределенной случайной величиной, для которой вероятность определения точного значения равняется нулю.

Таким образом, для непрерывно распределенной случайной величины можно говорить лишь о попадании значений в установленный интервал (об интервальном оценивании).

**Характеристическая прочность** материала согласно [8, 13] определена как значение прочности, установленное с учетом статистической изменчивости, ниже которого может располагаться только ограниченно малая доля результатов (доля дефектов) из принятого гипотетически бесконечного распределения прочности.

Для бетона **характеристическая прочность на сжатие**  $f_{ck}$  определена как 5-процентная квантиль статистического распределения. Характеристическое значение прочности применяют как при проектировании, так и при контроле соответствия бетона при его производстве и применении в конструкциях.

Приведенное определение характеристической прочности бетона ( $f_{ck}$ ) было впервые дано в ISO 3893:1997 [13]. Согласно СН 2.01.01 [8] характеристическое значение прочности ( $f_{ck}$ ) при проектировании определено как установленная квантиль принятого статистического распределения прочности для гипотетически бесконечной выборки результатов испытаний. Учитывая то обстоятельство, что на практике число результатов испытаний является достаточно ограниченным (особенно в случае бетонных образцов, подвергаемых разрушению в процессе испытания), в стандарте ISO 3893:1997 [13] установлено, что при кон-

трольных испытаниях квантили (коими являются характеристические значения прочности) следует оценивать при доверительном уровне  $\gamma$  от 50 % до 95 % (но, не менее 50 %). Это же требование содержится и с СТБ ISO 12491:1997 [12].

Здесь следует обратить внимание на одно важное обстоятельство, связанное с нормированием, а далее и оцениванием характеристических значений, принятым в различных европейских стандартах (EN).

Так, в тексте EN 206 [3] опущено требование, касающееся минимального доверительного уровня оценивания квантиля прочности контролируемого бетона и без какого-либо дополнительного комментария (за исключением анализа операционных кривых) при оценивании квантиля порядка 0,05 значение коэффициента  $\lambda$  уменьшено от 1,64 до значения 1,48. В свою очередь в приложении D к ТКП EN1990 при определении характеристических значений свойств материалов (в частности прочности) рекомендовано применять зависимости с коэффициентами, значительно более высокими, чем 1,64, значения которых установлены с использованием Байесовских процедур.

Подобные несоответствия можно наблюдать и в других евростандартах (EN), относящихся к оцениванию конструкционных материалов. По мнению проф. *L. Brunarski* [20] *“причиной такого состояния вопроса является герметичность отдельных рабочих групп, разрабатывающих проекты EN. Отсюда – различные виды критериев соответствия, которые можно встретить в стандартах зависят от индивидуальной подготовки разработчика в области статистики и даже индивидуальных предпочтений членов рабочей группы”*.

Как было сказано ранее, в нормах проектирования железобетонных конструкций [6] механические характеристики бетона выражают через его характеристическую прочность  $f_{ck}$ , определенную как 5-процентная квантиль статического распределения прочности на сжатие для гипотетически бесконечной выборки результатов, получаемых из испытаний стандартных цилиндров ( $\varnothing$  150 мм;  $h = 300$  мм) или кубов со стороной 150 мм. На практике доля дефектов (результаты меньше чем  $f_{ck}$ ) может быть большей, либо меньшей 5 % (см. рисунок 2.1). Дефективность произведенного бетона при оценивании прочности на сжатие можно выразить следующим образом:

$$\theta = Pr\{f_{c,i} \leq f_{ck}\}, \quad (2.1)$$

где  $\theta$  – доля (фракция) дефектных результатов;

$f_{c,i}$  – единичные значения прочностей на сжатие в  $n$ -элементной выборке результатов испытаний.

СТБ ISO 12491 [12] рассматривает возможность применения трех методов оценивания квантилей статистических распределений:

- статистическое оценивание с учетом количества единичных результатов испытаний при назначенном доверительном уровне оценивания  $\gamma$ ;
- применение операционно-характеристических функций (ОС) при назначенных (или установленных) значениях риска производителя (поставщика) и потребителя;
- применение для оценивания Байесовских статистик.



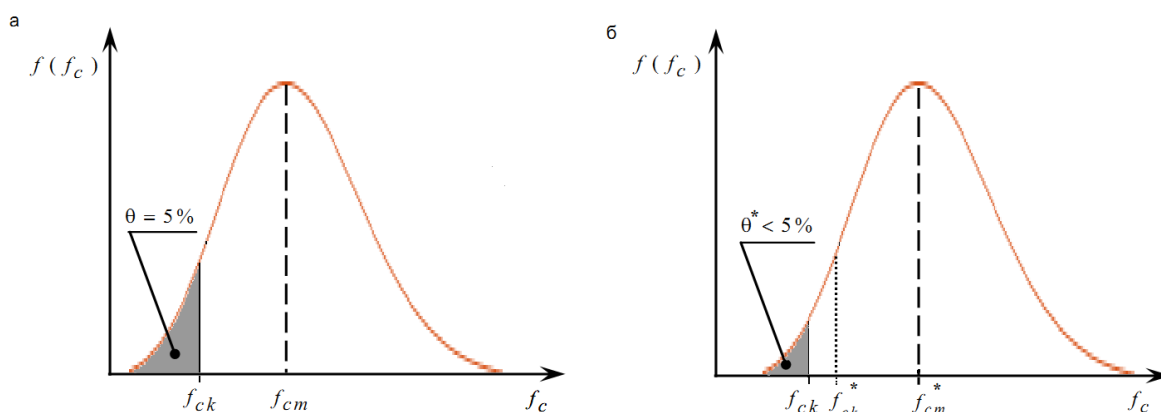


Рисунок 2.1 – Теоретическая (а) и фактическая (б) доли дефектов при оценивании прочности (фактические параметры помечены звездочкой)

В последние годы предприняты попытки разработки новых подходов к созданию критериев соответствия прочности бетона [19, 32]. Однако они не нашли широкого применения в практике. Здесь следует отметить интересные предложения *I. Skrzypczak* [19], основанные на применении нечетной логики (*fuzzi logic*) и порядковых статистик.

## 2.2 Критерии соответствия, основанные на интервальном оценивании квантилей

### 2.2.1 Определение квантиля распределения порядка $p$

Зная функцию плотности нормального распределения  $f(x)$  непрерывной случайной переменной  $x$ , можно определить квантиль порядка  $p$ , т. е. значение  $x_p$  случайной переменной, при которой значение функции  $F(x_p) = p$ , причем

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x_p} f(x) dx. \quad (2.2)$$

Другими словами, вероятность появления значений случайной переменной меньших, чем квантиль  $x_p$ , составляет  $p$ .

Если популяция случайной переменной имеет нормальное распределение со средним значением  $m$  и стандартным отклонением  $\sigma$ , квантиль порядка  $p$  определяется по формуле

$$x_p = m + u_p \times \sigma, \quad (2.3)$$

где  $u_p$  является статистикой нормального распределения или квантилем порядка  $p$  так называемого стандартизированного нормального распределения  $f(u)$  новой переменной  $u$ , определяем по формуле

$$u = \frac{x - m}{\sigma}. \quad (2.4)$$

Стандартизированным является нормальное распределение с характеристиками  $m = 0$  и  $\sigma = 1$ .

Вероятность появления значений  $u$  меньших, чем  $u_p$  составляет  $p$ ; значения квантиля  $u_p$ , в зависимости от  $p$ , представлена в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Статистики  $u_p$  нормального распределения (квантили порядка  $p$  стандартизированного нормального распределения)

$p$	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
$u_p$	-2,33	-1,96	-1,64	-1,28	1,28	1,64	1,96	2,33

Значения квантилей порядка  $p > 0,5$  применяют для определения верхних квантилей (правосторонних). Такие квантили применяют при определении свойств, для которых важным является их максимальные значения (например, воздействия на конструкции); значения квантилей порядка  $p < 0,5$  применяются для определения нижних квантилей (левосторонних). Их применяют при определении свойств, для которых существенным является минимальное значение (например, прочности конструкционных материалов).

В строительстве чаще всего применяют квантили порядков 0,05 и 0,95 и соответствующие им значения статистик  $u_p = -1,64$  и  $u_p = +1,64$ .

## 2.2.2 Интервальная оценка квантилей

### Сущность статистического оценивания

Статистическое оценивание позволяет путем обобщения результатов испытаний, составляющих выборку, определять параметры (оценочные характеристики, или эstimаторы) распределения генеральной совокупности (популяции).

В математической статистике рассматриваются две основные категории задач: *оценивание* и *статистическая проверка гипотез*. Первая задача разделяется на точечное оценивание и интервальное оценивание параметров распределения. Если мы хотим получить некоторый интервал, с той или иной степенью достоверности содержащий истинное значение параметра, то это задача *интервального оценивания*.

Вторая задача – проверка гипотез, заключается в том, что делается предположение о распределении вероятностей случайной величины (например, о значении одного или нескольких параметров функции распределения) и выносится решение, согласуются ли в некотором смысле эти значения параметров с полученными результатами наблюдений.

Выборочная оценка параметра, представляющая собой число, называется *точечной оценкой* (так, выборочное среднее и выборочную дисперсию считают точечной оценкой среднего и дисперсии генеральной совокупности).

Под термином «оценка» или «оценивание» в теории оценок понимают как сами значения параметров генеральной совокупности, полученные по выборке, так и процесс получения этих значений, т. е. правило, по которому они получены.

Оценки подразделяют на два класса:

– точечные – конкретные значения параметров генеральной совокупности, полученные по выборочным данным. Естественно, что эти значения должны быть максимально ближе к значениям соответствующих параметров генераль-

ной совокупности, которые являются истинными значениями оцениваемых параметров;

– интервальные – определяют границы интервалов, между которыми с некоторой вероятностью (так называемая доверительная вероятность) находится истинное значение оцениваемого параметра. Вероятности, признанные достаточными для того, чтобы уверенно судить о генеральных параметрах на основании выборочных характеристик, называют **доверительными**. Интервал, в котором с заданной доверительной вероятностью находится оцениваемый генеральный параметр, называется **доверительным интервалом**.

Как было показано ранее, после введения в нормы проектирования строительных конструкций метода частных коэффициентов при проверках предельных состояний используют характеристические значения воздействий и характеристические значения свойств материалов, которые со статистической точки зрения являются квантилями установленного порядка (в частности, для бетона  $p = 0,05$ ). С учетом статистических неопределенностей, вытекающих из анализа контрольных выборок малых объемов, особое значение приобретает интервальное оценивание установленных квантилей.

### **Оценивание квантилей нормального распределения**

Интервальное оценивание квантилей установленного порядка  $p$  выполняют так же, как и при классическом интервальном оценивании среднего, принимая вместо статистики распределения Стьюдента, статистики  $t_\gamma$  нецентрального  $t$ -распределения, деленного на  $\sqrt{n}$ . Для контрольной выборки из  $n$  результатов при установленном значении выборочного среднего (эstimатора среднего), значения эstimаторов правосторонних квантилей ( $p > 0,50$ ) нормального распределения генеральной совокупности определяют по следующим формулам:

– если известно стандартное отклонение  $\sigma$  генеральной совокупности случайной переменной  $x$ :

$$x_{p,est} = \bar{x} + k_\sigma \times \sigma \quad (2.5)$$

– если известно только выборочное стандартное отклонение (эstimатор стандартного отклонения)  $S$  случайной переменной  $x$ :

$$x_{p,est} = \bar{x} + k_S \times S \quad (2.6)$$

где  $S$  – выборочное стандартное отклонение (эstimатор стандартного отклонения), определяемой по известной зависимости:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2} \quad (2.7)$$

Значения коэффициентов  $k_\sigma$  и  $k_S$ , рекомендованные в СТБ ISO 12491 [12], приведены в таблице 2.3. Эту таблицу применяют и при оценивании левосторонних квантилей ( $p < 0,50$ ). В этом случае значения  $p$  следует заменить на  $(1 - p)$  и значения коэффициентов  $k_\sigma$  и  $k_S$  в формулах (2.5) и (2.6) следует изменять со знаком «минус».

Таблица 2.3 – Коэффициенты  $k_\sigma$  и  $k_s$  для оценивания квантилей распределения методом статистического оценивания согласно [20]

Порядок квантиля	Количество результатов, $n$	Известный $\sigma$		Известный $s$	
		доверительный уровень			
		0,50	0,75	0,5	0,75
0,95	3	1,64	2,03	1,94	3,15
	6	1,64	1,92	1,75	2,34
	10	1,64	1,86	1,70	2,10
	15	1,64	1,81	1,68	1,99
	20	1,64	1,79	1,67	1,93
	30	1,64	1,77	1,66	1,87
	100	1,64	1,71	1,64	1,76

## 2.3 Байесовское оценивание

В рамках Байесовского подхода, который является альтернативным по отношению к классическому статистическому интервальному оцениванию, статистические параметры трактуются как случайные переменные с распределениями *a priori* соответствующими состояниями накопленного знания. Байесовский подход находит в настоящее время достаточно широкое применение в задачах теории надежности конструкций [36, 37].

### 2.3.1 Оценивание квантилей. Процедура оценивания квантилей

Байесовский подход принят в СН 2.01.01[8] в части, касающейся проектирования конструкций, подкрепляемого испытаниями.

Прогнозируемое значение левосторонней квантили порядка  $p$ , являющееся характеристическим значением прочности конструкционного материала, составляет:

$$x_p = m' - t_y \times s' \sqrt{1 + \frac{1}{n'}} \quad (2.8)$$

где  $t_y$  является статистикой  $t$ -распределения Стьюдента (*Student*), определяемой в зависимости от числа степеней свободы  $\nu = n - 1$ , а также порядка квантиля  $p$ .

Если предшествующая информация недоступна, тогда характеристики  $m'$ ,  $n'$ ,  $s'$  эквивалентны уже известным параметрам  $x$ ,  $n$ ,  $s$  и прогнозируемое значение квантиля составляет

$$x_p = \bar{x} - t_y \times s' \sqrt{1 + \frac{1}{n}}. \quad (2.9)$$

Коэффициент  $k$  для оценки квантиля нормального распределения по аналогии с методом интервального оценивания можно записать:

$$k_n = t_y \times \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad (2.10)$$

и преобразовать формулу (2.9) к виду:

$$x_{p,est} = \bar{x} - k_n \times s. \quad (2.11)$$

Характеристическая прочность бетона определена как квантиль нормального распределения порядка  $p = 0,05$ .

Поэтому в случае неизвестного стандартного отклонения  $\sigma$  и наличия только эstimатора (выборочного стандартного отклонения)  $s$  значения этих квантилей в зависимости от количества результатов испытаний  $n$  получают по формуле (2.11), принимая статистики  $t_y$  по таблицам.

Например, если  $n = 15$  и  $p = 0,05$ , значение  $t_y = 1,76$ , поэтому из (2.10) значение  $k_n = 1,82$ . При известном значении  $t = u_p = 1,64$  значение коэффициента  $k_n$  составит

$$k_n = 1,64 \times \sqrt{1 + \frac{1}{n}}. \quad (2.12)$$

## 2.4 Критерии соответствия, устанавливаемые с помощью операционных функций (функций ОС)

### 2.4.1 Определение операционной функции

В процедурах статического управления качеством, установленных в ISO 3534-2 [14] существенное значение имеют функции, определяющие в испытательном плане вероятность того, что выполняются критерии соответствия в зависимости от принятого уровня качества ( $QL$ ) контролируемой партии изделия или процесса (далее рассуждения ограничиваются до приемки партии). На практике эти функции графически представляют в виде так называемых операционно-характеристических кривых (англ. *Operating Characteristic Curve*), обозначаемых далее символом ОС. Кривые ОС, показанные на рисунке 2.2, определены следующими характеристическими параметрами:

– качество, соответствующее риску поставщика (изготовителя) (англ. *Producer's Risk Quality – PRQ*) и качество, соответствующее риску потребителя (англ. *Consumer's Risk Quality – CRQ*), допустимый (приемлемый) уровень качества (англ. *Acceptable Quality Level – AQL*) и предельный (граничный) уровень качества (англ. *Limiting Quality Level – LQL*).

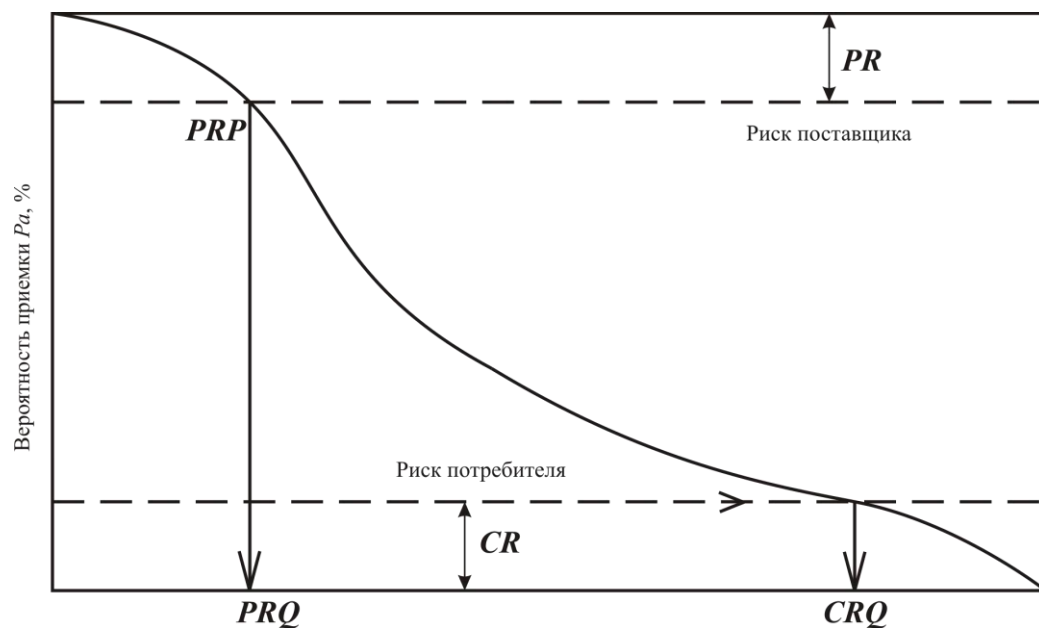
**Риск потребителя (CR)** в начальном плане выборочного контроля означает вероятность приемки ( $P_a$ ) партии, если уровень ее качества характеризуется значением, признаваемым в этом плане, как неудовлетворительное (например, принимает значение нижнего граничного уровня качества  $LQL$ , как показано на рисунке 2.2). Риск потребителя называют также максимальной вероятностью ошибки II рода.

**Риск производителя (поставщика) (PR)** в назначенном (установленном) плане выборочного контроля обозначает вероятность отклонения партии, если уровень ее качества имеет значение, признаваемое в этом плане как возможный

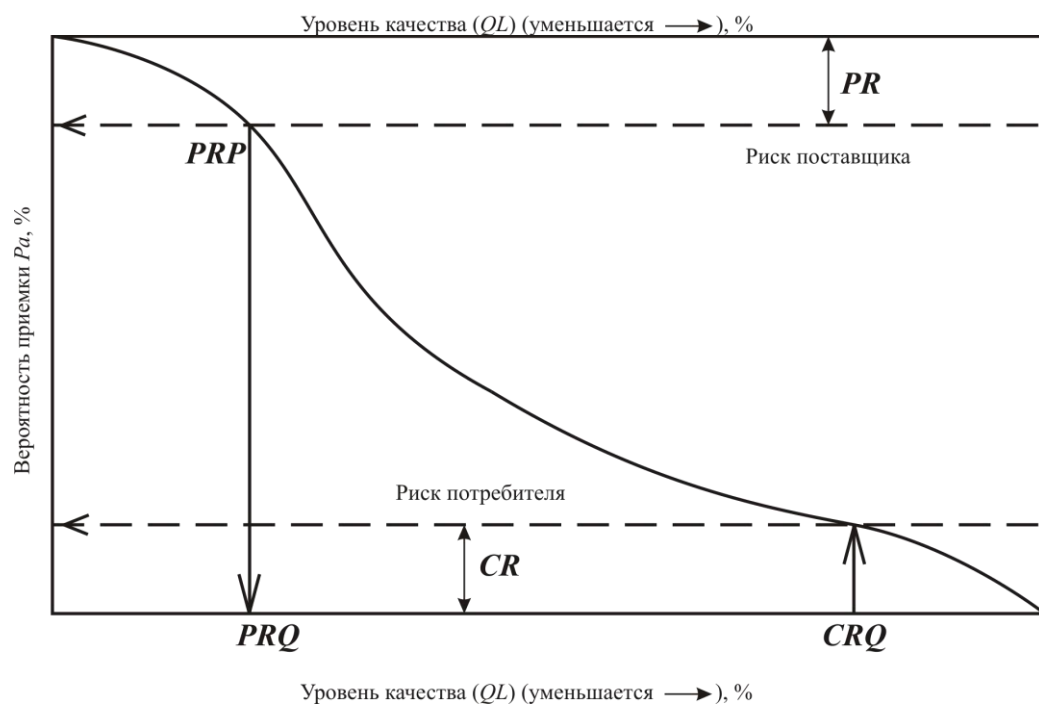
(допустимый) для приемки, или приемлемый (например, принимает значение приемлемого или допустимого уровня качества  $AQL$ , как показано на рисунке 2.2). Риск производителя (поставщика) также определяют как максимальную вероятность ошибки I рода.

Согласно СТБ ISO 12491 [12] рекомендовано принимать равные значения риска производителя (поставщика) и потребителя на уровне 5 % ( $PR = CR = 0,05$ , см. рисунок 2.2). Соответствующие этим значениям рекомендуемые максимальные уровни качества:  $PQR$  до 4 % и  $CRQ$  до 15 %.

а)



б)



а) – через риск поставщика ( $PR$ ) и потребителя ( $CR$ ), б) – через допустимый (приемлемый) уровень качества ( $AQL$ ) и предельный уровень качества ( $LQL$ )

Рисунок 2.2 – Кривые ОС, определенные согласно [26]

Соответствующая данным условиям таблица 2.4, содержащая количество результатов единичных испытаний  $n$  и значения коэффициентов  $k$  в критериях соответствия в зависимости от того, известно либо стандартное отклонение  $\sigma$ , либо его эстиматор (выборочное стандартное отклонение)  $S$ , приведена М. Holicky в работе [27]. Авторы этой работы анализировали кривые ОС соответствующие  $PRQ = 1,5\%$  и  $CRQ$  равным  $10\%$  и  $15\%$ , при количестве результатов  $n = 35$  и  $n = 23$ , утверждая, что при вероятности приемки  $P_a = 50\%$  только для  $n = 35$  не оказался превышенным допустимый (принятый) уровень качества  $5\%$ .

Таблица 2.4 – Характеристики планов выборочного контроля согласно [27]

Качество, соответствующее риску потребителя CRQ, %	При известном $\sigma$				При известном $S$			
	Качество, соответствующее риску производителя PRQ, %							
	1,0	1,5	2,5	4,0	1,0	1,5	2,5	4,0
2,5	$\frac{100}{2,14}$				$\frac{120}{2,14}$			
4,0	$\frac{33}{2,04}$	$\frac{60}{1,96}$			$\frac{75}{2,04}$	$\frac{100}{1,96}$		
6,5	$\frac{17}{1,92}$	$\frac{26}{1,84}$	$\frac{55}{1,74}$		$\frac{45}{1,92}$	$\frac{65}{1,84}$	$\frac{90}{1,74}$	
10,0	$\frac{10}{1,8}$	$\frac{14}{1,73}$	$\frac{24}{1,62}$	$\frac{50}{1,52}$	$\frac{28}{1,80}$	$\frac{35}{1,73}$	$\frac{55}{1,62}$	$\frac{80}{1,52}$
15,0	$\frac{7}{1,68}$	$\frac{9}{1,60}$	$\frac{13}{1,50}$	$\frac{22}{1,39}$	$\frac{19}{1,68}$	$\frac{23}{1,60}$	$\frac{28}{1,50}$	$\frac{43}{1,39}$

*Примечание: над чертой – число единичных результатов  $n$ ; под чертой – значения коэффициентов  $k_\sigma$  и  $k_s$ .*

#### 2.4.2 Процедуры получения кривых ОС. Приемочные критерии – решение о соответствии или несоответствии

Решение о соответствии или несоответствии прочности бетона принимают на основе сравнения результатов испытаний опытных образцов с мерой критерия соответствия.

Как показано в работе [20], критерии соответствия, опирающиеся на функциях ОС начали разрабатывать с 1996 года Комитетами СЕВ/СІВ/FIP/RILEM и были рекомендованы к применению в 1975 году. Общий вид предложенных критериев в большей или меньшей мере сохранился во всех последующих версиях стандартов, касающихся бетона. Критерии соответствия прочности бетона на сжатие, применявшиеся в различных странах до введения EN-206-1, представлены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Критерии соответствия, применявшиеся в разных странах до введения EN-206-1

Страна	Количество результатов n	Стандартное отклонение	Критерии соответствия
СССР, Россия	3 и более	не известно	$\bar{X}_n \geq k_T f_c$
	$\geq 15$	est. $s_{15}$	$f_c < X_{min} \geq k_T f_c - 4$
	$\geq 30$	Известно $\sigma$	
Германия	3	неизвестно	$\bar{X}_3 - 5 \geq f_c$ и $\bar{X}_{min} \geq f_c$
	9	неизвестно	$\bar{X}_9 - 5 \geq f_c$ и $\bar{X}_{min} \geq 0,8f_c$
	15	известно $\sigma$	$\bar{X}_{15} - 1,65\sigma \geq f_c$
	35	известно $\sigma$	$\bar{X}_{35} - 1,65\sigma_{35} \geq f_c$
Голландия	6	известно $\sigma$	$\bar{X}_6 - 1,52\sigma \geq f_c$
	12	est. $s_{12}$	$\bar{X}_{12} - 1,52\sigma_{12} \geq f_c$
Великобритания	4	известно $\sigma$	$\bar{X}_4 - 0,82\sigma \geq f_c$
Испания	6	неизвестно	$X_1 + X_2 - X_3 \geq f_c$
	12	неизвестно	$2 \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} - X_6 \geq f_c$
Франция	30	est. $s_{30}$	$\bar{X}_{30} - 1,69S_{30} \geq f_c$
Португалия	3	неизвестно	$\bar{X}_3 - 5 \geq f_c$ и $\bar{X}_{min} \geq f_c - 1$
	от 6 до 15	известно $\sigma$	$\bar{X}_n - \lambda\delta \geq f_c$ и $\bar{X}_{min} \geq f_c - k$ от $\lambda = 1,87$ для $n = 6$ от $\lambda = 1,48$ для $n = 15$ $k = 3$ для $6 \leq n \leq 9$ $k = 4$ для $10 \leq n \leq 15$
Польша	от 3 до 14	неизвестно	$x_{min} \geq \alpha f_{C1}^G$ $\lambda = 1,15$ для $3 \leq n \leq 4$ $\lambda = 1,10$ для $5 \leq n \leq 8$ $\lambda = 1,05$ для $9 \leq n \leq 14$ или $x_{min} \geq f_c^G$ и $\bar{X}_n \geq 1,2f_c^G$
	15	est. $s_{15}$	$\bar{X}_{15} - 1,15S_{15} \geq f_c^G$

В работе [5] были впервые представлены (на специальных гауссовских сетках, примененных для линеаризации кривых ОС) границы неэкономичной и небезопасной областей, между которыми должны размещаться линии ОС в случае применения критерия соответствия типа

$$\bar{x} - \lambda s \geq f_k. \quad (2.13)$$



Для принятой функции распределения прочности и данного критерия соответствия в рамках принятого выборочного плана можно рассчитать вероятность приемки партии бетона с заданной долей дефектов  $\theta$ . Эту вероятность называют вероятностью приемки и обозначают  $P_a$  или  $P_a(\theta)$ . Графики, показывающие зависимость вероятности приемки  $P_a$  от доли дефектов  $\theta$  или результатов испытаний прочности  $f_{c,i} \leq f_{ck}$  в партии численностью  $n$  (как правило, от 3 до 15), называют операционно-характеристическими кривыми (ОС). Как показано в работах [18, 19, 20], кривые ОС являются формой представления риска, связанного с применением статистических критериев соответствия (рисунок 2.2).

Кривая ОС для идеального плана испытаний имеет характерный вид, показанный на рисунке 2.3. Форма этой кривой соответствует выборке (популяции) с гипотетически бесконечным числом результатов испытаний и является планом, обеспечивающим приемку всех партий с дефектностью  $\theta_2 \leq AQL$  и их выбраковку при  $\theta_2 > AQL$ .

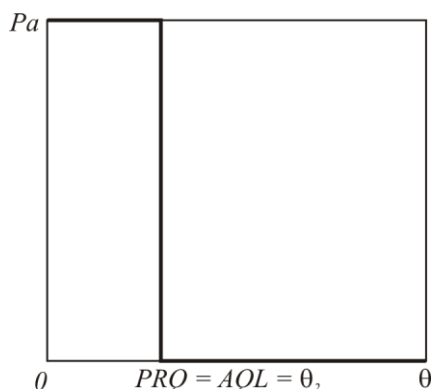


Рисунок 2.3 – Кривая ОС для идеального плана испытаний, соответствующего популяции с гипотетически бесконечным числом результатов испытаний

Форму кривой ОС в случае безошибочного контроля прочности бетона на сжатие (рисунок 2.3) можно описать аналитически следующим образом:

$$P_a(\theta) = \begin{cases} \text{при } \theta \leq 0,05 \\ \text{при } \theta > 0,05 \end{cases} \quad (2.14)$$

Реализация такого идеального плана возможна, однако, только в условиях безошибочного стопроцентного (сплошного) контроля.

## 2.5 Аналитические основы критериев соответствия

### 2.5.1 Одиночные критерии соответствия

Анализ научно-технической литературы [17, 18, 19] показывает, что наиболее часто применяют следующие формы записи критериев:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda \sigma \quad (2.15)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda s \quad (2.16)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + k_1 \quad (2.17)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + k_2 \quad (2.18)$$

где  $f_{cm}$  – средняя прочность бетона на сжатие для выборки, включающей  $n$  единичных результатов;

$\sigma$  – известное стандартное отклонение;

$S$  – выборочное стандартное отклонение (эстиматор) для выборки из  $n$  единичных результатов;

$f_{c,i}$  – минимальное единичное значение прочности бетона на сжатие в выборке из  $n$  результатов,

$\lambda, k_1, k_2$  – тестовые коэффициенты.

Предполагая нормальный закон распределения прочности бетона на сжатие, при использовании критерия вида (2.14), вероятность приемки  $P_a$  можно определить по известной зависимости [19]:

$$P_a = \Phi \left[ -\sqrt{n}(u_0 + \lambda) \right], \quad (2.19)$$

где  $\Phi ( )$  – функция Лапласа (значение интеграла Лапласа) при дефектности  $\theta$ , для которой выполняется равенство  $\theta = \Phi(u_0)$ .

Форма кривой ОС, сконструированной в соответствии с формулой (2.19), в частности, ее наклон, пропорционален  $\sqrt{n}$ , что отражает следующий эффект: выборка, содержащая большее число единичных результатов, обеспечивает более высокий дискриминационный потенциал критерия. С увеличением (уменьшением) значения коэффициента  $\lambda$  при постоянном числе единичных результатов  $n$ , график кривой ОС перемещается влево (вправо) (см. рисунок 2.4). Для случая  $u_0 = -\lambda$  значение вероятности приемки  $P_a(\theta) = 0,5$ , что в системах выборочного контроля принято называть точкой контроля, а в других – нейтральным качеством [19, 20].

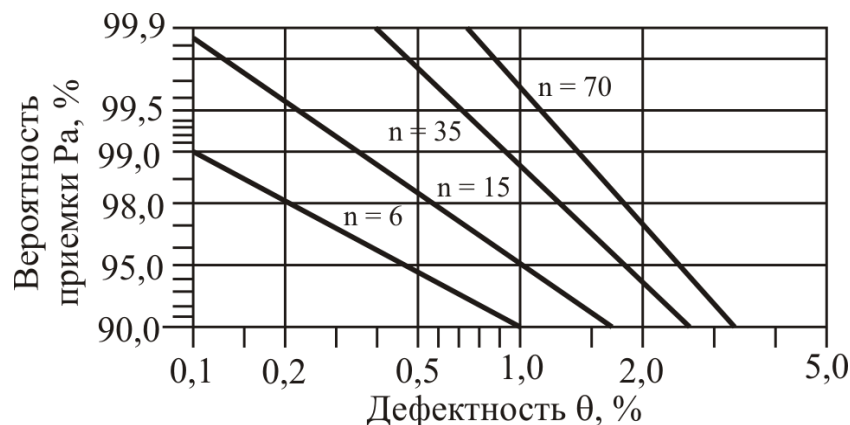


Рисунок 2.4 – Влияние количества единичных результатов испытаний  $n$ , на положение линеаризованных операционных кривых (ОС-кривых) для критериев постоянного производства, принятых в EN-206-1 по предложению L. Taerwe, согласно [21]

В силу того, что критерий соответствия зависит от двух параметров:  $\lambda$  и  $n$ , следует его вид принимать таким образом, чтобы кривые ОС проходили через некоторую постоянную точку с координатами  $(\theta_\lambda, P_a = 0,5)$ .

Вероятность приемки при применении критерия (2.19) определена для нецентрального распределения вероятности. Хорошее приближение можно получить, применяя нормальное распределение для

$$P_a = \Phi \left[ -\sqrt{\frac{n}{1+\lambda^2/2}} \times (u_\theta + \lambda) \right]. \quad (2.20)$$

В этом случае стандартное отклонение для популяции неизвестно, и его заменяют эстиматором (оценочной функцией) выборочного стандартного отклонения для выборки размером  $n$  так, что наклон кривой ОС уменьшается путем деления на коэффициент  $(1+\lambda^2/2)$  (см. рисунок 2.4). Так, при  $\lambda = 1,4$ , значение  $(1+\lambda^2/2) = 1,98$ , поэтому средний размер выборки следует увеличить в два раза для того, чтобы получить тот же вид кривой ОС, как и при известном стандартном отклонении.

Критерий типа (2.16) может быть представлен

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \left( \frac{k_1}{\sigma} \right) \sigma. \quad (2.21)$$

Принимая, что  $\frac{k_1}{\sigma} = \lambda'$ , получаем критерий (2.16) в виде

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda' \sigma. \quad (2.22)$$

Вид критерия (2.21), по сути, такой же, как и критерия (2.14), при  $\lambda' = k_1/\sigma$ . С целью определения формы кривой ОС следует принять значение стандартного отклонения и рассчитать  $\lambda'$  так, чтобы кривая ОС размещалась в контрольной области, заключенной между граничными кривыми (см. рисунок 2.4). Критерий типа (2.16) применяют к малым выборкам с размером  $n$  от 3 до 6 единичных результатов испытаний.

Как показано в [18] кривая ОС для критерия (2.17) может быть рассчитана с использованием биномиального распределения. Критерии этого типа, применяемые совместно с уравнениями (2.14), (2.15) или (2.16) называют составными или двойными критериями соответствия.

## 2.5.2 Двойные или составные критерии соответствия

В общем, двойные критерии соответствия представляются в следующих комбинациях:

1. При числе элементов (единичных результатов) выборки  $n = 3$  критерии соответствия прочности бетона на сжатие имеют вид:

$$\begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + k_1 \\ f_{c,i} \geq f_{ck} - k_2 \end{cases}, \quad (2.23)$$

где  $f_{cm}$  – средняя прочность бетона на сжатие в  $n$ -элементной выборке результатов;

$f_{ck}$  – характеристическая прочность бетона на сжатие;

$k_1, k_2$  – тестовые коэффициенты (МПа).

2. При числе элементов в выборке  $n \geq 15$  чаще всего используют критерии вида:

$$\begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda s \\ f_{c,i} \geq f_{ck} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda s \\ f_{c,i} \geq f_{ck} - k_2 \end{cases}. \quad (1.25)$$

Расчет вероятности приемки  $P_a$  для двойных критериев является довольно сложной задачей, т. к. эти критерии взаимозависимы [18, 19, 23]. Вероятность приемки  $P_a$  для двойных критериев соответствия можно представить в следующем виде:

$$P_a = P_a(f_{cm} \times f_{c,i}) \Rightarrow P_a = 1 - P_a(\bar{f}_{cm} \times f_{c,i}) - P_a(f_{cm} \times \bar{f}_{c,i}) - P_a(f_{cm} \times \bar{f}_{c,i}) \quad (2.24)$$

В работах [19, 20] утверждается, что для критериев (2.22) и (2.23) неизвестно аналитическое решение и поэтому, очевидно, единственным способом расчета кривых ОС является применение одного из методов случайной симуляции (например, методом Монте-Карло).

Согласно EN 206 решение о соответствии или несоответствии прочности бетона принимают на основе сравнения результатов испытаний контрольных образцов с двойными критериями соответствия, выделяя начальный ( $n = 3$ ) непрерывный и установившийся ( $n = 15$ ) периоды производства.

В связи с трудностями аналитического решения для вероятности приемки (2.24) эффективность двойных критериев соответствия анализируют на специальных масштабных сетках (как правило, в Гауссовских координатах), позволяющих линеаризовать кривые ОС, а также показать границы неэкономической и небезопасной областей, между которыми располагается рабочая область, в пределах которой должны располагаться линии ОС для принятого двойного критерия соответствия. Границы указанных областей, предложенные комитетами СЕВ/СІВ/FIP/RILEM в 1975 г., показанные на рисунке 2.5.

Другой вид кривых, описывающих границы неэкономической и небезопасной областей, предложил *L. Taerwe* (рисунок 2.5). Для верификации критериев соответствия *L. Taerwe* определил две области, ограниченные линиями, связывающими значения дефектности  $\theta$  и вероятности приемки  $P_a$  [23, 36]:

– для небезопасной области:

$$\theta \times P_a = 0,05; \quad (2.25)$$

– для неэкономичной области:

$$\frac{\theta}{1 - P_a} = 0,05. \quad (2.26)$$

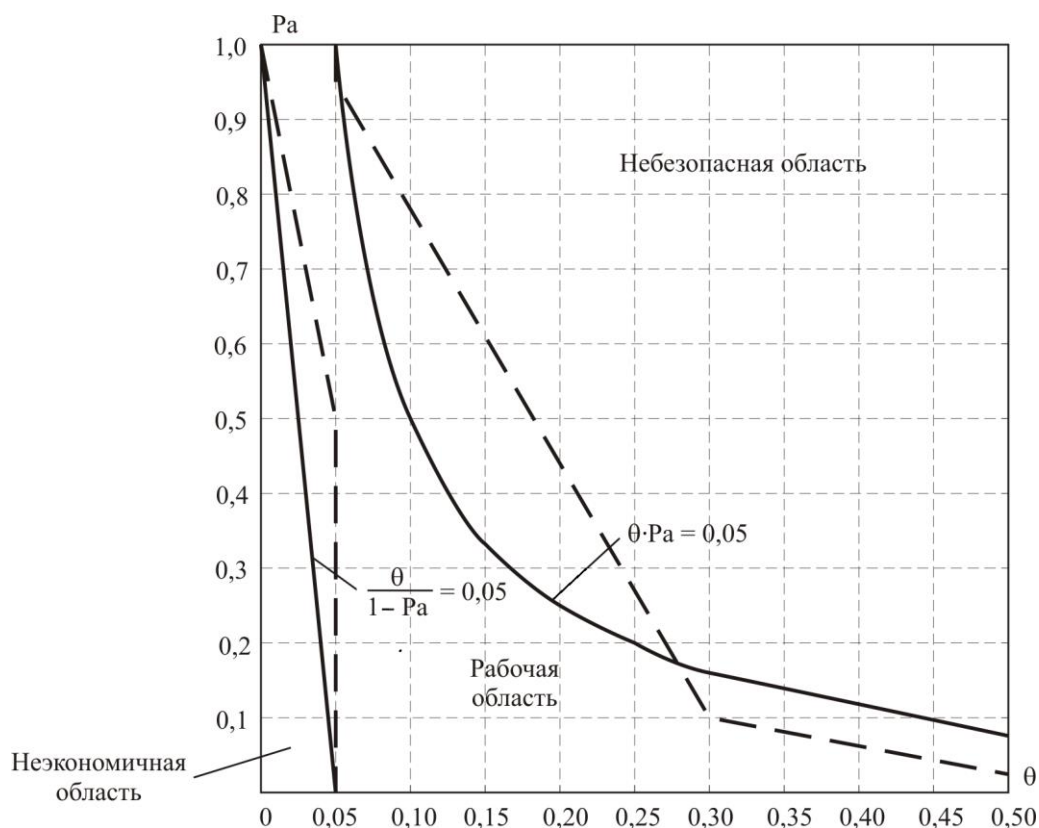


Рисунок 2.5 – Граничные кривые, предложенные L. Taerwe (сплошная линия) и Комитетами CEB/CIB/FIP/RILEM (штриховая линия), согласно [5]

Граничные кривые, предложенные L. Taerwe относятся к двум дефектностям, которым приписывают исключительно большой вес при проектировании выборочных планов:

– бóльшая вероятность приемки должна соответствовать партиям с дефектностью ниже 0,05 ( $\theta < 0,05$ ), поэтому декларированное значение 0,05 отнесено к риску производителя ( $1 - P_a$ ) в формуле (2.26) при описании граничной кривой для неэкономичной области;

– бóльшая вероятность отклонения должна соответствовать партиям с дефектностью  $\theta > 0,1$ . Значение 0,05 в формуле (2.25) для граничной кривой небезопасной области относится к значению 0,1, для которой риск потребителя (вероятность приемки  $P_a$  партии бетона удовлетворяющей требованиям), а также риск производителя бетона ( $1 - P_a$ ) – вероятность отклонения партии, удовлетворяющей требованиям – являются равными и составляют 0,5. В уравнении появляется значение 0,05, которое определено как произведение вероятности приемки и дефектности (по существу значение  $P_a \cdot \theta = AOQ$ ):  $0,1 \times 0,5 = 0,05$ .

Как показано в работе [41], предложенные L. Taerwe изменения при верификации критериев соответствия (непрерывные, гладкие кривые на рисунке 2.5) по отношению к граничным кривым для неэкономичной и небезопасной обла-

стей, рекомендованным комитетами СЕВ/СІВ/НІР/НІЕМ (ломаные, прерывистые кривые), являются не столь существенными, однако в некоторых случаях могут иметь важное значение при оценке риска изготовителя и потребителя товарного бетона (для производимого бетона с дефектностью до 0,05).

Таким образом, среди наиболее важных характеристик при построении графиков функций ОС следует выделить:

- **нейтральную** (или **рабочую**) **область**, содержащую уровни качества между допустимым уровнем качества ( $AQL$ ) и предельным уровнем качества ( $LQL$ );

- **наклон** (англ. *slope*) кривой ОС, определяемый как наклон линии, соединяющий точки, соответствующий риску производителя и риску потребителя на кривой ОС выборочного плана. Чем больше угол наклона (линия более крутая), тем большим дискриминационным потенциалом обладает критерий выборочного контроля. Очевидно, что с увеличением числа единичных результатов  $n$  в выборке кривая ОС будет приближаться к ступенчатой кривой (характеристике), имеющей угол наклона  $90^\circ$  и соответствующей идеальному плану контроля качества (см. рисунок 2.3).

Как было показано ранее, в СТБ ISO 12491 [17] рекомендовано принимать равные значения риска производителя и потребителя на уровне 5 % ( $PR = CR = 0,05$ ). Соответствующие этим значениям рекомендуемые уровни качества следующие: для  $PRQ$  – от 0,15 до 4 % и для  $CRQ$  – от 0.65 до 15 %.

Как видно из рисунка 2.4, при вероятности приемки  $P_a = 50$  %, только при  $n = 35$  принятый уровень качества  $AQL = 5$  %, или доля дефектов  $\theta = 5$  %, не является превышенной.

В общем, в соответствии с рекомендациями статистического контроля качества, рациональный план испытаний и критерии соответствия должны удовлетворять, как минимум, трем основным требованиям:

- вероятность  $P_a$  приемки партии бетона, удовлетворяющей требованиям ( $1 - P_a$  или риск производителя бетона, связанный с отклонением партии бетона, удовлетворяющей требованиям) должна быть не меньшей, чем предварительно установленная и должна учитывать компромисс между риском производителя и риском потребителя (риском приемки партии, не удовлетворяющей требованиям);

- при увеличении размера выборки (количества  $n$  единичных результатов испытаний) вероятность приемки  $P_a$  должны возрастать, а риск производителя, соответственно, уменьшаться;

- бóльшие значения вероятности приемки  $P_a$  должны соответствовать партиям с меньшей изменчивостью прочности, имеющим меньшее стандартное отклонение.

### ГЛАВА 3

## КОНТРОЛЬ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ СОГЛАСНО EN 206:2013

---

### 3.1 Область применения стандарта EN 206

Контроль соответствия прочности бетона играет роль фильтра, преобразующего исходную функцию распределения плотности вероятности, характеризующую производственный процесс, в фильтрованную кривую производственного процесса. Контроль по выборочным планам при установленных критериях соответствия должен, главным образом, обеспечивать защиту потребителя от принятия дефектной партии бетона, а не влиять на нормализацию параметров производственного процесса.

Как показано в монографии [19], процедура “*off-line*” статистического контроля качества находит применение только в том случае, когда производство установленной партии бетона является законченным, поэтому следует еще раз подчеркнуть, что испытания по выборочным планам выполняют для законченного этапа производства, определенного в соответствии с EN 206 как оценочный период (*англ. assessment period*).

Поэтому основной целью выборочных испытаний является защита потребителя от принятия бетона, не соответствующего установленным требованиям качества (согласно Директиве 106/89 ЕЭС и Техническому регламенту [1], контроль качества по критериям соответствия должен обеспечивать защиту потребителя от того, чтобы продукт несоответствующего качества не попал на рынок).

Таким образом, в соответствии с EN 206:2013 производитель декларирует соответствие бетона по показателю прочности на сжатие только для некоторого завершеного периода производства, определяемого как оценочный период.

### 3.2 Термины и их определения, принятые в EN 206, при оценивании соответствия прочности

При описании процедуры оценивания соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206 [2] используют ряд важных терминов, определения которых не приведены в тексте самого стандарта. В связи с тем, что в публикациях, комментирующих положения EN 206 [2], содержатся неоднозначные трактовки этих терминов, ниже представим их определения, согласованные с оригинальным текстом стандарта, и выборочно поясним их примерами.

При описании процедуры оценивания соответствия прочности бетона в стандарте EN 206 [2] использованы следующие основные термины и их определения:

– **проба** (*англ. sample*) – выборка результатов испытаний прочности отдельных образцов (*specimens*), например, кубов или цилиндров, изготовленных в стандартных условиях из одной порции бетона, отобранной в условиях завода либо на строительной площадке, хранившихся и испытанных в стандартных условиях в установленном возрасте;

– **достоверный индивидуальный результат испытания** (англ. *a proper individual test result*) – результат, полученный при испытаниях отдельного образца или среднее арифметическое из результатов испытаний серии отдельных образцов, включенных в одну пробу, хранившихся и испытанных в лабораторных условиях в одном возрасте. Если из одной пробы бетона изготовлено и далее испытано два или более контрольных образца, а результаты испытаний прочности отдельных образцов (образца) отклоняются более, чем на 15 % от среднего значения, полученного из этих же результатов, то стандарт EN 206 [2] требует не учитывать в оценивании этих результатов. Однако стандарт EN 206 [2] допускает отбрасывание только одного из результатов испытаний контрольных образцов, если выполненный анализ позволяет обосновать его исключение из группы результатов, изготовленных из одной пробы. При этом, стандарт EN 206 [2] не определяет однозначно, какой конкретно следует выполнить анализ, чтобы реализовать это требование;

– **предварительное условие** (англ. *precondition*) – условие, обозначающее, что за оценочный период (для которого определены даты его начала и окончания) должно быть получено как минимум три достоверных результата испытаний, используемых для выполнения процедуры проверки соответствия согласно критериям начального производства. Если получено менее трех результатов – достаточное число данных для оценки отсутствует или, другими словами, оценка соответствия не может быть выполнена. Следовательно, предварительное условие может быть сформулировано следующим образом: для обеспечения возможности выполнения оценки соответствия за оценочный период должно быть получено не менее трех достоверных результатов испытаний.

– **предшествующий период** (англ. *previous period*) – период времени, в течение которого должно быть получено установленное стандартом количество достоверных результатов испытаний, достаточное для определения начального значения стандартного отклонения.

Достоверный предшествующий период определяется как период времени, в течение которого получено не менее тридцати пяти достоверных результатов испытаний, и который составляет не менее трех месяцев и не более двенадцати месяцев. Предшествующий период начинается не ранее, чем за двенадцать месяцев и заканчивается не позднее, чем за один день до начала анализируемого оценочного периода. Если тридцать пять достоверных результатов получено за период времени, меньший трех месяцев, необходимо большее число результатов для выполнения названных требований. Если получено менее тридцати пяти достоверных результатов за период двенадцать месяцев, предшествующий период не может быть использован для вычисления стандартного отклонения.

*Пример. Предприятие 01.03.2023 начало производить бетонную смесь MIX1. В каждый производственный день отбирали пробы. По истечении семи недель общее число достоверных результатов составило  $n = 35$  ( $7 \times 5 = 35$ ). Однако для того, чтобы начать непрерывный (continuous) период производства, необходимо еще как минимум шесть производственных недель (до 31.05.2023), что даст еще тридцать дополнительных результатов. Достоверным предшествующим*



периодом будет являться период времени, в течение которого будет получено шестьдесят пять результатов за три месяца.

– **стандартное отклонение для предшествующего периода** (англ. *previous period standard deviation*) – стандартное отклонение  $\sigma$ , рассчитанное из результатов испытаний прочности бетона на сжатие, полученных в течение достоверного предшествующего периода.

*Пример: Если бы окончание предшествующего периода для производства бетонной смеси было установлено 01.06.2023, начальное стандартное отклонение  $\sigma$  было бы определено на основе шестидесяти пяти предшествующих результатов. Если бы предшествующий период был установлен до 15.05.2023, начальное стандартное отклонение не могло бы быть рассчитано (несмотря на то, что было получено, как минимум, пятьдесят результатов) по причине того, что они были получены за период времени, меньший, чем три месяца;*

– **оценочный период** (англ. *assessment period*) – период времени, устанавливаемый производителем, для которого выполняют оценивание соответствия прочности бетона на сжатие. В общем, согласно рекомендациям [31, 33], назначая продолжительность оценочного периода, следует учитывать:

а) объем произведенного бетона;

б) количество достоверных результатов испытаний, которое потенциально может быть получено в течение оценочного периода;

в) период времени, для которого выполняются условия однородного (англ. *uniform*) производства.

Если для этапа начального производства требования к оценочному периоду не определены однозначно, то для непрерывного производства эти требования установлены в п. 8.2.1.3 EN 206:2013 [2]. Даты, определяющие начало и конец оценочного периода, устанавливает изготовитель бетона. При этом изготовитель декларирует соответствие **только по окончанию** каждого установленного оценочного периода. От изготовителя не требуется обязательного декларирования соответствия в процессе поставки бетона по конкретному контакту.

### 3.3 Начальное и непрерывное производство.

Планы отбора и испытания проб, а также применяемые для оценивания (оценки) критерии соответствия как бетонов отдельных составов (композиций), так и семейств бетонов, следует назначать с учетом различий, сделанных между начальным (*initial*) и непрерывным (*continuos*) этапами производства.

Ответственность за выполнение оценивания и декларирования соответствия возложена на изготовителя в процессе производства проектного (*designed*) бетона с заданными свойствами.

Как показано в [38], интуитивно можно предположить, что для начальных условий производства план испытаний является более интенсивным, при более высоком запасе в значении требуемой средней прочности, что в результате ведет к более высоким экономическим затратам.

Согласно п. 8.2 EN 206:2013 [2] приняты следующие определения:

– **начальное производство** (англ. *initial production*) – условия начального производства рассматриваются до тех пор, пока не будет получено, по крайней мере, тридцать пять единичных (индивидуальных) результатов испытаний прочности бетона на сжатие за период не менее, чем три месяца;

– **непрерывное производство** (англ. *continuous production*) – условия непрерывного производства достигаются тогда, когда в течение оценочного периода, не превышающего двенадцати месяцев, получено не менее тридцати пяти единичных (индивидуальных) результатов испытаний прочности бетона на сжатие.

Также деление на этапы производства (начальное и непрерывное) обусловлено тем, что для оценивания соответствия прочности бетона на сжатие приняты выборочные планы, содержащие различную частоту отбора проб, количество единичных результатов, получаемых в оценочный период и различные критерии, применяемые для такого оценивания. Такое разграничение, по существу, лишено единого методологического подхода к оцениванию соответствия прочности бетона на сжатие. Так, критерии, полученные для оценивания результатов испытаний начального производства, основаны на проверочных критериях среднего для групп  $n = 3$ . При увеличении количества результатов искусственное деление на группы ведет к снижению вероятности приемки. Как было показано в наших работах [17, 18, 32] тестовый коэффициент при проверках по методу В средних значений прочности из  $n$  результатов ( $\geq f_{ck} + 1,48\sigma$ ) получен при использовании операционных кривых для неустановленной доверительной вероятности оценивания квантиля (по оценкам доверительная вероятность для  $n = 15$  не достигает 0,5).

В разделе 8.2 EN 206:2013 установлены дополнительные, достаточно важные требования, которые могут быть сформулированы следующим образом:

– если производство бетона отдельного состава (композиции) или семейства бетонов более, чем на двенадцать месяцев, изготовитель должен принимать план отбора и испытания проб как для условий начального производства;

– в условиях непрерывного производства изготовитель может принять план отбора и испытания проб, а также критерии соответствия, применяемые в условиях начального производства;

– если прочность бетона установлена для возраста бетона, отличного от двадцати восьми суток, оценивание соответствия прочности на сжатие следует выполнять по результатам испытания образцов в установленном возрасте.

### 3.4 Семейства бетонов

Концепцию семейства бетонов не следует применять при оценивании соответствия прочности на сжатие бетонов классов, выше, чем  $C^{55}/_{67}$  и легких бетонов классов, выше, чем  $LC^{55}/_{60}$ . При этом не допускается включать легкие бетоны в семейства совместно с обычными бетонами. В одном семействе допускается объединять легкие бетоны на одинаковых заполнителях.

В случае применения семейств бетонов производитель должен подвергать контролю все бетоны, входящие в семейство, а отбор проб следует выполнять из всех бетонных смесей, производимых в составе семейства.

При оценивании соответствия прочности бетона при использовании концепции семейства бетонов следует определить или назначить так называемый реферативный бетон. Реферативным бетоном может быть либо бетон, производимый чаще всего, либо средний из диапазона производимых классов бетона по прочности, включаемых в семейство.

Для того, чтобы обеспечить возможность перерасчета (транспонирование) результатов испытаний прочности бетонов отдельных композиций на реферативный бетон, необходимо установить, задокументировать зависимости между составом каждого из отдельных бетонов и составом реферативного бетона. Эти зависимости должны быть проверены на основе результатов испытаний прочности на сжатие, полученных для всех периодов оценивания, а также тогда, когда имеют место значительные изменения в условиях производства.

Дополнительно, при оценивании соответствия семейства бетона для условий непрерывного производства, следует подтверждать принадлежность каждого из отдельных бетонов к семейству. При этом EN 206 [2] не дает указаний о применении критериев принадлежности бетона к семейству (таблица 3.1) для условий начального производства.

Таблица 3.1 – Критерии, подтверждающие принадлежность бетонов к семейству согласно [2]

Количество $n$ результатов испытаний прочности на сжатие для отдельного бетона из семейства.	Среднее из $n$ результатов ( $f_{cm}$ ) испытаний прочности для отдельного бетона из семейства, МПа
2	$\geq f_{ck} - 1,0$
3	$\geq f_{ck} + 1,0$
4	$\geq f_{ck} + 2,0$
5	$\geq f_{ck} + 2,5$
6	$\geq f_{ck} + 3,0$
от 7 до 9	$\geq f_{ck} + 3,5$
от 10 до 12	$\geq f_{ck} + 4,0$
13,14	$\geq f_{ck} + 4,5$
$\geq 15$	$\geq f_{ck} + 1,48\sigma$

В соответствии с требованиями приложения «К» EN 206 [2], изготовитель, формируя семейство бетонов для контроля производства и оценивания соответствия, должен произвести контроль всех отдельных бетонов, включаемых в семейство. В случае, когда изготовитель не имеет достаточного опыта в применении концепции семейства бетонов, стандарт рекомендует выбирать отдельные бетоны для включения в семейства, опираясь на следующие положения:

- использован цемент одного вида, класса по прочности и от одного производителя;
- использованы одинаковые или очень схожие по свойствам заполнители и добавки I типа;
- применены или не применяются водоредуцирующие/пластифицирующие добавки;

- применяется весь диапазон классов консистенции;
- включают бетоны нескольких низких классов по прочности на сжатие.

Реферативный бетон выбирается один раз, и к нему приводятся (относятся) все результаты оставшихся бетонов в семействе за весь оценочный период.

Бетоны, содержащие добавки II типа (например, пуццолановые добавки с установленными гидравлическими свойствами), следует зачислять в отдельные семейства, равно как и бетоны, изготовленные с применением гиперпластификаторов, замедлителей твердения, воздухововлекающих добавок, которые следует либо относить к отдельным семействам, либо оценивать как индивидуальные бетоны, не приводя их к семействам. Это особенно ясно подчеркивается в стандарте [2] для случаев, когда введение химических и минеральных добавок может оказать неблагоприятное влияние, приводя к снижению прочности затвердевшего бетона.

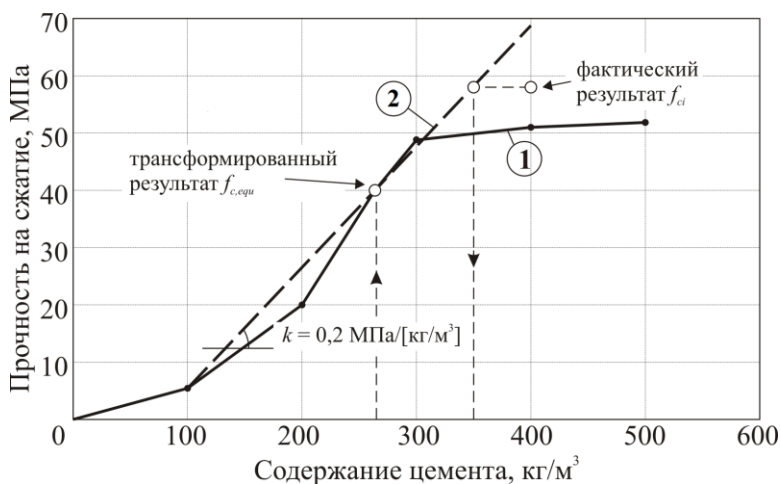
Если в семейство включено более одного класса бетона по прочности, каждый индивидуальный результат испытания прочности следует пересчитывать, приведя его к эквивалентной прочности бетона одного класса.

Теоретические основы создания семейства бетонов изложены в документе Report CEN 13901: 2000 [38]. Как отмечается в [38] сформированное «семейство» бетонов пригодно как для контроля производства, так и оценивания соответствия прочности бетона на сжатие, обеспечивает эффективный контроль при невысоких экономических затратах в случае производства широкой номенклатуры классов бетонов.

На основании экспериментальных исследований устанавливают зависимости между характеристиками свойств отдельных бетонов и реферативного бетона. С использованием этих зависимостей выполняют перерасчет (приведение) индивидуальных результатов испытания прочности отдельных бетонов к прочности реферативного бетона. Эти зависимости следует контролировать в течение всего оценочного периода и дополнительно при существенных изменениях в условиях производства. Согласно [38], контроль реферативного бетона гарантирует, что все бетоны, включенные в семейство, находятся под контролем. Для контроля производства или оценивания соответствия применяют результаты испытаний реферативного бетона, а результаты, полученные для других членов семейства, пересчитывают на эквивалентную прочность реферативного бетона.

Для приведения индивидуальных результатов испытаний прочности отдельных бетонов к эквивалентной прочности реферативного бетона используют три метода, установленные в [38]:

- метод А: прочностной метод, основанный на линейной зависимости между прочностью бетона на сжатие и водоцементным отношением (см. рисунок 3.1).
- метод В: прочностной метод, основанный на принципе пропорциональности;
- метод С: метод трансформации, основанный на водоцементном отношении.



$f_{c,eq} = f_{ci} - k(C_1 - C_{ref})$ ;  
 $k$  — наклон аппроксимированной зависимости "f — C";  
 $f_{ci}$  — единичный фактический результат;  
 $C_1$  — содержание цемента на пересечении с функцией "f — C";  
 $C_{ref}$  — содержание цемента в реферативном бетоне

1 — зависимость "f — C", установленная опытным путем  
 2 — аппроксимированная зависимость "f — C"

Рисунок 3.1 — Приведение текущего значения прочности к прочности реферативного бетона

Для случая, показанного на рисунке 3.1, установлена зависимость между прочностью бетона (МПа) и расходом цемента в составе бетонной смеси (кг/м³). В реферативном бетоне принят расход цемента 275 кг/м³ ( $C_{ref} = 275$  кг/м³).

При испытаниях для бетона, включенного в семейство, прочность образца на сжатие составила  $f_{ci} = 50$  МПа.

Трансформированное значение эквивалентной прочности составит:

$$f_{c,eq} = f_{ci} - k(C_1 - C_{ref}) = 50 - 0,2(325 - 275) = 40 \text{ МПа.}$$

Или, например, при испытаниях цилиндрических образцов бетона класса  $C^{20}/_{25}$ , включенного в семейство, получен результат  $f_{ci} = 28$  МПа. Разница между полученным результатом и характеристической прочностью  $f_{ck}$  составляет +8 МПа. Добавляя эту разницу к характеристическому значению прочности реферативного бетона  $C^{25}/_{30}$ , получаем эквивалентную прочность ( $f_{ck,eq} = 25 + 8 = 33$  МПа). Пример расчета эквивалентных прочностей для семейства бетонов ( $C^{20}/_{25}$ ;  $C^{25}/_{30}$ ;  $C^{30}/_{37}$ ) приведен в таблице 3.2.

Таблица 3.2 — Определение эквивалентных значений прочности для семейства бетонов [38]

Фактические результаты $f_{ci}$ , МПа			Приведенные (эквивалентные) результаты, $f_{c,eq}$ , МПа		
$C^{20}/_{25}$	$C^{25}/_{30}$	$C^{30}/_{37}$	$C^{20}/_{25}$	$C^{25}/_{30}$	$C^{30}/_{37}$
28	36	46,0	33,0	36	41
32	37,5	50,0	37,0	37,5	45
32	40,5	47,0	37,0	40,5	42
22,5	37,0	40,0	27,5	37,0	35,0
32	37,5	41,5	37,0	37,5	36,5

Алгоритм проверки принадлежности отдельного бетона к семейству согласно [2] показан на рисунке 3.2.

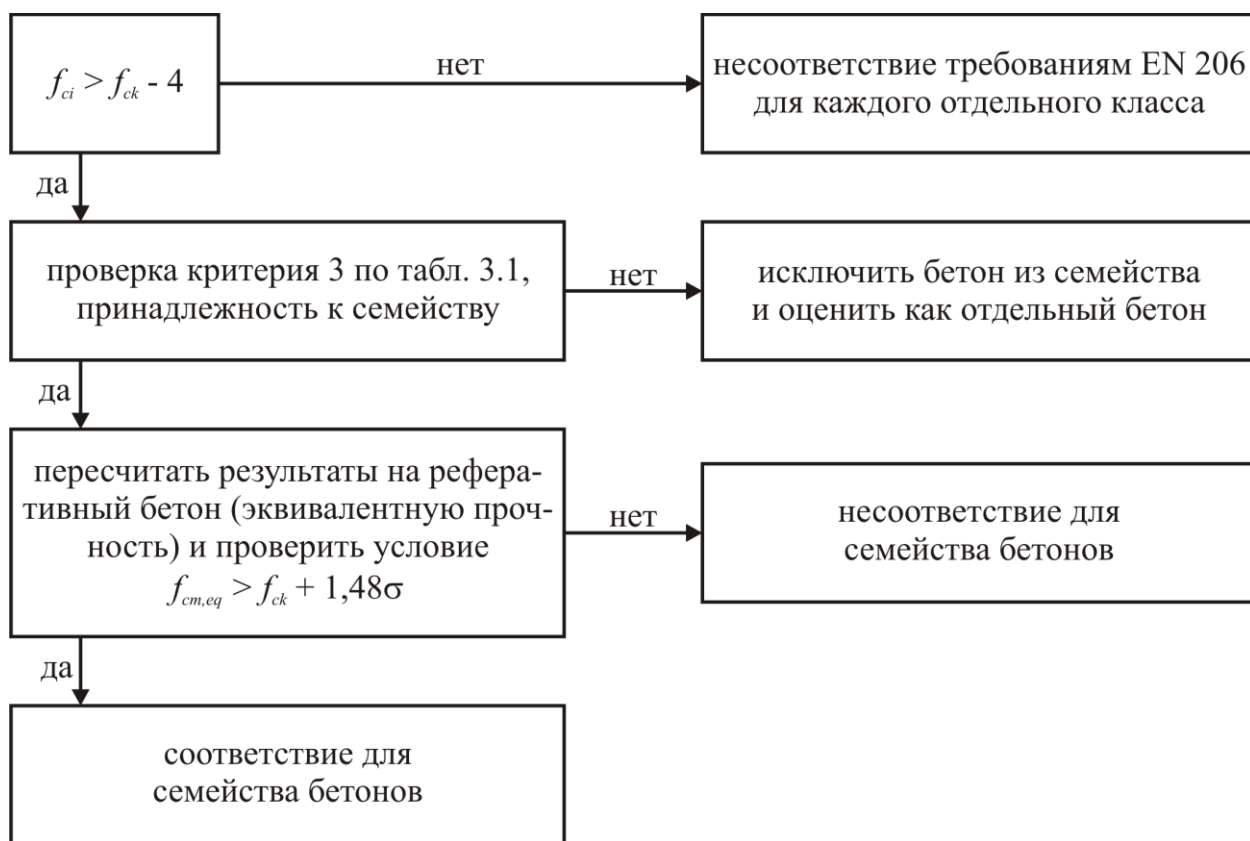


Рисунок 3.2 – Алгоритм проверки принадлежности и оценивания соответствия для семейства бетонов согласно [2]

### 3.5 Отбор проб для изготовления контрольных образцов

Пробы бетона следует отбирать случайным образом в соответствии с требованиями EN 12350–1. Отбор проб должен производиться для бетонных смесей отдельных составов (композиций) или бетонных смесей, включенных в семейства, производимых в условиях, которые определяются как **однородные условия производства**. Минимальная частота отбора проб и испытаний прочности бетона должна соответствовать требованиям, приведенным в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Минимальная частота отбора проб для оценки соответствия прочности бетона на сжатие согласно [2]

Производство (статус производства)	Минимальная частота отбора проб		
	Первые 50 м <sup>3</sup> произведенного бетона	Последующие (после первых 50 м <sup>3</sup> ) объемы <sup>a)</sup> , наибольшая частота из:	
		сертифицированного производства	производства без сертификата
Начальное (до получения как минимум 35 единичных результатов испытаний прочности)	3 пробы	1/200 м <sup>3</sup> или 1/3 производственного дня <sup>d)</sup>	1/150 м <sup>3</sup> или 1/производственный день

Производство (статус производ- ства)	Минимальная частота отбора проб		
	Первые 50 м <sup>3</sup> произведенного бетона	Последующие (после первых 50 м <sup>3</sup> ) объемы <sup>a)</sup> , наибольшая частота из:	
		сертифицированного производства	производства без сертификата
Непрерывное <sup>b)</sup> (когда получены как минимум 35 еди- ничных результатов испытаний прочно- сти)	—	1/400 м <sup>3</sup> или 1/5 производствен- ных дней <sup>c,d)</sup> ; или 1/календарный месяц	
Примечания: а) отбор проб следует распределять за период производства и не рекомендуется отбор не более, чем одной пробы из каждых двадцати пяти м <sup>3</sup> бетонной смеси; б) в случае, когда стандартное отклонение последних пятнадцати и более результатов испытания прочности превышает верхний предел $S_n$ из таблицы 3.7, следует увеличить частоту отбора проб, приняв ее такой, как это требуется при начальном производстве и применять до получения последующих тридцати пяти результатов испытаний; с) в нормативном документе, действующем в месте применения (в национальном либо один раз в календарную неделю, когда на семь последовательных календарных дней приходится более, чем пять производственных дней; d) определение «производственного дня» должно быть установлено в дополнении к EN 206:2013. Для условий Республики Беларусь принято 25 м <sup>3</sup> /день или день, в который кумулятивно достигнут этот результат			

Для приведенного плана отбора проб и испытаний потенциальный размер партии может быть определен:

$$N = \frac{V_{prod}}{n \times V_{sample}}, \quad (2.27)$$

где  $V_{prod}$  – объем произведенного бетона;

$V_{sample}$  – объем пробы бетона (при объеме одного образца-куба  $V_{spacing} = 3,375 \text{ дм}^3$  и рекомендуемом количестве образцов-кубов (цилиндров), входящих в пробу не менее 3);

$n$  – количество проб бетона, отбираемых для контроля.

Оценивание величины потенциальной партии  $N$  для начального и непрерывного производства было выполнено в работе [19]. Устанавливая форму кривой  $OC$ , для анализируемого критерия, чаще всего применяют генерированную выборку, составленную от 100 000 до 300 000 единичных результатов испытаний прочности. Было показано [19, 36], что изменение размера выборки  $N$ , относящейся к оцениваемой партии от 100 000 до 4 938 для начального производства, и до 118 518 для непрерывного производства (см. таблицу 3.4) практически не влияет на конечное значение вероятности приемки (отличия идентифицируются в третьем знаке после запятой), но обосновывает принятие значения  $N$  в подходе стандарта EN 206-1 [3]. В комментарии [31] подчеркивается, если спецификатор устанавливает более высокую частоту отбора проб, чем это представлено в таблице 3.4, план отбора проб и проведения испытаний должен быть согласован заранее.

Таблица 3.4 – Потенциальное количество единичных результатов  $N$ , входящих в партию, согласно [19]

Вид производства	Величина (размер) партии и $N$ (по формуле 3.1)		
	Первые 50 м <sup>3</sup>	Последующий объем после первых 50 м <sup>3</sup>	
		Сертифицированное производство	Несертифицированное производство
Начальное	4 938	59 259	44 444
Непрерывное	–	118 518	

В таблице 3.3 использованы термины «производственный день» без его определения. Определение термина «производственный день» следует приводить в Национальном дополнении к EN 206 [2]. Вместе с тем, проект BS 8500-2 [31] содержит следующие определения этих терминов, широко применяемые в строительной практике различных стран:

– **производственный день** (англ. *production day*) – день, в который произведено не менее 25 м<sup>3</sup> бетона или, для дней, в которые произведено менее 25 м<sup>3</sup>, – день, в который кумулятивно произведено 25 м<sup>3</sup>.

Как видно, в соответствии с концепцией, принятой EN 206 [2], а также BS 8500 [31], частота отбора проб зависит, в конечном итоге, от объема произведенного бетона, а не от времени. Например, если в одну производственную неделю произведено 410 м<sup>3</sup>, минимальная частота отбора проб будет принята 1 / 400 м<sup>3</sup> (см. таблицу 3.5), а последние 10 м<sup>3</sup> переходят в следующий оценочный объем 400 м<sup>3</sup> (см. таблицу 3.5).

Таблица 3.5 – Пример плана отбора проб для сертифицированного непрерывного производства согласно [31]

Производственная неделя	Объем произведенного бетона в неделю, м <sup>3</sup>	Превышение объема бетона в производственную неделю, предшествующую оцениваемой, м <sup>3</sup>	Суммарный объем бетона с учетом превышения в предыдущую неделю, м <sup>3</sup>	Минимальная частота отбора проб	Комментарий
1	350	0	350	1	1 / неделю
2	370	0	370	1	1 / неделю
3	440	0	440	1	1 / 400 м <sup>3</sup>
4	565	40	605	1	1 / 400 м <sup>3</sup>
5	630	205	835	2	1 / 400 м <sup>3</sup>
6	840	35	875	2	1 / 400 м <sup>3</sup>
7	790	75	865	2	1 / 400 м <sup>3</sup>
8	375	65	440	1	1 / 400 м <sup>3</sup>



Следует отметить, что при оценке соответствия экономически обоснованным является использование в общей выборке также и результатов, получаемых в процессе производственного контроля в режиме “on-line” (например, при применении контрольных карт CUSUM), а также результатов испытаний, получаемых в процессе контроля идентичности.

Однако в комментарии разработчиков EN 206 [2] подчеркивается, что включение в оцениваемую группу результатов и дополнительных данных является выбором производителя. Это связано с тем, что фактически могут наблюдаться различия в данных, полученных различными организациями, использующими, например, различные испытательные машины, и, возможно, контрольные образцы различной формы. В условиях, когда привлекаются данные сторонних испытаний, производитель бетона в ряде случаев не контролирует процедуры отбора и хранения образцов, а также их испытания. Поэтому рекомендуется придерживаться следующего общего правила: *наилучшей опцией является оценивание соответствия прочности бетона с использованием выборок единичных результатов, полученных за оценочный период собственно производителем, декларирующим соответствие.*

**Места отбора проб** для изготовления контрольных образцов, применяемых при оценивании соответствия, следует выбирать таким образом, что свойства бетонной смеси и ее состав не изменялись значительно между местом отбора проб и местом доставки (применения бетона). Наиболее подходящим местом отбора проб бетона для оценивания соответствия, с точки зрения изготовителя бетона, является место передачи доставленной бетонной смеси потребителю. Преимущественно таким местом является место доставки бетонной смеси. До момента отбора проб изготовитель несет ответственность за свойства произведенной и поставляемой бетонной смеси.

В случае доставки легкого бетона, производимого с применением заполнителей в неводонасыщенном состоянии, отбор проб следует выполнять в месте доставки бетонной смеси.

Независимо от представленных выше требований относительно порядка отбора проб, следует производить отбор проб после каждого добавления воды или введения добавок в бетонную смесь, особенно тогда, когда это выполняется под ответственность производителя (т. к. это является этапом оценивания соответствия или действием, обязательным для производителя бетона). Допускается производить отбор проб перед введением пластифицирующих добавок с целью модификации консистенции бетонной смеси, но только в том случае, если предварительные испытания подтверждают, что добавка в применяемых количествах не оказывает негативного влияния на прочность бетона.

Проба бетонной смеси может быть **точечной** или **сборной**. **Точечная проба бетонной смеси** – это проба, отобранная из части или партии бетона (например, один раз в начале выгрузки бетоносмесителя). **Сборная** или **составная проба** – это проба бетонной смеси, состоящая из нескольких порций бетона, взятых из разных мест партии или объема произведенного бетона (например, в начале, два раза в середине и в начале выгрузки бетоносмесителя). Стандарт EN 12350-1

рекомендует, чтобы сборная или составная проба при отборе из автобетоновоза состояла, как минимум, из четырех порций бетона.

### 3.6 Необходимое число единичных результатов за оценочный период

На рисунке 2.4 представлены операционные характеристики (ОС) критерия соответствия непрерывного производства согласно [19], построенные при различном количестве  $n$  единичных результатов испытаний, принятых при расчете среднего значения прочности бетона на сжатие  $f_{cm,n}$ . Отметим, что все они пересекаются в одной точке, соответствующей вероятности приемки  $P_a = 50\%$ . Как видно из графиков, показанных на рисунке 2.4, увеличение количества единичных результатов испытаний, используемых при оценивании соответствия, дает следующий результат изменения наклона линий ОС:

- повышается вероятность приемки оцениваемой популяции, для которой доля дефектов  $\theta < 5\%$ ;
- повышается вероятность отклонения несоответствующей популяции, для которой доля дефектов  $\theta > 10\%$  (принятой для анализируемого критерия EN 206 как нижний предел для риска потребителя 5%).

В таблице 3.6 приведены результаты анализа, выполненного *L. Taerwe* [32–34] для критерия  $f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma$ , иллюстрирующие влияние количества единичных результатов испытаний на величину расчетного запаса изготовителя (англ. *producer's margin M*) для обеспечения вероятности приемки  $P_a = 98\%$ . Как видно из данных, представленных в таблице 3.6, увеличение количества результатов ( $n > 15$ ) несущественно влияет на значение коэффициента  $k$ . Поэтому для условий непрерывного производства в EN 206 [2], было рекомендовано производить оценивание соответствия, опираясь на группы результатов  $n = 15$  за оценочный период.

Таблица 3.6 – Влияние количества результатов испытаний, используемых при оценке соответствия на величину расчетного запаса производителя (критерий для непрерывного производства) [33]

Количество результатов испытаний $n$	Вероятность приемки $P_a, \%$	Процент результатов ниже $f_{ck}$ (процент брака) $\theta, \%$	Значение множителя $k$ для определения проектного запаса производителя $M = k \sigma$
6	98	0,2	2,9
15		0,5	2,5
35		1,2	2,2
70		1,8	2,1

### 3.7 Требования к однородным условиям производства

В соответствии с п. 8.2.1.1 EN 206 [2], отбор проб бетона следует производить для условий производства, которые определены как однородные. Вместе с тем, в стандарте EN 206 [2] не определено однозначно, что следует понимать под термином «однородные условия производства», и не оговорены действия,

которые следует совершить, если условия производства окажутся неоднородными. В общем, согласно [24], в качестве характеристик однородности могут рассматриваться вариации среднего значения прочности или стандартного отклонения. Однако в комментарии [24] утверждается, что необязательно изменения среднего и стандартного отклонения следует считать индикаторами, по которым можно судить об окончании оценочного периода. На практике, если выявлены существенные отклонения в значении средней прочности (что может быть достаточно эффективно выявлено при использовании, например, контрольных карт CUSUM-M), выполняют корректировку состава бетонной смеси для достижения целевой требуемой прочности. Вместе с тем, существенное изменение значения стандартного отклонения может рассматриваться как индикатор измерения условий производственного процесса (следует отметить, что эти изменения могут быть достаточно оперативно выявлены в процессе производства при использовании контрольных карт CUSUM-R).

По существу, выявленные существенные изменения в значении стандартного отклонения должны показывать окончание одного и начало следующего оценочного периода. При этом, как отмечается в [24, 30], при оценивании соответствия могут возникать проблемы практического характера. Так, например, для нового оценочного периода может оказаться недостаточное количество единичных результатов испытания прочности ( $n < 15$ ), необходимых для вычисления стандартного отклонения. В общем, для условий непрерывного (установившегося) производства в стандарте EN 206 содержится условие проверки значения стандартного отклонения.

В конце первого и следующих оценочных периодов проверяется, изменяется ли существенно стандартное отклонение, рассчитанное из  $n$  результатов, полученных за данный оценочный период ( $s_n$ ) по отношению к первоначально оцененному значению стандартного отклонения популяции ( $\sigma$ ) с применением (помещается ли в интервалах из таблицы 3.7). Если оценка стандартного отклонения ( $s_n$ ) не изменилась существенно (находится в пределах, приведенных в таблице 3.7 при различном количестве  $n$  результатов, взятых для анализа за данный оценочный период), тогда в следующем оценочном периоде далее применяются определенное (оцененное ранее) стандартное отклонение ( $\sigma$ ). Если изменения существенны (стандартное отклонение ( $s_n$ ) не помещается в интервалах, приведенных в таблице 3.7), следует рассчитать новое значение стандартного отклонения популяции ( $\sigma$ ) на основе тридцати пяти последних последовательных результатов. Это значение применяется только для последующего оценочного периода.

Таблица 3.7 – Значения пределов для проверки (верификации) стандартного отклонения согласно [2]

Количество результатов испытаний	Пределы изменения $S_n$
от 15 до 19	$0,67 \sigma \leq S_n \leq 1,37 \sigma$
от 20 до 24	$0,68 \sigma \leq S_n \leq 1,31 \sigma$
от 25 до 29	$0,72 \sigma \leq S_n \leq 1,28 \sigma$
от 30 до 34	$0,74 \sigma \leq S_n \leq 1,26 \sigma$
35 <sup>a)</sup>	$0,76 \sigma \leq S_n \leq 1,24 \sigma$

В случае, когда количество результатов испытаний  $n > 35$ , применяется формула:

$$\left[ \sqrt{\frac{\chi^2_{0,025;n-1}}{(n-1)}} \right] \cdot \sigma \leq S_n \leq \left[ \sqrt{\frac{\chi^2_{0,475;n-1}}{(n-1)}} \right] \cdot \sigma, \quad (2.28)$$

где  $\chi^2_{\alpha;v}$  –  $\alpha$ -квантиль распределения «хи-квадрат» с  $v = n - 1$  степенями свободы;

### 3.8 Критерий соответствия прочности бетона на сжатие

Соответствие прочности бетона на сжатие следует оценивать по результатам испытаний образцов, изготовленных и хранившихся двадцать восемь суток в стандартных лабораторных условиях. При этом, если в спецификации указана нормируемая прочность в возрасте, отличном от двадцати восьми суток, соответствие оценивается на образцах бетона, испытанных в возрасте, указанном в спецификации.

При оценивании соответствия прочности бетона на сжатие применяются два критерия:

– критерий, касающийся оценивания единичных индивидуальных результатов испытания,  $f_{ci}$ , или первый критерий, применяемый независимо от статуса (этапа) производства (начальное или непрерывное). Каждый единичный результат должен удовлетворять, условно

$$f_{ci} \geq (f_{ck} - 4), \text{ МПа}; \quad (2.29)$$

– критерий, касающийся оценивания среднего из результатов испытаний,  $f_{cm}$ , или второй критерий – представленный в трех методах «А», «В», «С» в зависимости от статуса (этапа) производства – начальное (метод «А»), или непрерывное (метод «В» или использующий контрольные карты, метод «С»).

Соответствие считается подтвержденным, если одновременно выполняются оба критерия.

#### Метод «А»

Касается начального производства – оцениванию подвергается средняя прочность, рассчитанная для групп трех последовательных неперекрывающихся или перекрывающихся результатов испытания – только трех и всегда трех на этапе начального производства. Рассчитанная средняя прочность должна удовлетворять следующему условию:

$$f_{cm} \geq (f_{ck} + 4), \text{ МПа}. \quad (2.30)$$

Очень важная информация представлена в стандарте в виде замечания, содержащего утверждение, что критерии соответствия разработаны на основе неперекрывающихся результатов испытаний – (1, 2, 3), (4, 5, 6), ...

В связи с этим, применение этих критериев к группам перекрывающихся результатов (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ... увеличивает риск отбраковки бетона, снижая вероятность приемки.

При этой методике оценивания критерий, представленный формулой (3.3), является единственным критерием среднего значения, к которому следует относиться – независимо от того, что оценка выполняется для отдельных составов или для семейств бетонов.

### Метод «В»

Касается непрерывного (постоянного) производства – оцениванию подвергается средняя прочность, рассчитанная из группы (выборки), как минимум, пятнадцати результатов, полученных за оценочный период (*assessment period*). Оценочный период назначает изготовитель в зависимости от частоты отбора и испытания проб, иначе говоря, интенсивности производства единичного бетона или семейства бетонов. Различают два случая для установления оценочного периода:

случай 1 – для предприятий, имеющих низкую частоту отбора бетона (для бетона с заданными свойствами менее, чем тридцати пяти результатов за три последовательных месяца производства), оценочный период должен включать не менее пятнадцати и не более тридцати пяти результатов испытаний (последовательных, перекрывающихся или неперекрывающихся), полученных за период времени, не превышающий шести месяцев;

случай 2 – для предприятий, имеющих высокую частоту отбора проб и проведения испытаний (число результатов испытаний для проектируемого бетона составляет  $n \geq 35$  за период трех последовательных месяцев), оценочный период должен включать не менее пятнадцати последовательных единичных результатов и не превышать трех месяцев.

Рассчитанная средняя прочность неперекрывающихся, либо перекрывающихся групп последовательных результатов, полученных на единичном бетоне или семействе бетонов в оценочный период, должна удовлетворять следующему условию:

$$f_{cm} \geq (f_{ck} + 1,48\sigma), \text{ МПа} . \quad (2.31)$$

Если этот метод применяют для семейства бетонов, следует дополнительно проверить каждый из отдельных бетонов, оценивая для него среднее значение из всех не транспонированных результатов, ( $f_{cm}$ ), проверяя критерий (3.4)

### 3.9 Порядок действий при оценивании соответствия прочности бетона на сжатие

**Действие 0. Предварительные условия (*precondition*).** После того, как выполнено проектирование состава бетонной смеси, с опорой на величину требуемой (целевой) средней прочности бетона на сжатие ( $f_{cm,tag}$ ), рассчитанной с учетом принятого выборочного плана и ожидаемой вероятности приемки, проведены начальные испытания (*initial test*), начинают процесс производства.

Назначают даты начала и конца оценочного периода и, соблюдая требования таблицы 3.3, осуществляют отбор проб бетона и изготовление из них контрольных образцов (кубов, цилиндров) в соответствии с действующими стандартами.

Опираясь на требования стандарта [2], предварительные условия можно сформулировать следующим образом: для оценочного периода, продолжительность которого устанавливает изготовитель в зависимости от статуса производства (начальное или постоянное), с учетом требований раздела 8.2 EN 206:2013 [2], должно быть получено не менее трех единичных результатов испытаний.

*Примечание: следует принимать во внимание, что увеличение количества результатов в оценочный период для этапа начального производства и использование перекрывающихся групп результатов  $n = 3$  ведет к снижению вероятности приемки. Это связано с тем, что критерии EN 206 [2], применяемые на этапе начального производства получены по операционным кривым (ОС) для оценивания групп  $n = 3$ . При увеличении количества групп вероятность приемки  $P_{a,N} = (P_{a,3})^N$ , где  $P_{a,3}$  – вероятность приемки группы  $n = 3$ ;  $N$  – количество оцениваемых групп, включающих  $n = 3$  единичных результатов.*

Так, например, в оценочный период получено 9 единичных результатов испытаний  $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3} \dots f_{c9}$ . Оцениванию подвергают три группы (по  $n = 3$ ) неперекрывающихся результатов: 1-я группа –  $f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}$ ; 2-я группа –  $f_{c4}, f_{c5}, f_{c6}$  и 3-я группа –  $f_{c7}, f_{c8}, f_{c9}$ . Принимая для одной группы вероятность приемки  $P_a = 0,9$ , при оценивании с применением трех групп:  $P_{a,3} = (P_a)^N = (0,9)^3 = 0,857$ .

**Действие 1. Проверка критерия для индивидуальных результатов испытаний.** Независимо от статуса (этапа) производства все единичные (индивидуальные) результаты испытаний, полученные в оценочный период, проверяют с применением критерия

$$f_{ci} \geq (f_{ck} - 4), \text{ МПа.} \quad (2.32)$$

Следует отметить, что в соответствии с п. 8.2.1.3.1 (1) EN 206:2013 [2] при проверке критерия (3.6) используют единичные результаты испытания прочности бетона в возрасте двадцати восьми суток. (см. п. 5.5.1.2 [2]). Вместе с тем, если спецификация устанавливает требования к прочности в возрасте, отличном от двадцати восьми суток, допускается производить оценивание соответствия по результатам испытаний образцов в установленном возрасте.

Если критерий (3.6) выполняется для всех единичных результатов за оценочный период, переходят к следующему этапу оценивания соответствия. Если хотя бы один из индивидуальных результатов не удовлетворяет критерию для всех результатов, полученных в оценочном периоде, декларируется несоответствие, о котором производитель должен объявить потребителю.

Результаты исследований, опубликованные в [18], показывают, что при невыполнении критерия (3.6) доля дефектов в популяции бетона превышает, как минимум, 15 %.

**Действие 2. Проверка наличия предшествующего периода.** Как было показано ранее, если существует предшествующий период, за который получено не менее тридцати пяти единичных результатов испытаний прочности и про-

должительность которого составляет не менее трех месяцев и не более двенадцати месяцев, имеется возможность рассчитать стандартное отклонение  $\sigma$  для популяции.

Если стандартное отклонение  $\sigma$  известно, производство классифицируют как потенциально непрерывное и переходят к действию 4.

Если предшествующий период отсутствует и, следовательно, стандартное отклонение  $\sigma$  неизвестно, следует классифицировать производство как начальное и перейти к оцениванию соответствия по методу А.

**Действие 3. Оценивание соответствия по методу А (начальное производство).** Результаты испытаний прочности, полученные в оценочный период, делят на группы  $n = 3$ , состоящие из перекрывающихся или неперекрывающихся последовательных результатов. Для каждой отдельной группы  $n = 3$  проверяют критерий для среднего по критерию

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4, \text{ МПа.} \quad (2.33)$$

Если средняя прочность бетона,  $f_{cm}$ , вычисленная для каждой из групп результатов  $n = 3$ , удовлетворяет требованиям критерия (3.7), декларация соответствия подтверждается для всего оценочного периода.

Если хотя бы для одной группы результатов  $n = 3$  критерий (3.7) не выполняется, декларируется несоответствие для всего оценочного периода.

В случае, если установлено соответствие, назначают следующий оценочный период, а полученные в предыдущем периоде единичные результаты кумулятивно учитывают до получения минимум тридцати пяти единичных значений за период не меньший, чем три месяца и не больший, чем двенадцать месяцев, необходимых для вычисления стандартного отклонения.

**Действие 4.** Как отмечалось ранее, если существует предшествующий период и получено стандартное отклонение  $\sigma$ , производство классифицируется как потенциально непрерывное и возможен переход к оцениванию соответствия по методу В. При этом следует проверить, что в назначенном оценочном периоде получено не менее пятнадцати единичных результатов испытаний прочности. Если это условие не выполняется, то, несмотря на то, что известно стандартное отклонение, оценивание следует выполнять по критериям начального производства, переходя к действию 3.

Если условие выполняется, следует перейти к оцениванию соответствия по методу В.

**Действие 5. Оценивание соответствия по методу В (непрерывное производство).** Средняя прочность перекрывающихся или неперекрывающихся групп ( $n \geq 15$ ) последовательных результатов для отдельных бетонов или семейств бетонов должна удовлетворять критерию

$$f_{cm} \geq (f_{ck} + 1,48\sigma), \text{ Н / мм}^2. \quad (2.34)$$

Здесь следует подчеркнуть, что в отличие от предыдущей редакции EN 206-1, актуальная версия стандарта EN 206 [2] допускает производить оценивание

по одноуровневому плану, когда нет необходимости разделять результаты, полученные за оценочный период, на группы  $n = 15$ , а производить оценивание по критерию (3.8), вычисляя среднюю прочность из всех результатов, полученных за этот период.

Если критерий (3.8) не выполняется для всех результатов, оцениваемых одновременно, либо для любой из выделенных групп  $n \geq 15$ , бетон, произведенный в оценочный период, оценивается как несоответствующий требованиям спецификации.

Если критерий (3.8) выполняется, подтверждается соответствие, декларированное для оценочного периода.

**Действие 6.** Если соответствие произведенного бетона требованиям спецификации подтверждается, согласно п. 8.2.1.3.2 (8) необходимо проверить условия однородного производства, оценивая изменения в значении стандартного отклонения. Для этого определяют эстиматор стандартного отклонения,  $S_n$ , из  $n \geq 15$  результатов испытаний и проверяют условия, приведенные в таблице 3.7.

Если условия, приведенные в таблице 3.7, соблюдаются, то для следующего оценочного периода оставляют стандартное отклонение  $\sigma$ , применявшееся при оценивании по критерию (3.4) в анализируемом оценочном периоде.

Если условия таблицы 3.7, не выполняются, следует рассчитать новое стандартное отклонение  $\sigma$  из последних тридцати пяти единичных результатов.

Как было показано, новое стандартное отклонение следует применять в последующем оценочном периоде.

Обобщенная схема действий при выполнении процедуры оценивания соответствия прочности бетона на сжатие для одного оценочного периода показана на рисунке 3.3.

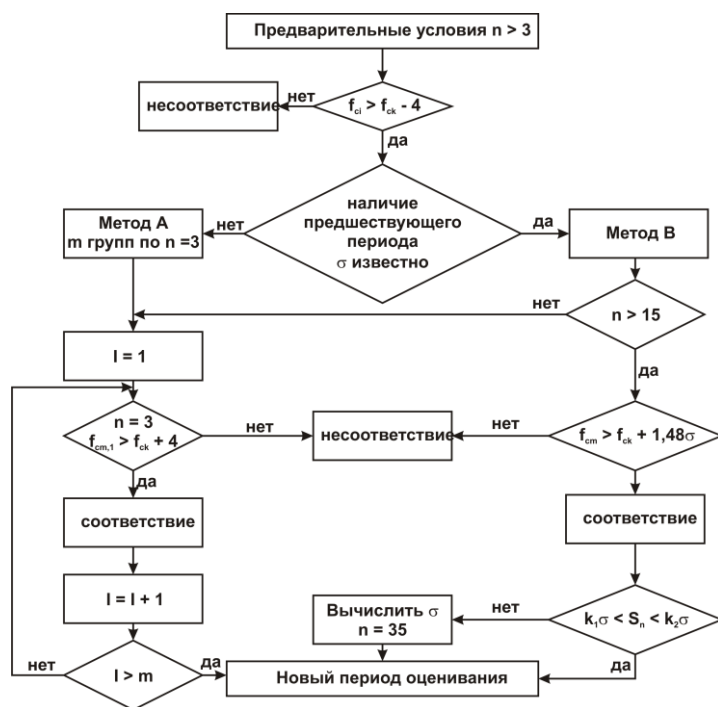


Рисунок 3.3 – Схема алгоритма процедуры оценивания соответствия прочности бетона на сжатие для одного оценочного периода



### 3.10 Требуемое (целевое) значение средней прочности бетона на сжатие

Требуемое (целевое) значение средней прочности бетона на сжатие устанавливается, как с целью проектирования и подбора состава бетонной смеси для получения бетона, соответствующего заданному классу прочности, так и для контроля его качества (соответствия) с использованием контрольных карт (метод С согласно EN 206 [2]).

При установлении требуемого (целевого) значения прочности бетона на сжатие,  $f_{cm,tag}$ , следует стремиться к сохранению баланса между следующими требованиями:

- вероятность достижения в производственной популяции бетона, как минимум, характеристической прочности на сжатие должна быть высокой; или другими словами, доля дефектов в произведенной популяции бетона с высокой вероятностью должна быть, как минимум, близкой к нормируемой;

- риск установления несоответствия в случае, когда не выполняется критерий для индивидуального результата ( $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ), должен быть минимальным.

Опираясь на требования норм по проектированию конструкций из бетона [6], следует ожидать, что вероятность невыполнения критерия не должна быть большей, чем порядок квантиля для расчетной прочности бетона ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ), который при  $\gamma_c = 1,5$  составляет  $10^{-4}$ ;

- риск производителя и риск потребителя должны быть уравновешены и находиться в пределах, установленных ISO 1249 при статистическом контроле строительных материалов;

- конкурентоспособность продукции должна достигаться при оптимизации экономических затрат без снижения качества.

Целевое значение средней прочности,  $f_{cm,tag}$ , назначает производитель исходя из предлагаемой вероятности приемки  $P_a$ , при этом очевидно, что целевое значение средней прочности не может быть ниже, чем ( $f_{ck} + 1,64\sigma$ ). Как было показано ранее, назначение целевого значения средней прочности, опираясь на запас  $M = 1,64\sigma$ , сопряжено с довольно невысоким значением вероятности приемки при применении критериев EN 206 [2]. Поэтому, традиционно, запас  $M = k\sigma$  назначают более высоким, исходя из вероятности приемки для заданного выборочного плана, включающего критерии соответствия и количество единичных результатов, подвергаемых оцениванию.

Так, в соответствии с положениями EN 206 [2], ранее принимавшимися в британской практике [21, 22, 31], целевую среднюю прочность бетона на сжатие рекомендовано устанавливать из условия

$$f_{cm,tag} \geq f_{ck} + 1,96\sigma, \text{ МПа}, \quad (2.35)$$

где  $\sigma$  – стандартное отклонение, установленное для предшествующего периода оценивания (при  $n \geq 35$ ).

В случае если стандартное отклонение неизвестно, в приложении А EN 206 [2] рекомендовано принимать запас  $M = k\sigma$  от 6 МПа до 12 МПа в зависимости от производственных мощностей, качества составляющих материалов и доступной

обоснованной информацией об изменчивости прочности бетона. Могут быть использованы данные, относящиеся к назначению стандартного отклонения, приведены, например, в разделе 4. В любом случае рекомендуется, чтобы не принимать при установлении целевой средней прочности, значения стандартного отклонения менее 3 МПа.

В работе [18] отмечается, что установленные значения требуемой средней прочности при назначенной частоте отбора проб позволяет обеспечить достижение компромисса между противоречивыми требованиями, приведенными выше.

### Пример 1

Предприятие начинает производить бетон класса  $C^{16}/_{20}$ .

Предшествующий период отсутствует, стандартное отклонение  $\sigma$  – неизвестно. Имеет место стадия начального производства.

Пользуясь требованиями по частоте отбора проб, из первых  $50 \text{ м}^3$  отобрано 3 пробы бетона, из которых изготовлены, а затем испытаны контрольные образцы – кубы со стороной ребра 150 мм. Результаты испытаний, полученные за оценочный период, показаны в таблице П.1.

Таблица П.1 – Оценивание соответствия прочности бетона на сжатие для начального производства (метод А)

Номер результата	Единичный результат, $f_{ci}$ , МПа	Критерий EN 206		Вывод о соответствии
		Индивидуальный результат $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ , МПа	Среднее $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ , МПа	
1	26,0	16,0	+	Соответствует
2	26,7		+	
3	26,5		+	
				$f_{cm,3} = 26 \text{ МПа} \geq 20+4 = 24 \text{ МПа}$

Как видно из результатов таблицы П.1, оба критерия для оценочного периода выполняются, соответствие для поставленного бетона подтверждается.

### Пример 2

Предприятие производит бетон класса  $C^{35}/_{45}$ . Осуществлен переход на этап непрерывного производства: существует предшествующий период, за который получено тридцать пять единичных (индивидуальных) результатов из которых рассчитано значение стандартного отклонения  $\sigma = 3 \text{ МПа}$  (с округлением до 0,5 МПа).

За оценочный период, не превышающий шести месяцев, получено пятнадцать единичных результатов испытаний, приведенных в таблице П.2.

Таблица П.2 – К оцениванию соответствия прочности бетона на сжатие для непрерывного производства (метод В)

Номер результата	Единичный результат, $f_{ci}$ , МПа	Критерий EN 206		Размах $r_i$ , МПа	Стандартное отклонение $S_{15}$ , МПа
		Индивидуальный результат $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ , 41 МПа	Среднее по методу В, $f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma$		
1	2	3	4	5	6
1	54,5	+	$f_{cm,15} = 50$ МПа; $\geq 45 + 1,48 \cdot 3 = 49$ МПа;		$S_{15} = 0,886 \cdot 3,64 = 3,0$ МПа; (округление до 0,5 МПа)
2	52,5	+		2,0	
3	49,5	+		3,0	
4	47,5	+		2,0	
5	49,0	+		1,5	
6	43,5	+		5,5	
7	54,5	+		11,0	
8	46,5	+		8,0	
9	50,0	+		3,5	
10	50,5	+	0,5		
11	47,0	+	3,5		
12	48,5	+	1,5		
13	53,0	+	4,5		
14	51,5	+	1,5		
15	48,5	+	3,0		
$f_{cm,15} = 50$ МПа;					
				$\sum r_i = 51,0$ $r_m = 3,64$ МПа	

Проверка критерия для индивидуальных результатов ( $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ) показала, что требования соответствия выполнены.

Для среднего из  $n = 15$  результатов ( $f_{cm,15}$ ) (см. таблицу П.2), проверяют критерий метода В:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma,$$

что дает:

$$50 \geq 45 + 1,48 \cdot 3,0 = 49 \text{ МПа.}$$

Требования критерия соответствия по методу В выполняются.

Учитывая, что оба критерия для оценочного периода выполняются одновременно, соответствие для бетона, произведенного за оценочный период, подтверждается.

Проверяется условие однородности производства при оценке стандартного отклонения. Для  $n = 15$  проверяется условие:

$$0,63 \sigma \leq S_{15} \leq 1,37 \sigma$$

Из полученных результатов (см. таблицу П.2) оценочное значение стандартного отклонения  $S_{15} = 3,0$  МПа;

Учитывая, то обстоятельство, что условие из таблицы 3.7 выполняется, для последующего оценочного периода сохраняется  $\sigma = 3$  МПа. При этом корректировка состава бетонной смеси не выполняется.

### Пример 3

Предприятие производит бетон класса  $C^{25}/_{30}$ . Осуществлен переход на этап непрерывного производства. За предшествующий период из тридцати пяти результатов получено значение стандартного отклонения  $\sigma = 4$  МПа.

За оценочный период, не превышающий шести месяцев, получено пятнадцать единичных результатов испытаний прочности, представленных в таблице П.3.

Проверяем условие для стандартного отклонения:

$$0,63 \sigma \leq S_{15} \leq 1,37 \sigma$$

Получаем:  $0,63 \sigma = 0,63 \cdot 4 = 2,52$  МПа;

$1,37 \sigma = 1,37 \cdot 4 = 5,48$  МПа.

Полученное значение  $S_{15} = 7,28$  МПа не входит в установленные пределы. Поэтому из последних тридцати пяти единичных результатов рассчитывают новое значение стандартного отклонения ( $\sigma^* = 5,3$  МПа), которое применяют в следующем оценочном периоде.

Таблица П.3 – К оцениванию соответствия прочности бетона на сжатие для непрерывного производства (метод В)

Результат, №	Единичный результат, $f_{ci}$ , МПа	Критерий EN 206		Размах, $r_i$ , МПа	Стандартное отклонение, $S_{15}$ , МПа
		Индивидуальный результат $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ , МПа	Среднее по методу В, $f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma$		
1	53,0	26,0	+	18,0	$S_{15} = 0,886 \cdot 8,46 = 7,28$ МПа;
2	35,0				
3	41,0				
4	38,5				
5	43,5				
6	39,0				
7	47,5				
8	37,5				
9	53,5				
10	32,5				
11	30,0				
12	43,5				
13	40,5				
14	34,0				
15	35,5				
$f_{cm,15} = 40,3$ МПа;				$r_m = 8,46$ МПа	

### 3.11 Контроль соответствия прочности бетона на растяжение при раскалывании

В информационном «Приложении L» к EN 206 [2] записано, что аналогичный подход, как описано для оценивания прочности на растяжение или раскалывание, можно использовать и в случае, когда в спецификации указана прочность на растяжение при изгибе.

Оценивание выполняется на подобных положениях, как и для прочности на сжатие, но с небольшими изменениями. Во-первых, оценивание выполняется только тогда, когда прочность бетона на растяжение при раскалывании (либо изгибе) задана в спецификации (например, дорожные бетоны, бетоны, применяемые для возведения промышленных полов). Во-вторых, не применяется понятие семейства бетонов – бетоны с отдельными составами должны испытываться отдельно. Соответствие прочности бетона на растяжение при раскалывании оценивается на образцах в возрасте двадцати восьми суток, если не указан (установлен) другой возраст бетона.

Для оценивания применяют два критерия по отношению:

- к группе из  $n$  неперекрывающихся и перекрывающихся последовательных результатов испытания через рассчитанное среднее значение прочности с  $n$  результатов  $f_{ctm,sp}$  (критерий 1);
- для каждого единичного результата  $f_{cti,sp}$  (критерий 2).

Соответствие с характеристической прочностью на растяжение при раскалывании  $f_{ctk,sp}$  является подтвержденным, если результаты испытаний удовлетворяют обоим критериям из таблицы 3.8, соответственно для начального и непрерывного производства.

Таблица 3.8 – Критерии соответствия, касающиеся оценивания прочности бетона на растяжение при раскалывании [2]

Статус производства	Количество $n$ результатов, подвергаемых оцениванию в выборке	Критерий 1	Критерий 2
		Среднее из $n$ результатов $f_{ctm,sp}$ , МПа	Произвольный единичный результат испытания $f_{cti,sp}$ , МПа
Начальное	3	$f_{ctk,sp} + 0,5$	$f_{ctk,sp} - 0,5$
Непрерывное	Не менее 15	$f_{ctk,sp} + 1,48\sigma$	$f_{ctk,sp} - 0,5$

Правила, по которым осуществляется квалификация производства и его отнесение к статусу начального или непрерывного производства, аналогичны тем, что приняты при оценивании соответствия прочности бетона на сжатие. Эти же правила действуют по отношению к требованиям частоты и мест отбора проб.

При оценивании соответствия на этапе непрерывного производства, когда осуществляется оценивание средней прочности из выборки, содержащей не менее пятнадцати единичных результатов испытаний, полученных за оценочный период, необходимым является определение термина «оценочный период». Оценочный период устанавливается, как в Методе В, для непрерывного производства при оценивании прочности бетона на сжатие, в зависимости от частоты

(интенсивности) отбора (испытания) проб. Так же, как и при оценивании прочности бетона на сжатие, различают два случая для определения оценочного периода (такие же, как при оценивании прочности бетона на сжатие):

случай 1 – для предприятий, имеющих низкую частоту отбора проб и испытаний (менее, чем тридцать пять результатов за три месяца производства), период должен охватывать, как минимум, пятнадцать результатов испытаний (последовательных) перекрывающихся или неперекрывающихся), но не более тридцати пяти последовательных результатов, полученных в период, не превышающий шести месяцев;

случай 2 – для предприятий, имеющих высокую частоту отбора проб и испытаний (не менее тридцати пяти результатов испытаний за три месяца производства), оценочный период должен охватывать не менее пятнадцати результатов испытаний (последовательных, перекрывающихся, неперекрывающихся), и не должен превышать трех месяцев.

По отношению к стандартному отклонению ( $\sigma$ ), рассчитанному из тридцати пяти результатов испытаний, полученных в процессе начального производства, следует соответственно применять положения, касающиеся его верификации в очередных оценочных периодах, так же, как это было представлено при оценивании прочности бетона на сжатие, применяя требования таблицы 3.7.

### **3.12 Испытания и оценивание идентичности**

Описанная выше процедура контроля соответствия реализуется производителем бетона и, по существу, могла бы быть достаточной с точки зрения обеспечения качества бетона. Однако в тех случаях, когда потребитель имеет сомнения относительно качества бетона (касается партии бетона, определенной в стандарте как загрузка или порция) или в случае, когда потребитель вынужден производить дополнительный контроль, что установлено соответствующими указаниями в технической спецификации к проекту, выполняют испытания и оценивание идентичности.

Суть испытания и оценивания идентичности – выявление того, что определенный объем бетона принадлежит к той же самой популяции, которая, в рамках оценивания соответствия, была проверена производителем и декларирована как соответствующая требуемой характеристической прочности. Действующий стандарт EN 206 распространяется на испытания идентичности в области:

- прочности бетона на сжатие;
- консистенции бетонной смеси;
- воздухо содержания в бетонной смеси;
- содержания фибры и однородности бетонной смеси.

#### **3.12.1 Испытания и оценивание идентичности прочности бетона на сжатие**

Если говорить об оценивании идентичности прочности бетона на сжатие по сравнению с оцениванием соответствия, различия наблюдаются прежде всего в количестве единичных результатов, подвергаемых оцениванию и, соответственно, принятыми критериями.

При назначении выборочного плана, включая план отбора проб, следует прежде всего определить или установить объем бетона, который будет подвергнут испытанию идентичности. Это, например, может быть:

- одиночный замес или порция бетонной смеси (в случае сомнений в качестве);
- бетон, поставляемый для изготовления группы конструктивных элементов (например, балок/плит, колонн/стен и т. д.);
- бетон, поставляемый на объект в течение одной недели, но не более, чем 400 м<sup>3</sup>.

Далее необходимо установить количество проб бетонной смеси, которые необходимо отобрать из выделенного объема бетонной смеси. Их минимальное количество зависит от статуса производства в случае сертифицированной системы контроля производства, достаточно выборочного плана, основанного на одной пробе бетонной смеси. Тогда как в случае не сертифицированного производства требуется отобрать не менее трех проб бетонной смеси.

Пробы бетонной смеси для испытания идентичности, как и для испытаний соответствия, следует отбирать из различных замесов или порций в соответствии с СТБ-EN 12350-1. При этом могут быть применены точечные или составные пробы.

Основным различием при выполнении оценивания идентичности по отношению к оцениванию соответствия является определение результата, являющегося основой для оценивания. Результатом испытания  $f_{ci}$  при оценивании идентичности является среднее значение прочности, полученное из испытаний двух и более контрольных стандартных образцов (кубов, цилиндров), применяемых для испытаний прочности бетона на сжатие, выполненных из бетона одной пробы бетонной смеси и испытанных в одинаковом возрасте.

В случае оценивания соответствия результатом испытания также может быть среднее значение прочности, полученное при испытаниях двух и более стандартных бетонных образцов, выполненных из одной пробы бетона и испытанных в одинаковом возрасте. Допускается также использование в оценивании результата, полученного при испытаниях одного образца (что чаще всего и применяется на практике).

Дополнительно предполагается исключение результатов испытания отдельных образцов, которые отличаются более, чем на 15 % от среднего значения прочности. При этом анализ конкретного результата должен указать рациональную причину, по которой может быть исключен отдельный результат испытания.

Контрольные образцы для контроля прочности бетона следует подготавливать и хранить в соответствии с СТБ-EN 12390-2 и испытывать согласно СТБ-EN 12390-3.

Оценивание идентичности, как было показано выше, выполняется в зависимости от статуса контроля качества производства – с сертификатом или без сертификата.

В случае, когда бетон изготавливают в условиях производства с сертифицированной системой контроля качества, идентичность оценивают для каждого индивидуального результата испытаний прочности и среднего значения из

«n» неперекрывающихся индивидуальных результатов согласно критериям, представленным в таблице 3.9.

Считается, что бетон относится к данной популяции, если для «n» индивидуальных результатов испытаний прочности для определенного объема бетона выполняются оба критерия из таблицы 3.9.

Таблица 3.9 – Критерии идентичности прочности бетона на сжатие (производство с сертифицированной системой контроля качества) [2]

Количество $n$ результатов испытаний прочности на сжатие для установленного объема бетона	Критерий 1	Критерий 2
	Среднее из $n$ результатов $f_{cm}$ , МПа	Любой единичный результат испытания $f_{ci}$ , МПа
1	не применяется	$\geq f_{ck} - 4$
2...4	$\geq f_{ck} + 1$	
5...6	$\geq f_{ck} + 2$	

В случае, когда бетон изготавливают в условиях производства, не имеющего сертифицированной системы контроля качества, при оценивании идентичности следует использовать как минимум три индивидуальных результата испытаний. Рекомендуемые стандартом критерии идентичности – это, по существу, критерии, используемые производителем для оценивания соответствия на этапе начального производства (см. таблицу 3.10), несмотря на то, по какому методу (А или В) в данный момент производитель выполняет оценивание соответствия для этапа начального или непрерывного производства.

Идентичность оценивается для каждого единичного результата испытания прочности и среднего из трех неперекрывающихся или перекрывающихся результатов испытаний. Считается, что бетон принадлежит данной популяции, если для «n» результатов испытаний прочности выполняются оба критерия из таблицы 3.10.

Таблица 3.10 – Критерии идентичности прочности бетона на сжатие (производство без сертифицированной системы контроля качества) [2]

Этап производства	Количество $n$ результатов испытаний в выборке	Критерий 1	Критерий 2
		Среднее из $n$ результатов $f_{cm}$ , МПа	Любой единичный результат испытания $f_{ci}$ , МПа
Начальное	3	$\geq f_{ck} + 2$	$\geq f_{ck} - 4$

Представленное выше испытание идентичности, установленное стандартом EN 206 [2], ясно указывает на необходимость отбора, как минимум, в два раза большего количества контрольных образцов бетона для испытаний прочности, чем необходимое количество результатов, применяемых при оценивании. Это требование чаще всего наталкивается на сопротивление при составлении плана (программы) испытаний. С одной стороны, наблюдается склонность к делению оцениваемого объема бетона на как можно менее выделенные объемы (отдель-



ные партии) для оценивания бетона, уложенного, например, в отдельный конструктивный элемент или объема бетона, уложенного в течение одного дня. С другой стороны, трудно понять, почему, например, при наличии сертифицированной системы контроля качества необходимо отобрать из каждой партии бетона как минимум шесть бетонных образцов для испытания прочности (для бетоновоза – примерно 5 м<sup>3</sup>), т. к. необходимо иметь, как минимум, три индивидуальных (единичных) результата испытаний.

При таких случаях определенным выходом, ограничивающим количество образцов для испытаний идентичности, является размещение заказа у производителя, который имеет сертифицированную систему контроля качества.

#### **ГЛАВА 4**

### **ПРИМЕНЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ В РАМКАХ НОВЫХ ТРЕБОВАНИЙ EN 206:2013**

---

В мировой строительной практике контрольные карты (англ. *Control charts*) нашли широкое применение при производстве монолитного и сборного железобетона как эффективный инструмент контроля качества в режиме «on-line». Как отмечается в [22], контрольные карты могут применять для мониторинга широкой гаммы характеристик свойств, как, собственно, бетона и бетонных смесей (прочности, консистенции или подвижности, водоцементного или водовязущего отношения), так и составляющих его материалов (гранулометрического состава заполнителей, прочности цемента и т. д.). Кроме того, контрольные карты применяют для мониторинга производственно-технологического процесса приготовления бетонных смесей (например, контроль точности дозирования).

Наибольшее распространение получили контрольные карты, применяемые для непрерывного оценивания результатов испытаний прочности бетона на сжатие с тем, чтобы, согласно [22]:

- выполнять проверки достижения требуемой (целевой) средней прочности;
- устанавливать меру изменчивости, выражаемую в идентифицируемых отклонениях от целевых значений прочности;
- идентифицировать величину (значения) любой вариации (отклонения) в технологическом процессе приготовления бетонной смеси;
- объективно определять необходимые корректирующие мероприятия (например, изменение водоцементного отношения) для возвращения производственного процесса в установленные рамки;
- идентифицировать периоды времени и бетоны, для которых значение фактической прочности оказалось меньше, чем требуемое целевое значение, и для которых должны быть выполнены корректирующие действия.

Применение контрольных карт не должно осуществляться в отрыве от всего комплекса мероприятий, входящих в производственный контроль согласно

EN 206 [2]. Так, например, поверка и постоянное обслуживание дозирующего оборудования будет снижать риск нарушения требуемых пропорций бетонной смеси. Следует отметить, что контрольные карты дают достаточно полную информацию о технологическом процессе, но интерпретация получаемой информации не является простым механическим действием.

#### **4.1 Общие требования EN 206:2013, касающиеся применения контрольных карт для оценки соответствия прочности на сжатие (метод С)**

В соответствии с п. 8.2.1.3 EN 206 [2] для оценки соответствия прочности бетона на сжатие, в отличие от предыдущих редакций стандарта, допускается применение контрольных карт (метод С).

Как следует из [2], метод С (метод контрольных карт) рассматривается как альтернативный вариант процедуры оценивания прочности бетона на сжатие, применяемый только в условиях непрерывного (установившегося) производства. При этом обязательным условием применения контрольных карт является наличие сертифицированного производства.

Система контроля, согласно п. 8.2.1.3.2 EN 206 [2], должна включать применение признанной модели контрольной карты и иметь следующие характеристики:

- обеспечивать достижение максимального уровня выходного качества (AOQL), не превышающего 5 %;
- стремиться к обеспечению соответствия производимого бетона требуемой характеристической прочности;
- включать регулярный мониторинг прочности и стандартного отклонения или отклонений от установленных целевых значений;
- где это применимо, включать одну или более процедур, направленных на ускорение получения реакции (отклика) правила системы (например, применение результатов оценивания прочности в раннем возрасте, применение семейств бетонов и т. д.);
- определять и применять ясные правила принятия решений, как для контрольных границ соответствия, так и предупреждающих границ;
- когда контрольная карта показывает, что оценочное текущее значение стандартного отклонения более чем на 0,5 МПа превышает значение, принятое из предыдущего периода, требуется изменить (скорректировать) его значение.

#### **4.2 Контрольные карты. Общие положения**

Традиционный подход к производству, вне зависимости от вида продукции, – это изготовление и контроль качества для проверки готовой продукции и отбраковки объемов (единиц) продукции, не соответствующих установленным требованиям спецификации.

Такая стратегия, как отмечается в [19], часто приводит к потерям и не экономична, поскольку построена на проверке постфактум (в режиме «*off-line*» согласно [19]), когда продукция, содержащая недопустимую долю дефектов, уже создана. Более эффективна стратегия предупреждения потерь, позволяющая избежать (или точнее минимизировать) производство бракованной продукции. Такая стратегия предполагает сбор исходной информации о самих **процессах**, ее анализе и эффективные корректирующие действия к **ним**, а не к **произведенной продукции**.

**Контрольная карта** – это графическое средство, использующее статистические подходы [18], важность которых для управления производственными процессами была впервые показана *У. Шухартом (W. Shewhart)* в 1924 г.

Теория контрольных карт в соответствии со стандартом в общем случае различает два вида изменчивости.

Первый вид – изменчивость из-за «случайных (обычных) причин», обусловленная бесчисленным набором разнообразных причин, присутствующих постоянно, которые нелегко или невозможно выявить. Каждая из таких причин составляет очень малую долю общей изменчивости, и ни одна из них не значима сама по себе. Тем не менее, сумма всех этих причин измерима и предполагается, что она внутренне присуща процессу. Исключение или уменьшение влияния обычных причин требует управленческих решений и выявления ресурсов на улучшение процесса и системы.

Второй вид – реальные отклонения в процессе производства. Они могут быть следствием некоторых определяемых причин, не присущих процессу внутренне и могут быть устранены, по крайней мере, теоретически. Эти выявляемые причины рассматриваются как «неслучайные» или «особые» (иногда, «специальные» – англ. *special*) причины изменения. К ним могут быть отнесены сбои производственного и контрольного оборудования (например, дозаторов), недостаточная однородность материалов, квалификация персонала, невыполнение процедур обслуживания оборудования и т. д.

**Цель контрольных карт** – обнаружить неестественные изменения в данных из повторяющихся процессов и дать критерии для обнаружения отсутствия статистической управляемости. **Процесс находится в статистическом управляемом состоянии, если изменчивость вызвана только случайными причинами.** При определении этого приемлемого уровня изменчивости любое отклонение от него считают результатом действия особых (специальных) причин, которые следует выявить, исключить или ослабить.

Задача статистического управления процессами – обеспечение и поддержание процессов на приемлемом и стабильном уровне, с гарантией соответствия продукции требованиям, установленным спецификацией.

Статистический инструмент, используемый для этого, – **контрольная карта**, – графический способ представления и сопоставления информации, основанный на последовательности выборок (проб), отражающих текущее состояние процесса, с границами, установленными на основе внутренне присущей процессу изменчивости. Метод контрольных карт позволяет определить, дей-

ствительно ли процесс достиг статистически управляемого состояния на правильно заданном уровне или остается в этом состоянии, а затем поддерживать управление и высокую степень однородности важнейших характеристик продукции посредством непрерывной записи информации о качестве продукции в процессе производства. Использование контрольных карт и их тщательный анализ ведут к лучшему пониманию и совершенствованию технологических процессов.

Необходимо отметить, что производство бетона базируется на следующем допущении: если для бетонной смеси установленного состава применены составляющие (компоненты) с одинаковыми показателями качества, и параметры технологического процесса приготовления смеси остаются неизменными в допустимых пределах, следует ожидать, что производимый бетон будет обладать одинаковыми свойствами (в пределах естественной изменчивости). Применение контрольных карт позволяет подтверждать это допущение в режиме «*on-line*». При этом, по версии EN 206 [2], контрольная карта используется для оценивания соответствия.

### 4.3 Простые карты данных (*Simple Data Charts*)

Простые карты данных обычно применяют для мониторинга качества производимой продукции в режиме «*on-line*».

Существует два типа простых контрольных карт:

**Одномерные** (англ. *univariate*) – контрольная карта для одной характеристики качества (например, средней прочности бетона);

**Многомерные** (англ. *multivariate*) – контрольная карта для статистик, которые представлены более чем одной характеристикой качества (например, коэффициент вариаций).

Если единичная характеристика качества была определена из пробы материала, контрольная карта показывает ее значение в зависимости от номера пробы или от времени.

Простые контрольные карты полезны для визуального представления производственного процесса и выявления существенных отклонений, требующих выполнения корректирующих действий. Простые контрольные карты позволяют получить также тренды, определяющие выход системы из-под контроля. Вместе с тем, общий разброс единичных результатов испытаний часто маскирует тренды, которые могут быть идентифицированы только при более глубоком анализе данных.

Для примера рассмотрим данные, приведенные в таблице 4.1 и графически представленные на рисунке 4.1.

Анализ данных показывает, что все результаты располагаются в пределах интервала  $\pm 8$  МПа от линии, определяющей целевую (требуемую) среднюю прочность. Результаты довольно равномерно распределены около линии, определяющей значение целевой средней прочности  $f_{cm,tag}$  (2 результата лежат на линии  $f_{cm,tag}$ ; 9 результатов располагаются выше, а 7 результатов – ниже линии,

определяющей требуемое значение средней прочности  $f_{cm,tag}$ ). Из рассмотрения результатов, показанных на простой контрольной карте (рисунок 4.1) не представляется возможным сделать определенного заключения о функционировании технологического процесса производства бетона.

Таблица 4.1 – Единичные результаты испытаний прочности бетона  $f_{ci}$  согласно [42] (требуемая средняя прочность  $f_{cm,tag} = 40$  МПа)

Номер результата	$f_{ci}$ , МПа	Номер результата	$f_{ci}$ , МПа
1	37,0	10	40,0
2	42,0	11	34,0
3	36,0	12	44,0
4	35,0	13	46,5
5	42,0	14	42,0
6	38,0	15	44,5
7	39,5	16	45,0
8	40,0	17	44,0
9	35,0	18	48,0

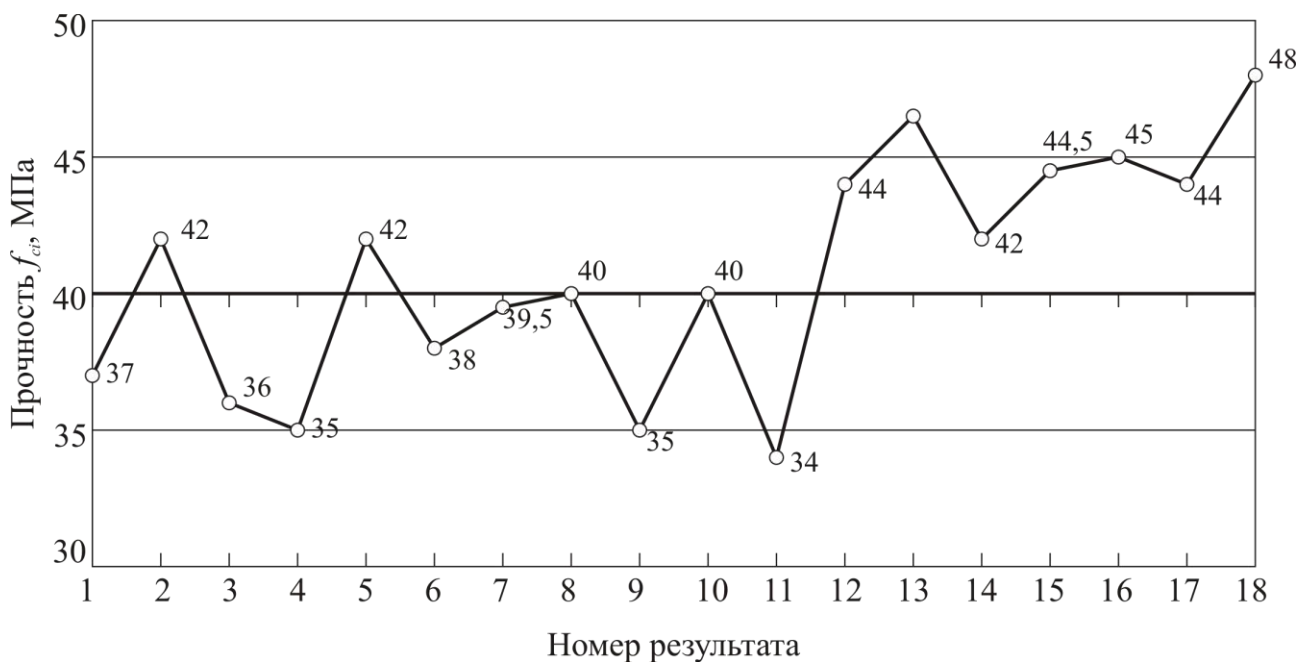


Рисунок 4.1 – Простая контрольная карта (Simple Data Chart) для результатов испытаний из таблицы 4.1 [22]

Поэтому простые контрольные карты практически не применяют при контроле соответствия прочности бетона на сжатие. Нормы EN 206[2] (приложение Н) рекомендуют применять два вида карт: контрольные карты Шухарта (*Shewhart Charts*) или контрольные карты CUSUM [2].

## 4.4 Контрольные карты Шухарта (*Shewhart Chart*)

### 4.4.1 Основы контрольных карт Шухарта

Согласно [22], контрольная карта Шухарта (*Shewhart Chart*) использует данные, получаемые выборочно из технологического процесса через **примерно равные интервалы**. Интервалы могут быть заданы либо по времени (например, в каждую смену), либо по количеству произведенной продукции (каждая партия). Обычно каждая проба (подгруппа согласно [22]) состоит из однотипных контрольных образцов продукции с одними и теми же контролируемыми показателями, при этом все пробы (подгруппы) имеют равные объемы.

**Карта Шухарта** – это график значений определенных характеристик проб (подгрупп), рассматриваемых как индивидуальный единичный результат в зависимости от их номеров.

Общая информация о контрольных картах Шухарта представлена в ISO 8258, ISO 7870-2, ГОСТ Р 50779.42, а правила их построения для целей оценивания соответствия – в ISO 7966.

Она имеет центральную линию (CL), соответствующую некоторому установленному эталонному значению характеристики. В случае контроля прочности бетона, центральная линия представлена намеченным TMS – целевым значением требуемой средней прочности бетона на сжатие ( $f_{cm,tag}$ ).

В общем случае, карта Шухарта имеет две статистически определяемые контрольные границы относительно центральной линии, которые называют верхней контрольной границей (*Upper Control Limit – UCL*) и нижней контрольной границей (*Lower Control Limit – LCL*) (см. рисунок 4.2).

Контрольные границы на карте Шухарта находятся, как правило, на расстоянии  $3\sigma$  от центральной линии (CL), где  $\sigma$  – генеральное стандартное отклонение используемой статистики. Для получения оценки  $\sigma$  вычисляют выборочное стандартное отклонение или умножают выборочный размах на соответствующий коэффициент. Учитывая то обстоятельство, что контрольные карты используются для стадии непрерывного производства, значение стандартного отклонения  $\sigma$  принимают из предшествующего оценочного периода.

Границы  $\pm 3\sigma$  указывают, что 99,7 % индивидуальных значений характеристики (в данном случае прочности на сжатие) попадут в эти пределы при условии, что процесс находится в статистически управляемом состоянии. Другими словами, есть риск, равный, приблизительно, 0,3 % (или, в среднем, три на тысячу случаев), что нанесенная точка окажется вне контрольных границ, когда процесс стабилен. Употребляется слово «приблизительно», поскольку отклонения от исходных предположений, таких, как, например, вид распределения данных, будут влиять на значения вероятности.

Некоторые специалисты рекомендуют применять вместо множителя, равного трем, значение 3,09, с тем, чтобы обеспечить номинальное значение вероятности 0,2 %, но Шухарт сознательно выбрал число три, чтобы не давать поводов к рассмотрению точных вероятностей. Аналогично, некоторые специалисты применяют фактические значения вероятностей для карт, основанных на распределениях, отличных от нормальных.

Вероятность того, что произойдет нарушение контрольных границ (в самом деле, случайное событие, а не реальный сигнал), считается столь малой, что при появлении точки вне границ следует предпринять определенные корректирующие действия.

Так как действия предпринимаются именно в этой точке, то  $3\sigma$  контрольные границы иногда называют «границами действий».

В соответствии с рекомендациями [22] при контроле прочности бетона на карте наносят дополнительные границы на расстоянии  $2\sigma$ . Тогда любое выборочное значение, попадающее за границы  $2\sigma$ , может рассматриваться как предупреждение о грозящей ситуации выхода процесса из состояния статистической управляемости. Поэтому границы  $\pm 2\sigma$  называют «предупреждающими». На контрольных картах дополнительно наносят:

- нижнюю предупреждающую границу (*Lower Warning Limit – LWL*);
- верхнюю предупреждающую границу (*Upper Warning Limit – UWL*).

Следует отметить, что при применении контрольных карт возможны два вида ошибок: ошибки первого и второго рода.

**Ошибка первого рода** возникает, когда процесс находится в статистически управляемом состоянии, а точка, обозначающая единичный результат, выходит за контрольные границы случайно. В результате неправильно принимают решение о том, что процесс вышел из состояния статистической управляемости, и делают попытку найти и устранить причину несуществующей проблемы.

**Ошибка второго рода** возникает, когда рассматриваемый процесс неуправляем, а точки случайно оказываются внутри контрольных границ. В этом случае, неверно заключают, что процесс статистически управляем и упускают возможность предупредить рост выхода несоответствующей продукции.

Риск ошибки второго рода – функция трех факторов: ширины контрольных границ, степени управляемости процессом и объема выборки. Их природа такова, что можно сделать лишь общее утверждение о величине ошибки.

Система карт Шухарта учитывает только ошибки первого рода, равные 0,3 % в пределах границ  $3\sigma$ . Поскольку, в общем, непрактично делать полную оценку потерь от ошибки второго рода в конкретной ситуации, целесообразно использовать границы на расстоянии  $\pm 3\sigma$  и сосредотачивать внимание в основном на управлении и улучшении качества самого процесса.

Если процесс статистически управляем, контрольные карты реализуют метод непрерывной статистической проверки нулевой гипотезы о том, что процесс не изменился и остается стабильным. Но поскольку значение конкретного отклонения характеристики процесса от целевого значения, которое могло бы привлечь внимание, обычно нельзя определить заранее, как и риск ошибки второго рода, и объем выборки не рассчитывается для удовлетворения соответствующего уровня риска, то карту Шухарта не стоит рассматривать с точки зрения проверки гипотез.

Шухарт подчеркивал именно эмпирическую полезность контрольных карт для установления отклонений от состояния статистической управляемости, а не их вероятностную интерпретацию.

Когда наносимое значение выходит из контрольных границ или серия (последовательность) значений проявляет необычные структуры, состояние статистической управляемости подвергается сомнению.

В этом случае надо исследовать и обнаружить неслучайные (особые) причины, а процесс можно остановить или скорректировать. Как только особые причины найдены и исключены, процесс может быть возобновлен. При возникновении ошибки первого рода можно не установить никакой особой причины. Тогда считают, что выход точки за границы представляет собой довольно редкое случайное явление при нахождении процесса в статистически управляемом состоянии.

Следует отметить, что если контрольную карту процесса строят впервые, то часто оказывается, что процесс статистически неуправляем. Контрольные границы, рассчитанные на основе данных такого процесса, будут иногда приводить к ошибочным значениям, поскольку они могут оказаться слишком широкими.

Следовательно, прежде чем устанавливать постоянные параметры контрольных карт, надо привести производство в статистически управляемое состояние.

#### **4.4.2 Контрольные карты Шухарта применительно к контролю прочности бетона на сжатие**

##### **4.4.2.1 Конструирование контрольной карты Шухарта.**

Применительно к контролю соответствия прочности бетона на сжатие «предупреждающие» границы – это не пределы, устанавливаемые спецификацией, а пределы, базирующиеся на показателях изменчивости производственного процесса. Принимая, что прочность бетона на сжатие следует нормальному распределению, можно предположить, что существует 50-процентная вероятность того, что результат будет выше целевой средней прочности ( $TMS$ ) и 50-процентная – что ниже этого значения.

Как было показано в [22], нормируемая величина запаса  $M = 1,96\sigma$  согласно [2] обеспечивает дефектность 2,5 % (это означает, что дефектность произведенного бетона составляет 2,5 % – доля результатов испытаний, располагающихся ниже характеристической прочности  $f_{ck}$ ). Для оценки соответствия высокие значения прочности несут незначительное влияние, но эти значения имеют важное влияние на экономические показатели производства. Поэтому на практике, при построении контрольных карт, используются как нижняя, так и верхняя «предупреждающие» границы ( $LWL$ ,  $UWL$ ).

Если принять положения верхней и нижней «предупреждающих» границ на расстоянии  $1,96\sigma$  от целевой средней прочности, то следует ожидать, что 95 % результатов будут попадать в этот интервал, а 2,5 % в каждую сторону окажутся вне пределов этого интервала ( $\pm 1,96\sigma$ ).

Если принята контрольная граница на расстоянии запаса  $M = 3\sigma$ , существует очень незначительная вероятность того, что результат испытаний окажется вне этого предела ( $\pm 3\sigma$ ) в силу натуральной (природной) изменчивости (0,3 % – для правого и левого «хвостов» распределения соответственно). Исходя из этого,



контрольную карту Шухарта проектируют, принимая следующие значения для определения положения границ:

– верхняя контрольная граница (UCL):

$$UCL = f_{cm,tag} + 3\sigma;$$

– нижняя контрольная граница (LCL):

$$LCL = f_{cm,tag} - 3\sigma;$$

– верхняя «предупреждающая» граница (UWL):

$$UWL = f_{cm,tag} + 2\sigma;$$

– нижняя «предупреждающая» граница (LWL):

$$LWL = f_{cm,tag} - 2\sigma,$$

где  $f_{cm,tag}$  – целевое значение средней прочности на сжатие (*TMS – target mean strength*);

$\sigma$  – стандартное отклонение (оценочное стандартное отклонение), определяемое по результатам испытаний, полученным в предшествующий оценочный период.

При назначенных границах вероятность того, что единичный результат выходит за пределы *UWL* и *LWL* составляет 4,56 % (при  $M = 2\sigma$ ), т. е. 2,28 % – выше *UWL* и 2,28 % –  $\sigma$  ниже *LWL*.

#### 4.4.2.2 Критерии, определяющие необходимость выполнения корректирующих действий

**Точки, находящиеся за пределами контрольных границ UCL и LCL.** Если одна и более точек, описывающих единичный результат испытаний, находится вне контрольных границ UCL и LCL, это свидетельствует о том, что система выходит из-под контроля в этой точке. Поскольку существует только 0,3 % вероятность того, что этот результат обусловлен природной изменчивостью, необходимо незамедлительно выполнить анализ причин и предпринять корректирующие действия с целью возвращения производственного процесса в статистически управляемое состояние.

**Точки, находящиеся за пределами «предупреждающих» границ UWL и LWL.** Наличие двух последовательных или более чем одной из сорока точек вне установленных границ свидетельствует о том, что процесс выходит из-под контроля и необходимо выполнить углубленный анализ данных.

**Точки, находящиеся в пределах контрольных или «предупреждающих» границ.** Точки, находящиеся в пределах контрольных или «предупреждающих» границ следует анализировать для выявления и оценивания значимых трендов. Анализ текущих (скользящих) значений позволяет выявить сигналы о том, что система выходит из-под контроля еще до того, как точки выходят за пределы контрольных и «предупреждающих» границ. Общие правила и критерии для оценивания результатов, располагающихся в пределах контрольных и предупреждающих границ, представлены в [2].

Согласно [2, 22], следующие простые эмпирические правила могут быть предложены для оценивания последовательности результатов, располагающихся в пределах поля, ограниченного полями *UWL* и *LWL* и сигнализирующими о том, что система выходит из-под контроля:

1. Семь и более последовательных результатов находятся по одну сторону (выше или ниже) от линии, соответствующей целевой средней прочности (TMS);
2. Как минимум, десять из одиннадцати результатов находятся по одну сторону (выше или ниже) от линии, соответствующей целевой средней прочности (TMS);
3. Как минимум, двенадцать из четырнадцати результатов находятся по одну сторону (выше или ниже) от линии, соответствующей целевой средней прочности (TMS);
4. Как минимум, четырнадцать из семнадцати результатов находятся по одну сторону (выше или ниже) от линии, соответствующей целевой средней прочности (TMS).

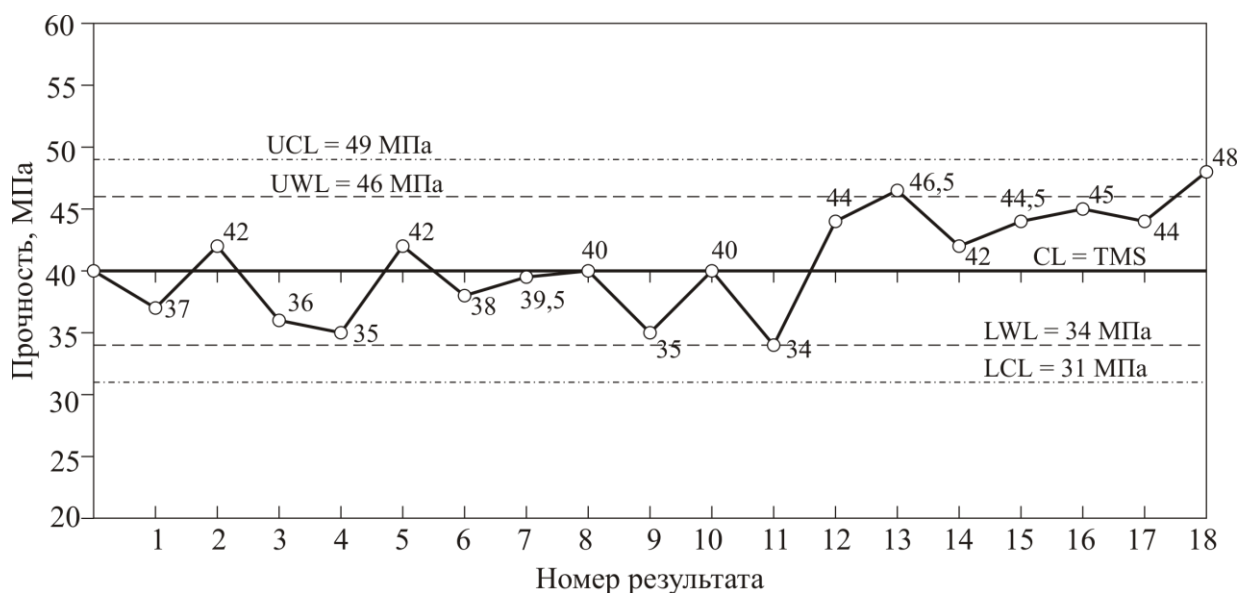


Рисунок 4.2 – Пример контрольной карты Шухарта для оценивания целевой средней прочности (TMS) по данным [22]

#### 4.4.2.3 Контроль стандартного отклонения.

Учитывая то обстоятельство, что контрольная и «предупреждающая» границы устанавливаются с применением стандартного отклонения ( $k\sigma$ ), важно выполнять мониторинг его значения в процессе производства (при  $n \geq 15$ ). Для этого могут быть использованы правила, изложенные в разделе 4.5.

При этом, эстиматор стандартного отклонения может быть рассчитан с использованием размахов пар последовательных значений прочности.

На графике наносят скользящий средний размах для последних и последовательных результатов испытаний прочности (при  $n \geq 15$ ). Для назначенного приращения стандартного отклонения  $\Delta\sigma$ , величина которого выбирается так, чтобы сигнализировать о существенных изменениях в технологическом процессе, наносят контрольные линии (линии действий – англ. *action line*), положение которых рассчитывают:

$$1,128\sigma \pm 1,128\Delta\sigma, \quad (3.1)$$

где  $\Delta\sigma$  – назначенное допустимое приращение в стандартном отклонении, принимаемое согласно п. 8.2 EN 206 равным  $\Delta\sigma = 0,5$  МПа.

### Пример 4.1

Рассмотрим пример построения контрольной карты для данных из таблицы 4.1, полученных по результатам испытаний в процессе производства бетона. На рисунке 4.2 нанесены контрольные ( $UCL$ ,  $LCL$ ) и «предупреждающие» ( $UWL$ ,  $LWL$ ) границы. Как видно из графика, показанного на рисунке 4.2, точка № 18 выходит за пределы верхней «предупреждающей» границы  $UWL$ . Вместе с тем, это не нарушает правила, изложенного в п. 4.4.2.2 (требуется, чтобы не менее двух последовательных точек находились вне зоны, ограниченной границами  $LWL$ ,  $UWL$ ). Однако семь последовательных точек лежат выше линии, соответствующей целевой средней прочности ( $CL$ ). Это сигнализирует о том, что процесс выходит из-под контроля, т. е. фактическая средняя прочность является более высокой, чем требуемая средняя прочность, и требует корректировки.

### 4.4.3 Модифицирование контрольных карт Шухарта для проверки соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206:2013

С целью оценивания соответствия прочности бетона на сжатие применяют модифицированные контрольные карты Шухарта, которые конструируют для модифицированных переменных.

Контрольные карты Шухарта, имеющие следующие характеристики, будут удовлетворять следующим требованиям п. 8.2.1.3 EN 206 [2] (метод С):

– в соответствующих случаях, когда это уместно, могут быть использованы семейства бетонов;

– выполняется постоянный (непрерывный) мониторинг и графическое представление путем нанесения на контрольную карту двух основных параметров: средней прочности и стандартного отклонения. Соответствие оценивается **только для средней прочности;**

– минимальное оценочное значение стандартного отклонения составляет 3 МПа;

– несоответствие декларируется, если средние значения из  $n$  измеренных результатов прочности располагаются ниже контрольной линии  $L_e$ , положение которой рассчитывается по формуле

$$L_e \geq f_{ck} + q_n \times \sigma, \quad (3.2)$$

где  $q_n$  – тестовый коэффициент, зависящий от количества результатов испытаний  $n$  и принятого уровня AOQL (в рамках выборочного плана);

$\sigma$  – является стандартным отклонением, контролируемым в процессе производства по соответствующей контрольной карте для стандартного отклонения.

В случае, когда  $15 \leq n \leq 35$ , а  $q_n \geq 1,48$ , контрольная карта Шухарта удовлетворяет требованиям п. 8.2.1.3 EN 206 [2] (метод С), обеспечивая AOQL = 5 %.

Оценивание соответствия/несоответствия базируется на результатах испытаний прочности бетона в возрасте двадцати восьми суток для последних результатов, полученных за период, не превышающий двенадцати месяцев.

### Пример 4.2

Предприятие по производству сборного железобетона использует для контроля соответствия средней прочности критериям EN 206 [2], контрольные карты Шухарта.

В процессе производства установлено, что фактические значения прочности бетона в возрасте семи суток превышают характеристическое значение прочности в возрасте двадцати восьми суток. В этом случае при построении контрольной карты нет необходимости наносить «предупреждающие» границы.

Выполняется оценивание с применением скользящего среднего, определяемого из последних  $n$  последовательных результатов, значение которого наносят на контрольную карту (рисунок 4.3) только с одной контрольной линией  $L_e (\geq f_{ck} + 1,48\sigma)$ . Если значение скользящего среднего располагается ниже контрольной линии  $L_e$  – соответствие не подтверждается для оцениваемой группы результатов, т. к. не достигается требуемое AOQL = 5 %. Для оценивания могут быть использованы неперекрывающиеся группы из  $n = 15$  результатов.

В соответствии с требованиями п. 8.2.1.3 EN 206 следует выполнять контроль стандартного отклонения. Так, положение граничной линии  $L_e$  для бетона  $C^{25}/_{30}$  при контроле прочности по образцам-кубам и стандартном отклонении из предшествующего периода  $\sigma = 2,5$  МПа составит по формуле

$$L_e = 30 + 1,48 \times 2,5 = 33,7 \text{ МПа} . \quad (3.3)$$

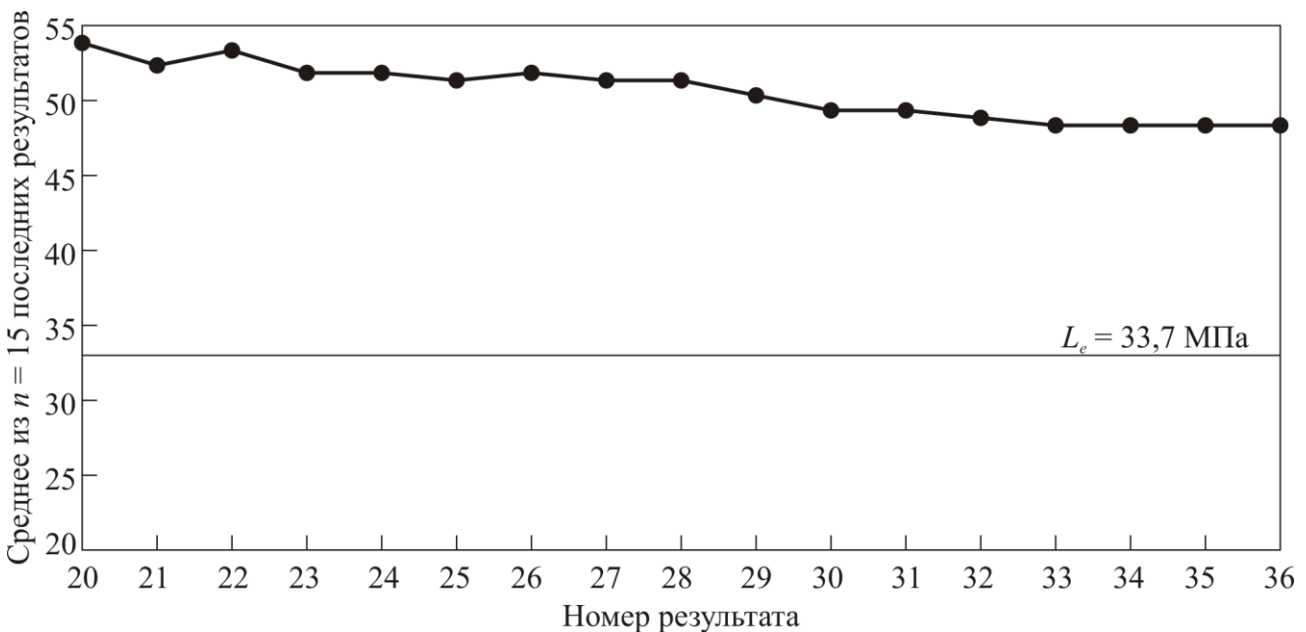


Рисунок 4.3 – Контроль соответствия средней прочности с использованием текущего среднего для  $n = 15$  результатов

В соответствии с п. 8.2.1.3 [2] следует выполнять проверку условий однородности производства, используя оценочное значение стандартного отклонения, определенного из последних  $n$  результатов, входящих в оценочный период. Оценивая соответствие с использованием групп  $15 \leq n \leq 35$ , стандарт предлагает проверять условие

$$0,63\sigma \leq S_n \leq 1,37\sigma. \quad (3.4)$$

При применении контрольных карт производители считают, что данное условие (4.4) не достаточно чувствительно к изменениям стандартного отклонения. В связи с этим, при формировании требований к контрольным картам в п. 8.2.1.3 установлено требование к существенному отклонению стандартного отклонения на уровне  $\pm 0,5$  МПа. На контрольной карте наносят горизонтальную линию (CL), обозначающую текущее значение среднего размаха ( $1,128\sigma$ ) и контрольные линии  $\pm 1,128 \cdot 0,5$  (МПа).

Если значение текущего среднего размаха из  $n$  последовательных результатов пересекает линию действия, это показывает, что стандартное отклонение изменилось на  $0,5$  МПа (и более) и следует применить новое значение стандартного отклонения.

В данном примере текущее стандартное отклонение было принято  $2,5$  МПа, это соответствует среднему размаху  $1,128 \cdot 2,5 = 2,82$  МПа, и верхняя и нижняя линии действий будут располагаться:  $3,38$  МПа и  $2,26$  МПа ( $2,82 \pm 1,128 \cdot 0,5$ ) (см. рисунок 4.4).

Для результата 26 (см. рисунок 4.4) средний размах пересекает верхнюю линию действия, показывая, что стандартное отклонение изменилось на  $0,5$  МПа. Граничное значение повышается до  $34,4$  МПа, а новое значение среднего размаха принимается равным  $3,38$  МПа, с верхней и нижней линиями действий  $3,94$  МПа и  $2,82$  МПа соответственно. Т. к. текущее значение средней прочности по-прежнему располагается выше  $L_e$ , состав бетонной смеси не корректируется. Соответствующие действия могут быть выполнены для корректировки производства с целью снижения изменений в значении стандартного отклонения.

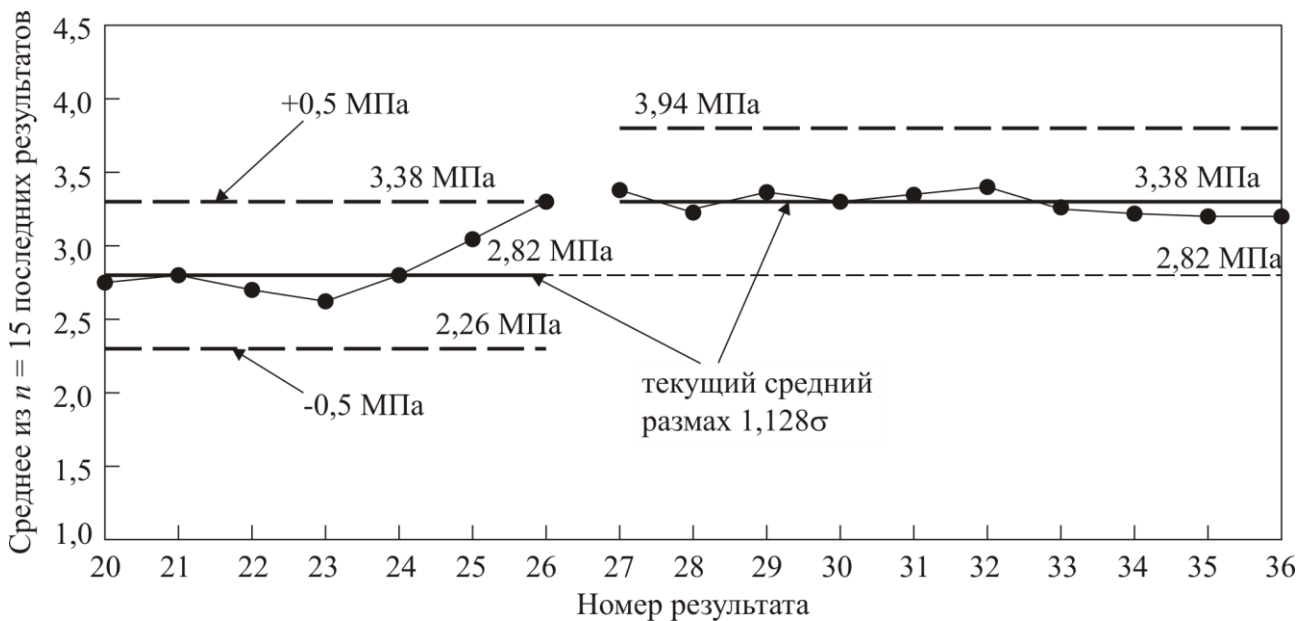


Рисунок 4.4 – Контроль стандартного отклонения, используя текущий размах из последних для  $n = 15$  результатов

## 4.5 Контрольные карты кумулятивных сумм – CUSUM (*CUSUM Control Chart*)

### 4.5.1 Общие положения

Производство бетона должно контролироваться таким образом, чтобы, с одной стороны была обеспечена установленная спецификацией прочность для соответствующего класса, а с другой – стоимость применяемых материалов была по возможности наименьшей. Для выполнения этих требований практическое значение имеет т. н. CUSUM-метод [2]. Метод предусматривает вычитание из полученных единичных результатов испытаний прочности некоторого наперед заданного значения, например, целевого значения прочности и последующее их суммирование с накоплением. График таких сумм называют CUSUM-картой. Такой простой арифметический процесс обеспечивает хорошую визуальную интерпретацию данных.

Система CUSUM функционирует, опираясь на сравнение текущих результатов испытаний прочности с требуемыми целевыми значениями, при этом CUSUM используется для мониторинга трендов средней прочности, среднеквадратичного отклонения и корреляционной зависимости между прочностью в раннем возрасте и нормируемым значением прочности в возрасте двадцати восьми суток. Применение системы CUSUM помогает в режиме «*on-line*» выявить вариации свойств бетона и определить (сформулировать) мероприятия, которые следует произвести с целью повышения вероятности приемки при проверках соответствия спецификациям производственных бетонов по заданным критериям. Вместе с тем, применение системы CUSUM позволяет выявить необоснованные резервы и обеспечить экономию, снижая стоимость материалов, затрачиваемых на производство бетона.

Контрольная система CUSUM (*cumulative sum*) была разработана в начале 50-х годов прошлого столетия для контроля, главным образом, непрерывных производственных процессов.

Метод CUSUM детально изложен в BS 5700, а также в изданиях Concrete Society Digest № 66 и ISO/TR 7871.

Как показано в работах [22] применение системы CUSUM для мониторинга прочности бетона позволяет получить следующие преимущества:

- по сравнению с другими системами, например, контрольными картами Шухарта, система CUSUM является более чувствительной при выявлении вариаций фактических значений прочности по отношению к установленным целевым значениям;

- позволяет принять надежные решения, опираясь на ограниченное количество результатов испытаний прочности;

- графическая интерпретация результатов позволяет достаточно наглядно представить тренды в изменениях средних значений прочности и среднеквадратичных отклонений, выявить при первом приближении критические точки, когда параметры процесса не соответствуют контрольным.

Основным недостатком, по сравнению с другими системами, следует считать некоторое усложнение расчетных процедур, что удастся легко избежать при использовании компьютерных вычислений и специальных компьютерных программ.

Система контроля CUSUM, применяемая при оценивании соответствия прочности бетона на сжатие основывается на положениях ISO 7870-4 и EN 206 [2] (п. 8.2.1.3 и приложение H).

#### 4.5.2 Требования к контрольным картам CUSUM в соответствии с EN 206:2013

Система карт CUSUM, применяемая для контроля соответствия прочности бетона на сжатие должна удовлетворять следующим требованиям п. 8.2.1.3 EN 206 [2] (Метод С):

– в случае, когда оценивание соответствия базируется на результатах испытания прочности бетона в возрасте двадцати восьми суток, допускается выполнять оценивание, пользуясь результатами испытаний, полученными в раннем возрасте, приводя их к прогнозируемой двадцати восьмисуточной прочности. Эти прогнозируемые значения прочности следует затем заменять фактическими значениями прочности, полученными в двадцати восьмисуточном возрасте (когда эти значения становятся доступными).

*Примечание – если результат испытания образцов бетона в раннем возрасте окажется выше, чем установленная двадцати восьмисуточная прочность, испытания с целью определения прочности в двадцати восьмисуточном возрасте допускается не производить;*

– если это уместно, при оценивании соответствия следует применять семейства бетонов;

– следует выполнять постоянный мониторинг и нанесение на контрольную карту кумулятивных сумм показателей, трех основных показателей: средней прочности, стандартного отклонения и, если это применимо, меру корреляции между прочностью в раннем возрасте и двадцати восьмисуточной прочностью бетона на сжатие. **Оценка соответствия основывается только на средней прочности;**

– целевое значение средней прочности бетона на сжатие следует определять на уровне  $\geq (f_{ck} + 1,96\sigma)$ ;

– минимальное оценочное стандартное отклонение (эстиматор стандартного отклонения из предыдущего оценочного периода) должно составлять  $\geq 3$  МПа;

– V-образный масштаб-маску (*V-mask*) для контроля средней прочности (соответствие/несоответствие) следует конструировать, принимая интервал принятия решений  $DI = 9\sigma$  и градиент  $0,5\sigma$ , длиной 35 единичных результатов (масштаб проектируется только с верхней ветвью) (рисунок 4.6);

– V-образный масштаб-маску (*V-mask*) для «предупреждающих» границ имеет верхнюю и нижнюю ветви. Интервал принятия решений принимают равным  $DI = 8,1\sigma$ , а градиент равным  $\sigma/6$  (рисунок 4.5).

*Примечание – пересечение «предупреждающих» границ на контрольной карте не означает несоответствия;*

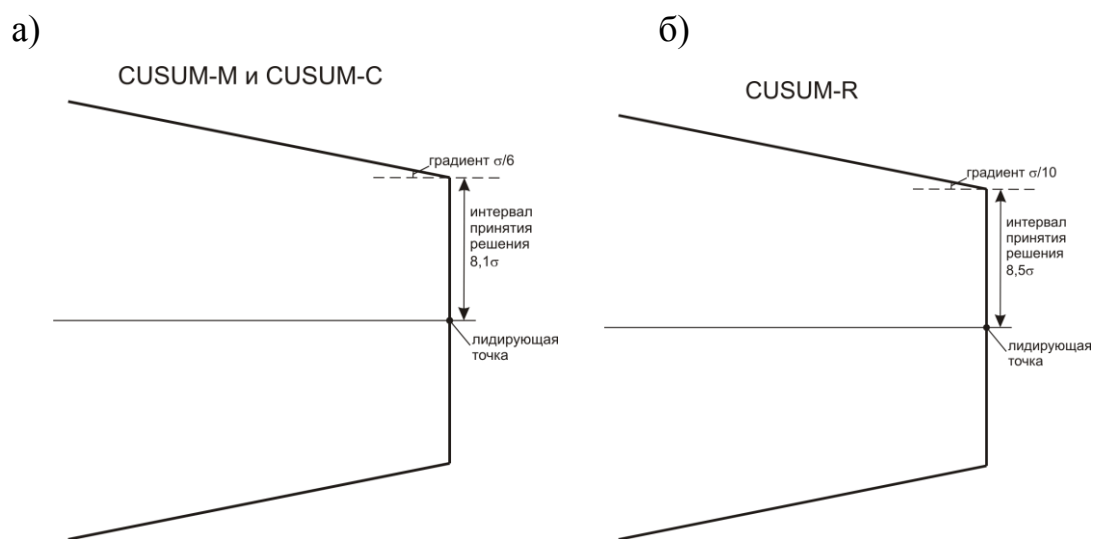


Рисунок 4.5 – К проектированию геометрии V-образных шаблонов-масок системы CUSUM для предупреждающих границ согласно EN 206 [2]

– оценивание соответствия/несоответствия прочности бетона на сжатие выполняют для последних 35 единичных результатов испытания двадцати восьмисуточной прочности, полученных за период, не превышающий двенадцати месяцев;

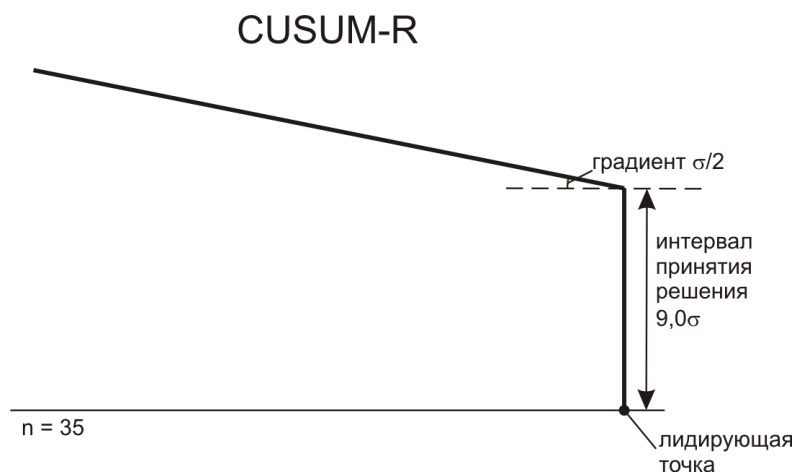


Рисунок 4.6 – К проектированию геометрии V-образных шаблона-маски системы CUSUM для оценивания соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206 [2]

– если график CUSUM-M (для среднего значения прочности) пересекает контрольную границу (см. рисунок 4.6), несоответствие декларируется для всех оцениваемых тридцати пяти единичных результатов. В случае, если установлено и доказано, что выявленное несоответствие обусловлено лишь некоторыми конкретными нижними результатами прочности, то несоответствие допускается декларировать только для периода оценивания, в течение которого были получены низкие значения прочности при испытаниях;



– когда фактическая средняя прочность имеет значения более высокие, чем установленная целевая средняя прочность, или фактическое стандартное отклонение является меньше, чем установленное, необходимо выполнять корректировку состава бетонной смеси.

### 4.5.3 Правила построения и применения контрольных карт CUSUM

#### 4.5.3.1 Мониторинг средней прочности (карты CUSUM-M)

В общем, как показано в [22, 43], мониторинг средней прочности может осуществляться как по результатам испытаний стандартных образцов в двадцати восьмисуточном возрасте, так и в раннем возрасте. Так, например, при производстве сборного железобетона такой контроль может выполняться по результатам испытаний стандартных образцов, подвергаемых тепловлажностной обработке.

Ниже рассмотрим порядок реализации контрольной процедуры без конкретной привязки к условиям, в которых получены результаты испытаний прочности. Процедура основана на том, что, по мере появления нового результата испытаний, из полученного результата вычитают установленное целевое значение требуемой прочности (TMS), назначенное в соответствии с правилами, изложенными в п. 4.5.2, исходя из предполагаемой вероятности приемки. Полученные разности (см. таблицу 4.2) суммируются в форме CUSUM-M. Положительные отклонения показывают, что полученный результат больше, чем целевое требуемое значение средней прочности, и наоборот. Если фактическая средняя прочность больше, чем целевая требуемая (TMS), тогда угол наклона графика CUSUM-M к горизонтальной оси, на котором нанесены номера результатов, будет положительным (см. рисунок 4.7). Подобным образом отрицательный угол наклона графика CUSUM-M будет показывать, что фактическая средняя прочность является меньшей, чем требуемая целевая (TMS).

Таблица 4.2 – К построению CUSUM-M (данные в таблице округлены до целого значения)

Номер результата	Прочность бетона в возрасте 28 суток, $f_{ci}$ , МПа	Требуемая целевая средняя прочность (TMS), $f_{cm,tag}$ , МПа	$\Delta=f_{ci}-f_{cm,tag}$	CUSUM-M, МПа
1	40,0	39	+1,0	+1,0
2	40,0	39	+1,0	+2,0
3	41,0	39	+2,0	+4,0
4	40,0	39	+1,0	+5,0
5	39,0	39	0	+5,0
6	39,0	39	0	+5,0
7	40,0	39	+1,0	+6,0

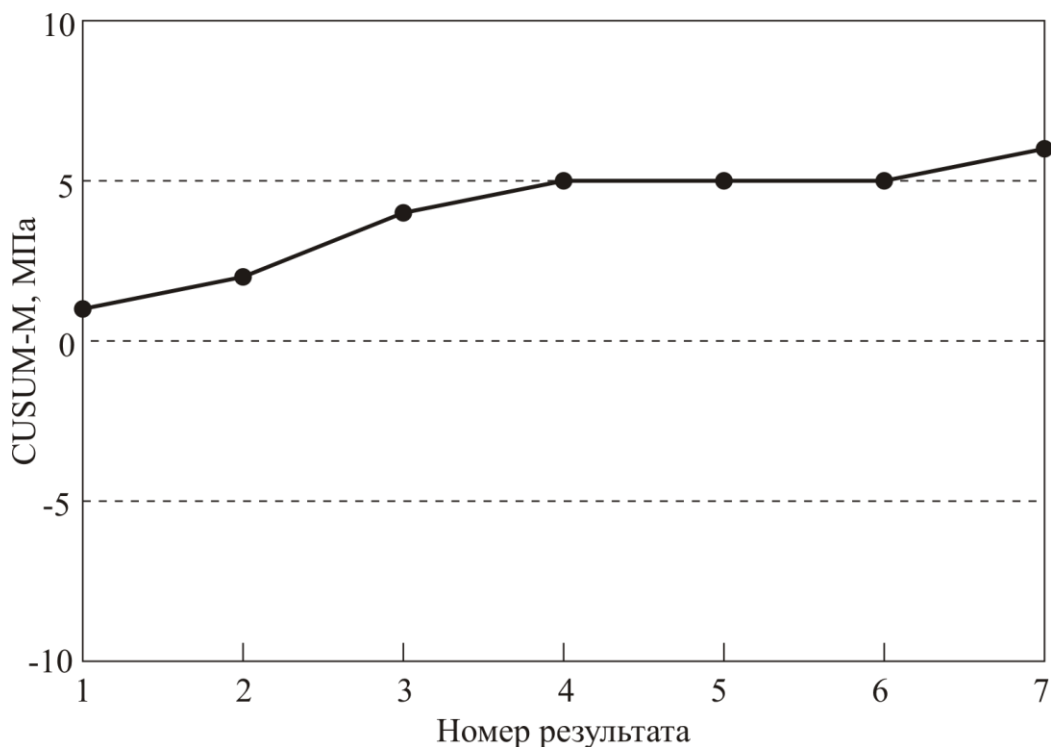


Рисунок 4.7 – Пример построения графика CUSUM-M для средней прочности бетона (см. совместно с таблицей 4.2)

#### 4.5.3.2 Мониторинг стандартного отклонения (карты CUSUM-R)

При применении системы CUSUM для мониторинга стандартного отклонения результатов испытаний прочности использована зависимость между стандартным отклонением и размахом между парами последовательных испытаний. Согласно [2, 22] для построения CUSUM-R размах определяется как абсолютное значение разности между парами последовательных результатов испытаний. Статистически можно доказать (см. [22]), что средний размах последовательных пар большого числа результатов испытаний примерно равен среднеквадратическому отклонению  $\sigma$ , умноженному на коэффициент 1,128. Поэтому целевое значение среднего размаха при использовании карт CUSUM-R определяют согласно [22, 43] по формуле

$$(TMR) = R_{m,tag} = 1,128 \times \sigma_{tag}, \quad (3.5)$$

где (TMR) – целевое значение среднего размаха;

$\sigma_{tag}$  – целевое значение среднеквадратичного отклонения.

Если график CUSUM-R имеет положительный угол наклона к горизонтальной оси, это указывает на то, что среднеквадратичное отклонение превышает целевое значение и, наоборот, если угол наклона отрицательный – значение среднеквадратичного отклонения меньше, чем целевое. С целью упрощения расчетов, целевое значение размаха обычно округляют до 0,5 МПа (для случаев, если не применяется компьютер). Пример расчета графика CUSUM-R приведен в таблице 4.3, а его графическая интерпретация на рисунке 4.8.

Таблица 4.3 – Пример расчета CUSUM-R для среднеквадратичного отклонения при целевом значении среднего размаха ( $TMR$ ) =  $R_{m,tag} = 6$  МПа

Номер результата	Прочность бетона в возрасте 28 суток, $f_{ci}$ , МПа	Размах пар последовательных результатов, $R_i$ , МПа	$R_i - R_{m,tag}$ , МПа	CUSUM-R, МПа
1	40	–	–	–
2	40	0	–6	–6
3	40	0	–6	–12
4	41,5	1,5	–4,5	–16,5
5	39	2,5	–3,5	–20
6	38,65	0,5	–5,5	–25,5
7	37,5	1	–1	–26,5
8	40	2,5	+2,5	–24
9	42	2	+2	–22
10	46	4	+6	–16

В таблице 4.4 приведены соотношения между стандартным отклонением  $\sigma$  и целевым требуемым средним значением размаха  $R_{m,tag}$ .

Таблица 4.4 – Соотношения между стандартным отклонением и целевым средним значением размаха

Стандартное отклонение, $\sigma$ , МПа	Целевое среднее значение размаха $R_{m,tag}$ , МПа (с округлением)
3,5	4
4	4,5
4,5	5
5	5,5
5,5	6
6	7
6,5	7,5
7	8

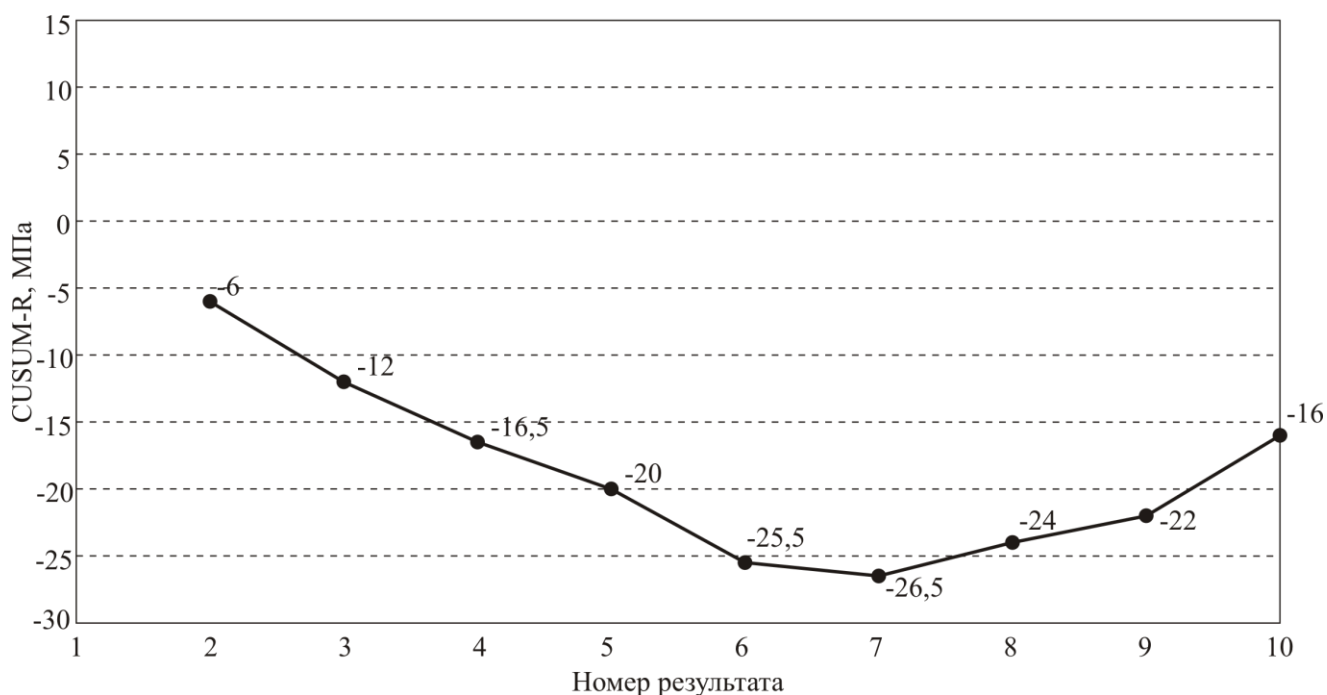


Рисунок 4.8 – Пример построение графика CUSUM-R для мониторинга стандартного отклонения (см. совместно с таблицей 4.3)

#### 4.5.3.3 Мониторинг корреляции между проектной (прогнозируемой) и фактической прочностями меры бетона (CUSUM-C)

Обычно систему CUSUM применяют для мониторинга и оценивания результатов испытаний прочности бетона, полученных в возрасте двадцати восьми суток (при условии, что они доступны). Вместе с тем, естественное желание производителя заключается в том, чтобы выявить изменения в параметрах производственного процесса по возможности раньше, чем доступны результаты испытаний двадцати восьмисуточной прочности. Это реализуется при использовании прогнозируемых значений прочности, получаемых по результатам испытаний прочности бетона в раннем возрасте. Прогнозируемая двадцати восьмисуточная прочность, использованная в системе CUSUM, впоследствии может быть подтверждена, либо модифицирована с использованием фактических результатов испытаний двадцати восьмисуточной прочности, полученной в более позднее время.

Взаимосвязь между фактической и прогнозируемой двадцати восьмисуточной прочностью определяется как корреляция. Эти взаимосвязи, в основном, стабильны для рассматриваемых временных периодов, но в долгосрочной перспективе могут меняться, как результат изменения сырьевых материалов (цемента, заполнителей, добавок), технологии. Система CUSUM может выявлять эти изменения путем мониторинга корреляционной разности между фактической и прогнозируемой двадцати восьмисуточной прочностью. Если эта разница положительна, наблюдается недооценка прочности, если отрицательная – переоценка прочности. Система оценивания и мониторинга корреляции, фактических и прогнозируемых значений прочности, называется CUSUM-C. В таблице 4.5 и на рисунке 4.9 показан пример применения системы CUSUM-C.

Таблица 4.5 – Единичные результаты испытаний прочности бетона и их интерпретация для построения CUSUM-C

Номер результата	Прочность бетона в раннем возрасте, МПа	Прогнозируемая прочность бетона в возрасте 28 суток, МПа	Фактическая прочность бетона в возрасте 28 суток, МПа	Корреляционная разница $\delta$ , МПа	CUSUM-C, МПа
1	28,5	38	35	-3	-3
2	43	54	53	-1	-4
3	32	42	41	-1	-5
4	29	38,5	38,5	0	-5
5	42	53	53	0	-5

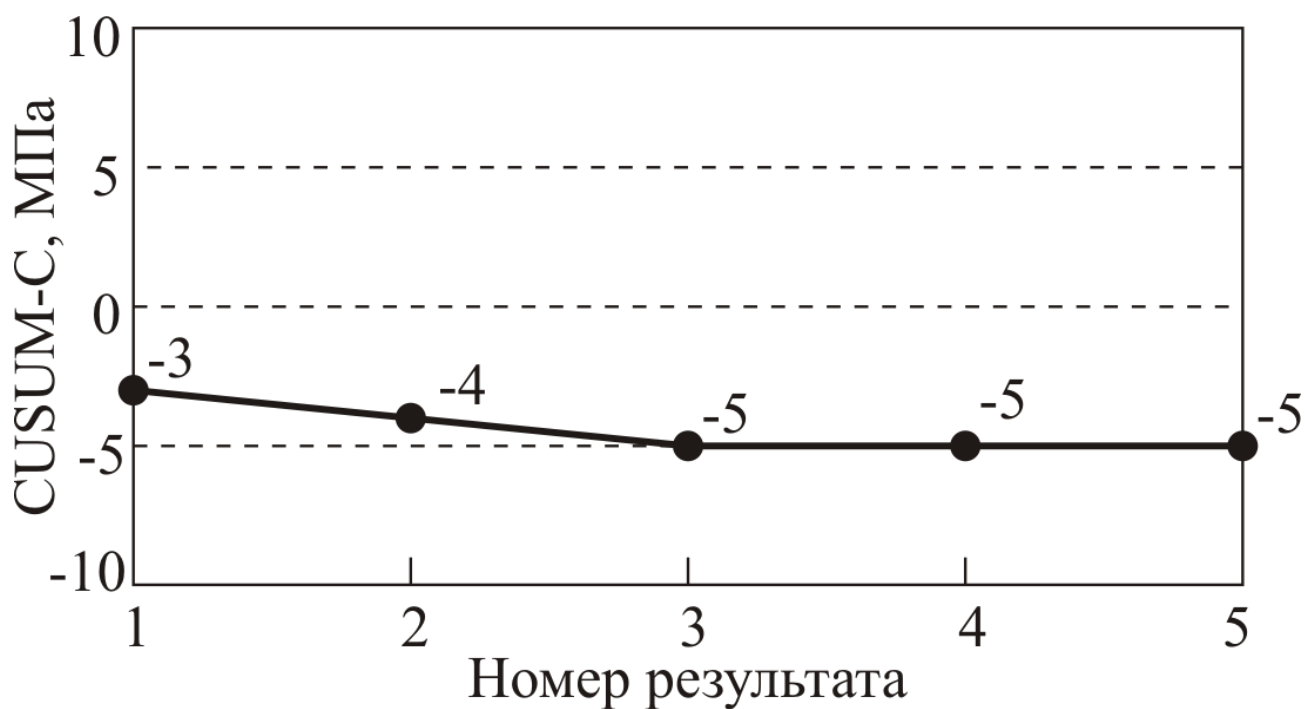


Рисунок 4.9 – Пример построения графика CUSUM-C (см. совместно с таблицей 4.5)

#### 4.5.3.4 Подготовительные работы, необходимые для выполнения контроля соответствия методом кумулятивных сумм.

Подготовительные работы, необходимые для выполнения контроля прочности бетона с использованием системы CUSUM включают следующие этапы:

1. Необходимо принять меры для получения достоверных результатов испытаний прочности на контрольных образцах. Для этого используются стандартные методы отбора, изготовления, хранения и испытания образцов (кубов,

цилиндров). Из оценивания с использованием системы CUSUM должны быть исключены нереалистические (недостоверные) результаты.

2. Следует произвести выбор целевого значения среднеквадратичного отклонения для результатов. Если имеется достаточное количество достоверных результатов испытаний из предшествующего периода производства, приемлемые оценки стандартного отклонения, могут быть рассчитаны с использованием этой информации (данные из начального периода производства). Если соответствующие результаты недоступны, могут быть использованы значения стандартного отклонения, приведенные в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Ориентировочные значения стандартного отклонения в зависимости от уровня контроля качества согласно [43]

Уровень контроля	Стандартное отклонение $\sigma$ , МПа
Превосходный (excellent)	2,5
Хороший (good)	4,0
Средний (average)	5,5
Плохой (poor)	7,0
Очень плохой (very poor)	8,5

В случае оценивания соответствия по EN 206 [2], контрольные карты (метод С) применяют для непрерывного производства, когда известно стандартное отклонение.

Согласно [43], только при условии, что предприятие имеет в своем составе высококвалифицированных и опытных специалистов, применяющих оборудование, обслуживаемое должным образом, значение среднеквадратичного отклонения может быть принято не менее 3 МПа. При этом стандартное отклонение, равное 3 МПа, должно быть принято только после тщательного анализа и обоснования.

3. Установить требуемое целевое значение средней прочности  $f_{cm,tag}$ . Для действующих предприятий, если получены удовлетворительные результаты оценивания прочности за предшествующий период, эти значения могут быть использованы далее при производстве данной бетонной смеси.

В общем, требуемое целевое значение средней прочности следует определять по формуле

$$f_{cm,tag} = (TMS) \geq f_{ck} + 1,96\sigma, \quad (3.6)$$

где  $k$  – коэффициент (статическая константа), зависящий от вероятности приемки, принимаемый равным  $k = 1,96$ , согласно EN 206 (приложение Н).

4. Установить корреляционную зависимость между прочностью в раннем возрасте и прочностью в возрасте двадцати восьми суток. Как правило, для оценки прочности в раннем возрасте применяют стандартные образцы, хранящиеся в течение семи суток в стандартных условиях. Для предприятий сборного железобетона, производящих тепловлажностную обработку изделий, может

быть установлена зависимость между распалубочной прочностью после пропаривания и прочностью в возрасте двадцати восьми суток. Начальные корреляционные зависимости между ранее и двадцати восьмисуточной прочностью могут быть установлены следующими методами:

- при использовании существующих достоверных результатов, полученных для бетонов, изготавливаемых из тех же составляющих;

- при параллельном изготовлении и хранении опытных образцов в лаборатории (или на производстве) из одних и тех же смесей, содержащих те же цемент и заполнители, которые использованы в образцах, испытываемых в раннем возрасте и после двадцати восьми суток хранения.

Корреляция между ранней прочностью и прогнозируемой двадцати восьмисуточной прочностью может быть представлена в виде:

- системы переходных коэффициентов;

- графиков, связывающих раннюю и прогнозируемую двадцати восьмисуточную прочность;

- таблиц.

Отдельные корреляционные зависимости должны быть получены:

- для бетонных смесей, приготовленных с применением различных видов добавок;

- бетонных смесей, приготовленных с применением различных вяжущих.

#### **4.5.3.5 Вычерчивание графиков CUSUM**

Для корректного графического представления результатов чрезвычайно важным является выбор подходящего масштаба для сетки, на которой осуществляется построение графиков CUSUM. В работе [43] рекомендовано, чтобы на вертикальной оси использовался масштаб 10 МПа: 10 мм, на горизонтальной оси – 5 мм (при расположении на столе) и 10 мм (при вывешивании на стену).

*Примечание – при построении контрольных карт с использованием компьютерных программ данные рекомендации необязательны к исполнению.*

#### **4.5.4 Оценивание трендов**

Если график CUSUM для оцениваемого свойства горизонтален, это означает, что в течение оцениваемого периода не наблюдается вариаций свойства относительно целевому значению. Наклон графика указывает на то, что величина рассматриваемого свойства отличается от целевого среднего значения.

При рассмотрении графиков, приведенных на рисунках 4.7 и 4.8, возникают следующие вопросы:

Является ли наблюдаемый тренд свойства существенным, либо им можно пренебречь?

Являются ли отклонения от целевого среднего значения свойства настолько существенными, что необходимо выполнять корректирующие действия в технологическом процессе?

После того, как каждая расчетная точка CUSUM нанесена на масштабную сетку и получен график, на него накладывается прозрачный шаблон (маска) в форме усеченной буквы V, повернутой под углом  $90^\circ$  (англ. *V-mask*).

Прозрачный шаблон помещается своей вертикальной осью с, так называемой, лидирующей точкой (*lead point*) в точку, соответствующую последнему результату, нанесенному на график. Если график CUSUM остается внутри шаблона, это означает, что никаких существенных изменений не наблюдается. Однако если график пересекает ветви V-образного шаблона-маски, считается, что имеет место значительный тренд и необходимо выполнять корректирующие действия. Шаблон накладывается на график каждый раз, когда добавляется новый результат и выполняется дальнейшая проверка.

#### 4.5.5 Проектирование шаблонов-масок CUSUM (*CUSUM-masks*)

В соответствии с [22, 43] геометрия шаблона должна проектироваться с учетом следующих требований:

- с одной стороны, обеспечивать, насколько это возможно, оперативное (быстрое) выявление значительных отклонений в технологическом процессе,
- с другой – система не должна быть сверхчувствительной, с тем, чтобы не реагировать на несущественные отклонения (вариации) оцениваемого процесса.

Шаблон может проектироваться либо с использованием компьютерных симуляций, либо с использованием специальных программ, приведенных, например, в ISO-BS 5703: Part 3. По правилам, изложенным в ISO 7870-4, следует отметить, что расчет является компромиссом между принятым доверительным уровнем (доверительной вероятностью) и тем, как быстро (оперативно) требуется выявить отклонения в технологическом процессе.

Как показано на рисунке 4.5, геометрия V-образного шаблона-маски (*V-mask*) зависит от целевого значения стандартного отклонения. Таким образом, для каждого стандартного отклонения в общем случае необходимо проектировать свой шаблон. Вместе с тем, в практических случаях применяют так называемые мультипликативные шаблоны для ряда значений стандартных отклонений, на которые наносят граничные линии для различных стандартных отклонений [22]. Рекомендуется, чтобы размер V-образного шаблона был достаточным для размещения по горизонтальной оси не менее тридцати пяти результатов единичных испытаний. При использовании такого шаблона существенные изменения (отклонения) в технологическом процессе идентифицируются тогда, когда график CUSUM пересекает ограничительные ветви шаблона.

Следует отметить, что для построения шаблона-маски CUSUM-C (показывающего отклонения в корреляции прочностей в раннем возрасте и возрасте двадцати восьми суток) используют меньшие значения стандартного отклонения, чем при построении CUSUM-M и CUSUM-R.

Обычно, при построении CUSUM-C, целевое значение стандартного отклонения принимают равным 2,5 МПа. Однако при хороших условиях производства может использоваться и более чувствительный шаблон для CUSUM-C, при построе-



нии которого применяют целевое значение стандартного отклонения, равное 2,0 МПа. И наоборот, в исключительных случаях, когда, например, для приготовления одной бетонной смеси используют цемент от различных поставщиков, используют более высокие значения стандартного отклонения ( $\sigma = 3,25$  МПа).

#### 4.5.6 Порядок применения шаблонов-масок CUSUM

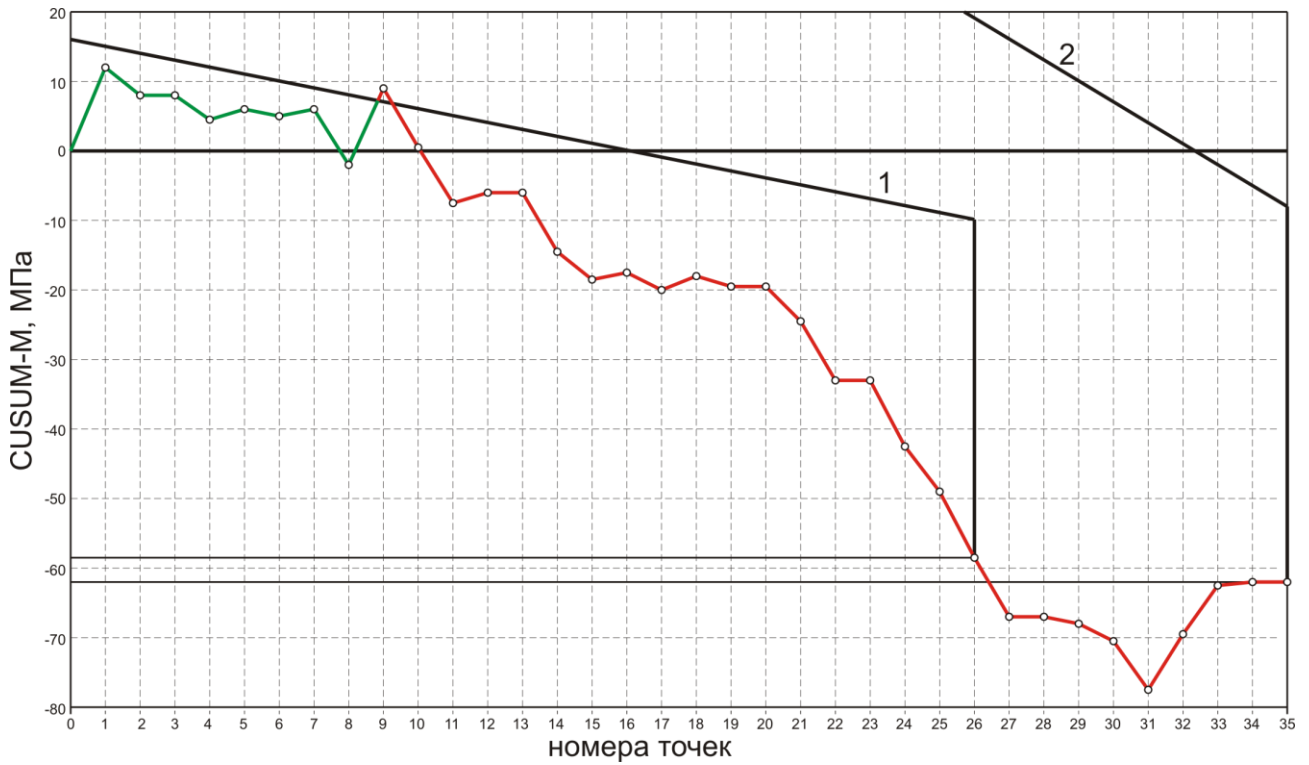
В процессе контроля, по мере появления нового результата, лидирующая точка (*lead point*) шаблона-маски накладывается в точку графика, соответствующую последнему полученному единичному результату испытаний прочности.

В качестве примера рассмотрим график CUSUM-M (для целевого среднего значения прочности), показанный на рисунке 4.10. Как следует из графика с помещенным на него шаблоном для первых двадцати пяти результатов, существенных изменений не наблюдается (т. е. график не пересекает ограничительные ветви V-образного шаблона). Однако после того, как нанесен двадцать шестой результат, идентифицируется существенное отклонение, начиная с девятого результата. Система показывает, что было получено существенное изменение в средней прочности, и необходимо принять незамедлительные корректирующие действия для того, чтобы минимизировать разницу между целевой средней прочностью и фактической (или прогнозируемой двадцати восьмисуточной) средней прочностью бетона. Подобным образом с помощью CUSUM-R идентифицируются существенные изменения и в значении стандартного отклонения.

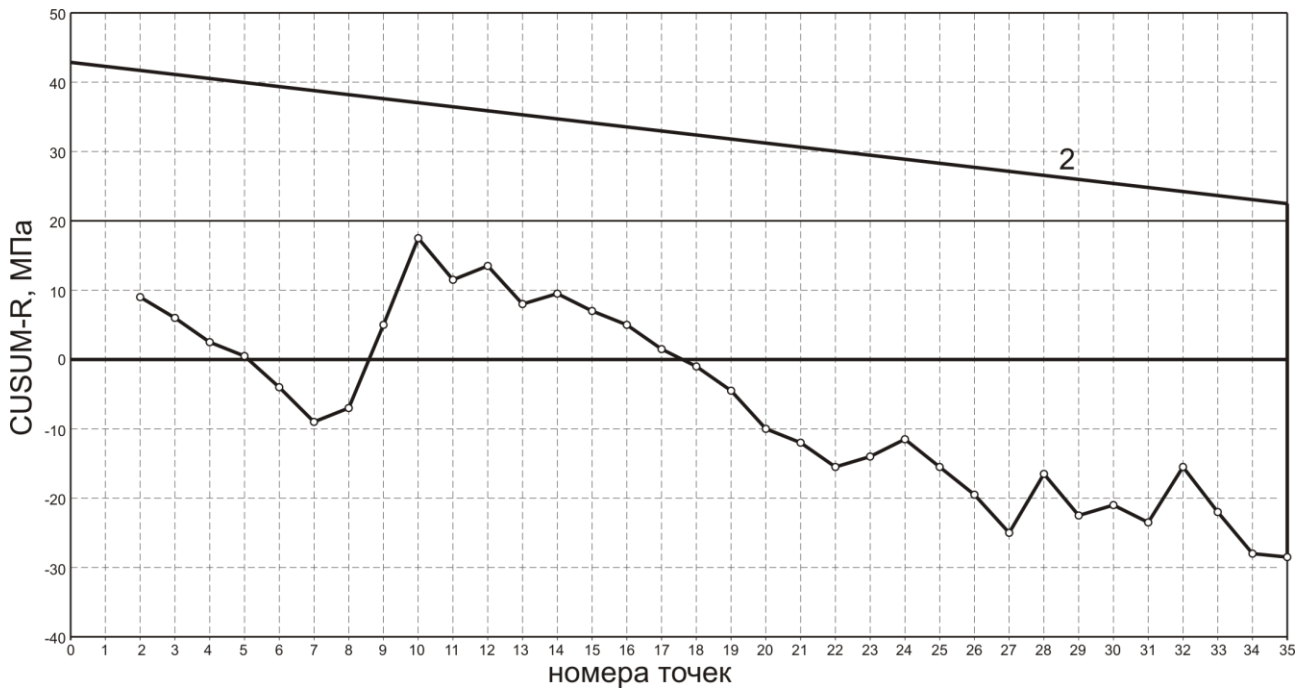
Если с помощью CUSUM-M выявлены существенные изменения в средней прочности, необходимо предпринять корректирующие действия, направленные на возврат процесса в границы, установленные для целевого значения средней прочности.

В качестве **примера** рассмотрим завод по производству сборного бетона, для которого известно, что при используемых сырьевых материалах от одних и тех же поставщиков изменение расхода цемента на  $8 \text{ кг/м}^3$  приводит к изменению средней прочности бетона на 1,0 МПа. Производится бетон класса  $C^{25}/_{30}$  с целевым значением средней прочности  $f_{cm,tag} = 42$  МПа и содержанием цемента  $400 \text{ кг/м}^3$ .

а)



б)



1 – предупреждающая граница; 2 – граница для контроля соответствия

Рисунок 4.10 – Контрольные карты CUSUM-M (а) CUSUM-R (б) для данных из таблицы 4.7

Таблица 4.7 – Типовые вычисления CUSUM (модифицировано [43])

Начальные параметры: стандартное отклонение 6 МПа (целевой средний размах  $R_{m,tag} = 7$  МПа); целевая (требуемая) средняя прочность  $f_{cm,tag} = 42$  МПа

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Номер результата	Дата	Результат испытания в раннем возрасте (ускор.) $f_{ci}$ , МПа	Прогнозируемая 28-суточная прочность, $f_{c,*28}$ , МПа	(4) минус прогнозируемая целевая средняя прочность: $f_{c,*28} - f_{cm,tag}$ , МПа	Кумулятивная сумма (5) для графика контроля средней прочности, МПа CUSUM-M	Размах пар значений из графы (4), $R_i$ , МПа	(7) минус целевой средний размах: $R_i - R_{m,tag}$ , МПа	Кумулятивная сумма (8) для контрольного графика стандартного отклонения, МПа CUSUM-R	Фактическая 28-суточная прочность, МПа	Корреляционная разница (10)-(4), МПа	Кумулятивная сумма (11) для графика контролирующего корреляцию, МПа CUSUM-C
1	Февраль 5	43,0	54,0	+12,0	+12,0				53,0	-1,0	-1,0
2	8	28,5	38,0	-4,0	+8,0	16,0	+9,0	+9,0	35,0	-3,0	-4,0
3	9	32,0	42,0	0	+8,0	4,0	-3,0	+6,0	41,0	-1,0	-5,0
4	9	29,0	38,5	-3,5	+4,5	3,5	-3,5	+2,5	38,5	0	-5,0
5	10	33,5	43,5	+1,5	+6,0	5,0	-2,0	+0,5	43,5	0	-5,0
6	11	31,0	41,0	-1,0	+5,0	2,5	-4,5	-4,0	39,0	-2,0	-7,0
7	12	33,0	43,0	+1,0	+6,0	2,0	-5,0	-9,0	47,5	+4,5	-2,5
8	15	25,0	34,0	-8,0	-2,0	9,0	+2,0	-7,0	37,5	+3,5	+1,0
9	16	42,0	53,0	+11,0	+9,0	19,0	+12,0	+5,0	53,5	+0,5	+1,5
10	17	24,5	33,5	-8,5	+0,5	19,5	+12,5	+17,5	32,5	-1,0	+0,5
11	17	25,0	34,0	-8,0	-7,5	0,5	-6,5	+11,0	30,0	-4,0	-3,5
12	19	33,5	43,5	+1,5	-6,0	9,5	+2,5	+13,5	43,5	0	-3,5
13	22	32,0	42,0	0	-6,0	1,5	-5,5	+8,0	40,5	-1,5	-5,0
14	23	24,5	33,5	-8,5	-14,5	8,5	+1,5	+9,5	34,0	+0,5	-4,5
15	24	28,5	38,0	-4,0	-18,5	4,5	-2,5	+7,0	35,5	-2,5	-7,0
16	25	33,0	43,0	+1,0	-17,5	5,0	-2,0	+5,0	41,5	-1,5	-8,5
17	26	30,0	39,5	-2,5	-20,0	3,5	-3,5	+1,5	38,5	-1,0	-9,5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
18	Март 1	34,0	44,0	+2,0	-18,0	4,5	-2,5	-1,0	46,5	+2,5	-7,0
19	2	31,0	40,5	+1,5	-19,5	3,5	-3,5	-4,5			
20	2	32,0	42,0	0	-19,5	1,5	-5,5	-10,0			
21	3	27,5	37,0	-5,0	-24,5	5,0	-2,0	-12,0			
22	4	24,5	33,5	-8,5	-33,0	3,5	-3,5	-15,5			
23	5	32,0	42,0	0	-33,0	8,5	+1,5	-14,0			
24	8	24,0	32,0	-9,5	-42,5	9,5	+2,5	-11,5			
25	9	26,5	35,0	-6,5	-49,0	3,0	-4,0	-15,5			
26	10	24,0	32,5 (35,0)	-9,5	-58,5	3,0	-4,0	-19,5			

Как было показано ранее (см. рисунок 4.10), после нанесения двадцать шестого результата график CUSUM-M пересекает граничную ветвь V-образного шаблона в точке с результатом № 9. Из таблицы 4.7 расчета CUSUM-M в точке № 9 результат составлял +9,0 МПа, а в точке № 26 составлял –58,5 МПа. Среднее отклонение на анализируемом отрезке определяется как разность результатов в точке № 26 и точке № 9, деленная на количество точек в отрезке:

Изменения в CUSUM:  $\Delta = -58,5 \text{ МПа} - (+9,0 \text{ МПа}) = -67,5 \text{ МПа}$ .

Число результатов:  $n = 26 - 9 = 17$ . Среднее отклонение от целевого значения:  $\delta_{n,17} = -67,5/17 = -3,79 \approx -4 \text{ МПа}$ .

Поэтому на анализируемом участке средняя прочность составит примерно  $42 \text{ МПа} - 4 \text{ МПа} = 38 \text{ МПа}$  вместо требуемого целевого значения 42 МПа. Для возврата процесса в установленные рамки необходимо увеличить среднюю прочность на 4 МПа.

Обычно, в соответствии с [22], к рассчитанному изменению содержания цемента вводится корректирующий коэффициент от 0,5 до 1. Принимая  $k = 0,75$ , изменение содержания цемента составит:  $32 \cdot 0,75 = 24 \text{ кг/м}^3$ . Полученные значения могут приниматься с округлением. Изменение содержания цемента на  $24 \text{ кг/м}^3$  позволит увеличить среднюю прочность на 4 МПа.

Согласно [22], изменение содержания цемента в составе бетонной смеси ( $\text{кг/м}^3$ ) предлагается рассчитывать по формуле

$$d_c = 0,75C_{mra} [(DI / n) + G], \quad (3.7)$$

где  $C_{mra}$  – зависимость между приростом прочности бетона на сжатие и приростом содержания цемента (обычно принимают от 5 до 6  $\text{кг/м}^3$  при изменении прочности на сжатие на 1 МПа);

$DI$  – интервал принятия решений при построении CUSUM-M;

$G$  – градиент V-образного шаблона-маски.

Изменение содержания цемента в составе бетонной смеси имеет целью восстановление значения средней прочности до целевого значения. При этом, корректируя CUSUM-M, не выполняют корректировок карт кумулятивных сумм CUSUM-R или CUSUM-C.

После внесения изменения, график CUSUM-M начинают строить снова, обычно от нуля, а все результаты, полученные до внесения изменения, игнорируются при последующем анализе средней прочности.

График на карте CUSUM-R продолжается без корректировок и результаты, полученные до внесения изменений в значение требуемой средней прочности (начиная от последнего изменения стандартного отклонения) включаются в последующий анализ.

Размер и форма V-образного шаблона-маски зависят от применяемого стандартного отклонения. Соответственно, как только наносятся новые результаты на графики CUSUM, первым анализируется CUSUM-R.

Когда выявлены изменения на графике CUSUM-R, следует принять новые V-образные шаблоны-маски для последующих карт CUSUM-R и CUSUM-M.

CUSUM-R рассчитывают следующим образом. Разность между значениями в последней точке графика, в которую помещается лидирующая точка шаблона и значение в точке пересечения графиком V-образного шаблона, делится на количество значений (точек), регистрируемых на анализируемом отрезке. Полученное приближенное значение используется для вычисления текущего стандартного отклонения. Полученное текущее стандартное отклонение используется для построения нового V-образного шаблона и вычисления нового значения целевой требуемой средней прочности  $f_{cm,tag}$ . Новое и старое значения целевой требуемой средней прочности используются для корректировки содержания цемента в бетонной смеси.

После таких изменений CUSUM-R обычно стартует с нуля, и все предыдущие результаты, полученные до внесения изменений, в последующем анализе игнорируются.

График CUSUM-M строится далее без корректировки, и результаты, предшествующие изменению стандартного отклонения, включаются в последующий анализ.

Шаблоны-маски, построенные для новых значений стандартного отклонения, используют для дальнейшего анализа общих графиков и, в случае CUSUM-M, выполняется непосредственная проверка предыдущих результатов с новым масштаб-маской, с целью определения изменений, которые могут появиться.

Подобным образом, с использованием CUSUM-C выполняются корректировки корреляционных коэффициентов, связывающих прочность в раннем возрасте и в возрасте двадцати восьми суток.

В случае, когда с помощью графика CUSUM-C выявлены изменения в корреляционной зависимости, должны быть выполнены следующие действия.

Во-первых, должна быть установлена новая корреляционная зависимость между прочностью в раннем возрасте и прочностью в возрасте двадцати восьми суток. Пересчет выполняется для отрезка между результатом, в который была помещена лидирующая точка V-образного шаблона-маски и точкой, которая пересекает ограничивающую ветвь. Полученное изменение применяется для корректировки и получения нового коэффициента, графика, таблицы, применяемых для определения прогнозируемой двадцати восьмисуточной прочности.

Когда изменение выявлено, следует определить, является ли средняя прочность переоцененной или недооцененной. После этого следует выполнить перерасчет точек на графике карты CUSUM-M, основываясь на новой корреляции к двадцати восьмисуточной прочности. При этом, следует выполнить непосредственную проверку графика карты CUSUM-M со скорректированными значениями, полученными с новыми коэффициентами.

## ГЛАВА 5

### НЕКОТОРЫЕ КРИТИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОЦЕДУРЕ И КРИТЕРИЯМ ОЦЕНИВАНИЯ СООТВЕТСТВИЯ ДЛЯ ЭТАПА НАЧАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА СОГЛАСНО EN 206 и ГОСТ18105

---

#### 5.1 Анализ критериев соответствия EN 206 , применяемых для оценивания начального производства (метод А)

Несмотря на то что, критерии соответствия прочности бетона на сжатие, включенные в EN 206, базируются на предложениях, сформулированных *L.Taerwe*, ни в его личных публикациях, ни в публикациях членов рабочей группы CEN не удается найти их статистического анализа (в частности, когда речь идет о начальном производстве и выполняется оценивание групп  $n = 3$ ) с применением операционных кривых (ОС) и граничных кривых, описывающих положение т. н. «неэкономичных» и «небезопасных» областей.

Впервые такая попытка была предпринята в работах *Beal A.N.* [24], *Brown B.V.*, *Gibb I.* [21], *I.Skrzypczak* [19], *E.Szczygielska* [32]. Так, по результатам анализа критерия соответствия для начального производства *Beal A.N.* [23] писал: «правила контроля, приведенные в современных BS-EN 206-1 являются непрактичными, нелогичными и дают непредсказуемый результат (... are impractical, illogical, give unpredictable result and put to much concrete at risk on single decision)».

Ссылаясь на то, что получить аналитические решения для кривых ОС при применении двойных (составных) критериев соответствия крайне сложно [19], в приведенных работах был применен метод симуляции (например, генерировали 118 518 групп  $n = 3$  случайных чисел в соответствии с нормальным распределением при различной доле дефектов).

Учитывая неопределенности, имеющие место при генерировании случайных выборок, в собственных исследованиях, результаты которых были опубликованы в [17, 18], были получены аналитические решения для описания кривых ОС в случае равномерного и нормального распределений для двойного критерия соответствия, применяемого при контроле прочности бетона на сжатие для условий начального производства.

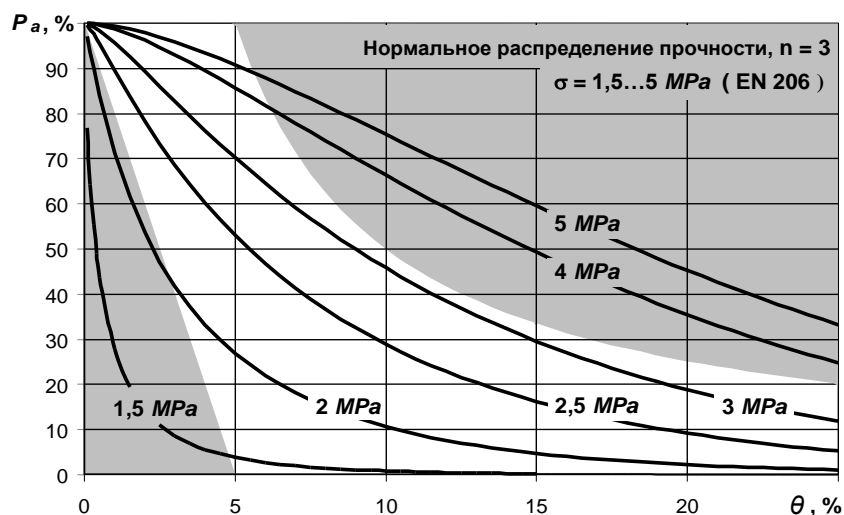
Операционные кривые, полученные, в работе [18, 32] для условий начального производства по EN 206 при оценивании групп из  $n = 3$  результатов со стандартным отклонением в диапазоне  $\sigma = 1,5...5,0$  МПа, показаны на рисунке 5.1. При рассмотрении представленных на рисунке 5.1 операционных кривых (ОС), обращает на себя внимание следующий эффект: при применении критерия для  $n = 3$  по EN 206 форма кривых существенно зависит как от величины стандартного отклонения  $\sigma$ , так и от принятой функции распределения плотности вероятности  $f(x)$ . При этом вероятность приемки увеличивается с ростом стандартного отклонения. Этот эффект отмечен также в работах [19, 32]. Так, *Brown B.V.* и *Gibb J.* [21] анализировали риск несоответствия критериям EN 206 для начального производства. В таблице 5.1 приведены значения вероятности несоответствия, полученные при анализе неперекрывающихся единичных результатов испытаний.

Таблица 5.1. Вероятности несоответствия (%) критериям EN 206 для начального производства согласно [21]

Расчетный запас	Нормальное распределение прочности			Треугольное распределение прочности		
	стандартное отклонение $\sigma$ , МПа			стандартное отклонение $\sigma$ , МПа		
	3,0	4,0	5,0	3,0	4,0	5,0
1,64 $\sigma$	28,41	11,11	6,25	33,34	16,17	10,11
2,00 $\sigma$	10,45	3,81	1,62	20,71	8,74	3,99
2,33 $\sigma$	4,08	1,01	0,25	10,80	3,01	1,11

Данные, приведенные в таблице 5.1, показывают, что даже при довольно большом проектном запасе ( $M = 2,33\sigma$ ), применяемом для определения требуемой средней прочности при проектировании состава бетона, существует ощутимый риск несоответствия, если предприятие работает с малым стандартным отклонением (по общим требованиям, согласно [33], значение стандартного отклонения не может быть принято меньшим, чем  $\sigma = 3$  МПа).

а)



б)

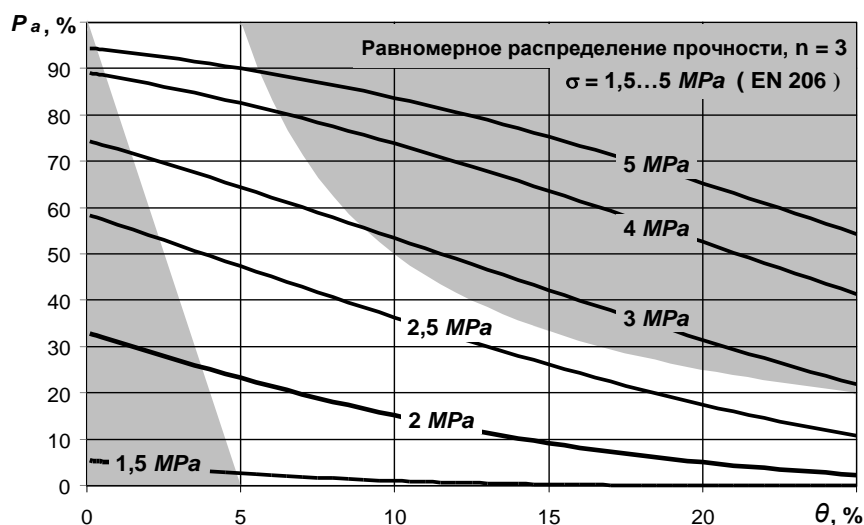


Рисунок 5.1 – Фильтрационные кривые (ОС) критерия EN 206 для условий начального производства при различных вероятностных законах распределения (а, б) и изменении стандартного отклонения  $\sigma$  параметра прочности [18]



Аналогичные результаты были получены при анализе критериев соответствия EN 206 для начального производства в работах *I. Skrzypczak* [19] и *E. Szczygielska* [32].

В комментариях разработчиков к EN 206 [2] утверждается, что при определенных условиях изготовитель может применять план отбора и испытания проб, а также критерии соответствия начального производства и в случае непрерывного (установившегося) производства (согласно п. 8.2.1 EN 206-1 «*при непрерывном производстве изготовитель может принять план отбора и испытания проб и критерия соответствия для начального производства*»). Вместе с тем, результаты анализа, приведенные в таблице 5.1, а также в работах [17, 18, 19], показывают, что такой подход увеличивает риск изготовителя. Рекомендуется, несмотря на запись, приведенную в п. 8.2.1 EN 206 [2], не применять критерии начального производства для оценивания непрерывного производства. Такой подход, связанный с высокими рисками изготовителя, рекомендуется применять при производстве специальных бетонов, качество которых постоянно оценивают по критериям начального производства. Следует подчеркнуть, что при анализе, выполненном *Brown B. V.* и *Gibb J.* [21], использовались модельные выборки данных, сгенерированные без учета автокорреляции.

Анализ фильтрационных кривых, приведенных на рисунке 5.1, показывает, что при использовании закона нормального распределения только кривые ОС, полученные для стандартных отклонений 2,5 и 3,0 МПа, удовлетворяют требованиям построения рациональных выборочных планов испытаний и размещаются в рабочей области, заключенной между линиями, ограничивающими небезопасную и неэкономичную области. При стандартном отклонении 2,0 МПа кривая ОС входит в неэкономичную область, пересекая ее границу в точке, соответствующей вероятности приемки  $P_a = 48\%$  при дефектности  $\theta = 2,6\%$ .

Таким образом, партия бетона, содержащая долю дефектов большую, чем 3 %, при довольно низком значении стандартного отклонения 2,0 МПа будет отбракована с вероятностью большей, чем 52 %, а, следовательно, экономические затраты перекладываются на изготовителя бетона. Так, для обеспечения вероятности приемки на уровне  $P_a = 50\%$ , при стандартном отклонении 2,0 МПа, изготовитель должен определять требуемую среднюю прочность бетона опираясь на обеспеченность  $\sim 1\%$ -квантиль нормального распределения (т. е. доля дефектов не более 1 %). Следует также обратить внимание на факт снижения риска дисквалификации партии бетона с возрастанием величины стандартного отклонения, несмотря на то, что по логике такой результат является неэкономичным и нерациональным. С одной стороны, изготовитель не заинтересован улучшать технологию путем повышения однородности свойства прочности бетона, а с другой – увеличивается риск потребителя, связанный с применением на строительном объекте бетона с пониженным качеством.

Для случая, когда доля дефектов превышает 5 %, операционные кривые критерия, построенные для стандартных отклонений свыше 3 МПа, попадают в небезопасную область. Так, по результатам проверки качества партий бетона с долей дефектов 10 % и стандартным отклонением 6,0 МПа, вероятность прием-

ки остается достаточно высокой и составляет  $P_a = 84\%$  (соответственно, вероятность отбраковки составляет  $16\%$ ). Применение материала с таким качеством может создавать угрозу безопасности возведенного объекта. Следует отметить, что результаты исследований, опубликованные в работах *Rackwitz R.* [28], указывают на стабилизацию стандартного отклонения прочности бетона на сжатие на уровне близком к  $5$  МПа. Это же значение стандартного отклонения учитывали при разработке EN 1992-1-1 (значение средней прочности бетона на сжатие  $f_{cm}$  для гипотетически бесконечной выборки единичных результатов, принимаемое при выполнении конструктивных расчетов, определено из условия:  $f_{cm} = f_{ck} + 8$ ).

Обращает на себя внимание, что в случае использования равномерного распределения параметра прочности (условия очень малой изменчивости, что характерно для бетонов высоких классов) предложенный в EN 206 двойной критерий полностью не удовлетворяет требованиям к конструированию рациональных критериев. При довольно низких значениях вероятностей приемки кривые ОС (см. рисунок 5.1) располагаются как в неэкономичной, так и в небезопасной областях.

Очевидно, имеет смысл высказать некоторые соображения относительно условия критерия  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$  (в общем виде:  $f_{ci} \geq f_{ck} - k_2$ ). Следует отметить, что некоторые специалисты в данной области, например [5], придерживаются мнения, что данное условие должно иметь вид  $f_{ci} \geq f_{ck}$ , т. е.  $k_2 = 0$  (далее будет показано, что такой вид критерия принят в ГОСТ 18105[4]). Несложно заметить, что такое условие вносит дополнительное ограничение, входя в противоречие с определением характеристической прочности, как квантили порядка  $p = 5\%$ , особенно при больших выборках (так, очевидно, что при  $n \geq 20$  весьма вероятно расположение ниже квантили хотя бы одного результата  $f_{ci}$ ). Речь может идти лишь об абсолютном значении коэффициента  $k_2 > 0$ . Так, стандарты различных стран содержат свои значения коэффициента  $k_2$  (см. таблицу 5.2).

Таблица 5.2 – Примеры критериев для оценивания начального производства по нормам различных стран.

Источник	Условие 1		Условие 2
	среднее значение из группы результатов <sup>*)</sup> $f_{cm,n}$ , МПа, не менее чем		любой индивидуальный результат $f_{ci}$ , МПа, не менее чем
IS 456 : 2000 при классе бетона: C <sup>16</sup> / <sub>20</sub> и ниже C <sup>20</sup> / <sub>25</sub> и выше	$f_{ck} + 3$		$f_{ck} - 3$
	$f_{ck} + 3$		$f_{ck} - 4$
CEDT 4/8/2 (Hong Kong) при классе бетона: C <sup>16</sup> / <sub>20</sub> и ниже C <sup>20</sup> / <sub>25</sub> и выше	$C_1$	$f_{ck} + 7$	$f_{ck} - 2$
	$C_2$	$f_{ck} + 5$	$f_{ck} - 2$
	$C_3$	$f_{ck} + 3$	$f_{ck} - 2$

\* Примечание. Группа из любых  $n = 4$  последовательных результатов испытаний.

Анализируя двойной критерий EN 206 для условий как начального, так и непрерывного производства, можно констатировать следующее. Основной дискриминационной силой в рабочей зоне, как в случае групп  $n = 3$ , так и групп  $n = 15$ , обладают первые условия в двойном критерии, относящиеся к оцениванию средних значений прочности. Второе условие вида  $f_{ci} \geq f_{ck} - k_2$  играет роль ограничителя (страховки) в случаях, когда дефектность партий произведенного бетона велика (15 % и более), а стандартное отклонение превышает 4 МПа.

Таким образом, из анализа полученных операционных кривых ОС и их сравнения с результатами других авторов [19, 32] можно сделать следующие выводы [18]:

1) Внесенный в EN 206 [2] двойной критерий соответствия для условий начального производства, применяемый для оценивания групп  $n = 3$ , существенно зависит от величины стандартного отклонения и закона распределения случайного параметра прочности бетона на сжатие. При этом результаты оценивания соответствия неблагоприятны как для изготовителя, так и для потребителя. С одной стороны, применение критерия не инициирует действий изготовителя, направленных на совершенствование технологии с целью улучшения показателей однородности прочности бетона на сжатие (в частности, снижения стандартного отклонения), т. к. это снижает вероятность приемки продукции. По существу, для выполнения критерия изготовитель должен назначать требуемую (среднюю) прочность, опираясь все равно на высокие значения стандартных отклонений, или использовать более низкие квантили, чем это определено для нормируемой характеристической прочности. С другой стороны, при значениях стандартного отклонения более 3 МПа увеличиваются риски потребителя, связанные с применением бетона пониженного качества.

2) При оценивании соответствия по двойному критерию EN 206 [2] при  $n = 3$ , следовало бы указывать условия его применения и ограничивать максимальное значение стандартного отклонения параметра прочности поставляемого бетона.

3) Двойной критерий соответствия EN 206, применяемый для условий начального производства (оценивание групп  $n = 3$ ) сконструирован нерационально, и, в зависимости от величины стандартного отклонения параметра прочности, может давать неэкономичные либо небезопасные результаты. При этом с увеличением количества результатов, полученных за оценочный период, вероятность приемки снижается. К снижению вероятности приемки ведет и применение групп перекрывающихся результатов.

## **5.2 Правила и критерии оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105 (EN 206-1:2000; NEQ)**

### **5.2.1 Общая характеристика правил контроля по стандарту**

Введенный на территории Республики Беларусь ГОСТ 18105 [4] (EN206-1:2000; NEQ) имеет ряд принципиальных отличий как от действовавшего ранее ГОСТ 18105-86, так и собственно от СТБ-EN 206-1. Вместе с тем, в п. 4 «Све-

дения о стандарте» декларировано, что «*в настоящем стандарте учтены основные нормативные положения европейского стандарта EN206 в части контроля и оценки прочности бетона*». Следует сразу же оговориться, что подобная декларация, по меньшей мере, сомнительна. Не улучшает ситуацию и подчеркнутая в стандарте степень соответствия – неэквивалентная (NEQ).

Во-первых, как было показано ранее, стандарт EN 206 [2] относится к оцениванию соответствия произведенных партий бетона, т. е. предполагает статистическое оценивание качества бетона, подготовленного и поставляемого потребителю за некоторый отчетный период (ранее это обозначалось специальной процедурой контроля качества “*off-line*”). Декларирование качества, как этого требует Технический регламент, является компетенцией изготовителя бетона.

Во-вторых, при выполнении статистического контроля качества бетона по выборочным планам ведущую роль играют как собственно схема проведения контроля (включая назначение количества единичных результатов), так и принятые критерии оценивания соответствия. Если в отличие от ранее действовавшего ранее ГОСТ 18105-86, внесенные в новый стандарт схемы контроля хотя бы отдаленно напоминают подходы EN 206-1, то принятые критерии оценивания не имеют с ним, на первый взгляд, ничего общего. Насколько применимы эти критерии в практической деятельности изготовителя бетона – это отдельный вопрос. Несоответствие требований двух анализируемых стандартов замечается также и в достаточно важном элементе контроля по выборочным планам – процедуре отбора проб бетона. Не входя в подробный анализ, можно отметить, что частота отбора проб должна определяться не продолжительностью временного интервала, а все-таки объемами произведенного бетона в оценочный период, как это было показано для EN 206-1. В соответствии же с ГОСТ 18105 [4] приемке подлежат партии бетонной смеси, продолжительность изготовления которых должна составлять не менее одной смены и не более одного месяца.

В состав партии готовой бетонной смеси (БСГ по ГОСТ 18105 [4]) включают бетонные смеси одного номинального состава, приготовленные по одной технологии. По существу, эти требования могут быть отнесены к определению или нормированию оценочного периода (англ. *assessment period*, в соответствии с EN 206-1), для которого сохраняются условия однородного производства. Вместе с тем, в п. 6.1 ГОСТ 18105 [4] указано, что продолжительность **анализируемого** периода для определения характеристик однородности бетона по прочности по схемам А и Б устанавливают от одной недели до трех месяцев. При этом число единичных значений прочности бетона в течение этого периода принимают в зависимости от выбранной схемы контроля.

В соответствии с п. 4.3 ГОСТ 18105 [4] контроль прочности бетона применительно к бетонным смесям, готовым к применению (БСГ), следует производить по одной из следующих схем:

– схема А – определение характеристик однородности бетона по прочности, когда используют не менее 30 единичных результатов определения прочности, полученных при контроле прочности бетона **предыдущих** партий;

– схема Б – определение характеристик однородности бетона по прочности, когда используют не менее 15 единичных результатов определения прочности бетона в **контролируемой партии** и **предыдущих** проконтролированных партиях в **анализируемом периоде**;

– схема Г – без определения характеристик однородности бетона по прочности, когда при изготовлении отдельных партий, конструкций или в **начальный** период производства невозможно получить число единичных результатов определения прочности бетона, предусмотренное схемами А и Б.

### 5.2.2 Критерии оценивания прочности бетона на сжатие

Партия бетонной смеси подлежит приемке по прочности бетона, если фактическая прочность  $R_m$  (определяется как среднее значение прочности из серии единичных результатов испытаний отобранных проб) не ниже требуемой прочности  $R_T$ , а минимальное единичное значение  $R_i^{\min}$  – не ниже величины  $(R_T - 4)$  и превышает нормируемый класс бетона по прочности (величину В, которая аналогична характеристической прочности  $f_{ck}$  по EN 206-1).

В соответствии со сформулированным правилом оценивания критерий имеет следующий вид:

$$\begin{cases} R_m \geq R_T, \\ B < R_i^{\min}. \end{cases} \quad (5.1)$$

Требуемое значение прочности в общем случае следует определять по формуле:

$$R_T = k_T \cdot B_{\text{норм}}, \quad (5.2)$$

где  $k_T$  – коэффициент требуемой прочности, определяемый:

- при контроле по схеме А – по таблице [4, табл. 2];
- при контроле по схеме Б – рассчитывается по формуле [4, (5.4)];
- при контроле по схеме Г – по таблице [4, табл. 4];

Заметим, что таблица [4, таблица 2], содержащая значения коэффициентов требуемой прочности  $k_T$ , применяемых при контроле по схеме А, без изменений перенесена в новую редакцию стандарта из действовавшего ранее ГОСТ 18105-86. Достаточно подробные комментарии к ней были даны в ряде публикаций (например, [18]). Вместе с тем, без анализа принятого метода оценивания, следует остановиться только на одном, незаметном на первый взгляд, утверждении, принятом при установлении значений коэффициентов  $k_T$ , внесенных в аналогичную таблицу ГОСТ 18105-86.

Так, согласно [15], как в случае известной (А), так и неизвестной (Б) вариации прочности, коэффициент  $k_T$  вычисляют, принимая в полученной авторами расчетной зависимости процентную точку нормального распределения, зависящую от обеспеченности нормативных значений, равной  $u_1 = 2,0$  (обозначение по источнику [15], *прим. авт.*). Таким образом, характеристическое значение прочности бетона (или нормативное сопротивление по ГОСТ 18105

и СНиП 2.03.01-84 \*) при выполнении контроля определяется не как декларированная в нормах проектирования и стандартах квантиль порядка  $p = 5 \%$ , а как квантиль порядка  $p = 2,3 \%$  (!). Подтверждение этому мы находим и у одного из разработчиков ГОСТ 18105, который пишет: «... *Чтобы устранить этот недостаток (недостаточную надежность железобетонных конструкций, разрушающихся по бетону, прим. авт.), был скорректирован ГОСТ 18105 так, чтобы обеспеченность расчетного сопротивления бетона была не ниже 0,9986. Мы составили таблицы для приемочного контроля, которые остаются в ГОСТ и по сегодняшний день, и которыми в течение почти 30 лет пользуются все производители бетона в стране.*»

Представленный комментарий делает совершенно бесполезными ведущиеся на протяжении ряда лет дискуссии о «необоснованно завышенном уровне надежности» железобетонных конструкций, разрушающихся по бетону, возникшие после введения в национальные нормативные документы (например, СНБ 5.03.01 [6]) частного коэффициента по бетону  $\gamma_c = 1,5$  – взамен  $\gamma_c = 1,3$  по действовавшему ранее СНиП 2.03.01-84 и введенных позднее в Российской Федерации СНиП и сводах правил. По существу, оказывается, что как в первом, так и во втором случае имеет место практически равная обеспеченность расчетных значений прочности бетона ( $\sim 0,999$ ), применяемых при проверках предельных состояний несущей способности, несмотря на различные значения этой характеристики, применяемой в расчетных моделях сопротивлений. Таким образом, применение табличного [4, табл. 2] коэффициента  $k_T$  фактически означает оценивание квантили порядка  $p = 2,3 \%$ , а не  $p = 5 \%$ , как это установлено требованиями действующих отечественных и международных стандартов на материалы.

При выполнении контроля прочности бетона по схеме Б коэффициент требуемой прочности рассчитывают по формуле:

$$k_T = \frac{1}{1 - t_\alpha \cdot v_c}, \quad (5.4)$$

где  $t_\alpha$  – табличный коэффициент, принимаемый по [4, таблица 3] в зависимости от количества  $n$  единичных результатов, участвующих в оценивании. В частности, для групп  $n = 15$  значение коэффициента из этой таблицы:  $t_\alpha = 1,76$ .

При контроле ограниченных выборок по схеме Г значение коэффициента требуемой прочности зависит от типа бетона, и для тяжелого бетона составляет  $k_T = 1,28$ .

Для удобства дальнейшего сравнения и анализа представим критерии для схем контроля Б и Г в обозначениях согласно ISO 3898 (как это принято в национальной практике) и для групп  $n = 15$  (начальное производство) и  $n = 15$  (установившееся производство), как это принято в EN 206-1. С учетом внесенных изменений и несложных преобразований критерии ГОСТ 18105 [2] представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Критерии для оценивания прочности бетона на сжатие по схемам Б и Г ГОСТ 18105-2010

Количество единичных результатов, $n$	Критерий
3 (начальное производство)	$\begin{cases} f_{cm,3} \geq 1,28 f_{ck} \\ f_{ck} < f_{ci,min} \end{cases}$
15 (установившееся производство, $t_a = 1,76$ )	$\begin{cases} f_{cm,15} \geq f_{ck} + 1,76s \\ f_{ck} < f_{ci,min} \end{cases}$
<p><i>Примечание. Условные обозначения характеристик (МПа) приняты по ISO 3898:</i>  <math>f_{ck}</math> – характеристическая прочность бетона, соответствующая его классу (<math>f^G_{c,cube}</math> при контроле по кубам); <math>f_{cm,n}</math> – средняя прочность из <math>n</math> единичных результатов;  <math>f_{ci,min}</math> – минимальный результат испытаний прочности в группе;  <math>s</math> – эстиматор (выборочная оценка) стандартного отклонения прочности.</p>	

### 5.2.3 Анализ критериев оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105-2010 с помощью операционных кривых

На рисунках 5.2, 5.3 показаны операционные кривые (ОС), полученные расчетным путем для критерия по ГОСТ 18105-2010 [2] в предположении, соответственно, двух различных вероятностных законов распределения параметра прочности бетона класса С16/20. Расчет выполнен для стандартного отклонения в диапазоне 2..7 МПа при количестве единичных испытаний в группе ( $n$ ) из ряда: 3, 7, 10.

Как видно из приведенных на рисунках 5.2, 5.3 графиков, анализируемый критерий ГОСТ 18105-2010 является зависимым от величины стандартного отклонения подобно тому, как это имеет место для двойного критерия EN 206-1 при  $n = 3$  (условия начального производства). При этом, для нормального распределения (рисунок 5.2) в рабочей области располагаются кривые, соответствующие стандартному отклонению от 4,0 до 7,0 МПа. Таким образом, по сравнению с критерием EN 206, двойной критерий, включенный в новую редакцию ГОСТ 18105-2010, обладает большей дискриминационной способностью. Так, даже при довольно высоких значениях стандартного отклонения (7 МПа), кривая ОС не пересекает небезопасную область.

Критериальная кривая при стандартном отклонении 3 МПа пересекает границу неэкономичной области в точке, соответствующей вероятности приемки  $P_a = 38\%$  и доле  $\theta$  дефектов, близкой к 3%. Обращает на себя внимание тот факт, что подобные эффекты наблюдаются и для операционной кривой по EN 206, но при стандартном отклонении 2 МПа. При стандартном отклонении 7 МПа и дефектности  $\theta = 5\%$  вероятность приемки составляет немногим более 70%. Однако, если дефектность бетона в произведенной партии бетона составит  $\theta = 10\%$ , риск потребителя достигнет 50%, что создаст опасность применения бетонов с пониженным качеством.

Таким образом, как и в случае двойного критерия EN 206, при малых значениях стандартных отклонений для реального производства (например, 3 МПа)

расчет требуемой средней прочности при проектировании состава бетона следует производить для более низких квантилей, чем уровень  $p = 0,05$ , установленный стандартом. При этом, как и в случае с евростандартом, следует оговаривать диапазон стандартных отклонений, для которых может быть применен данный критерий.

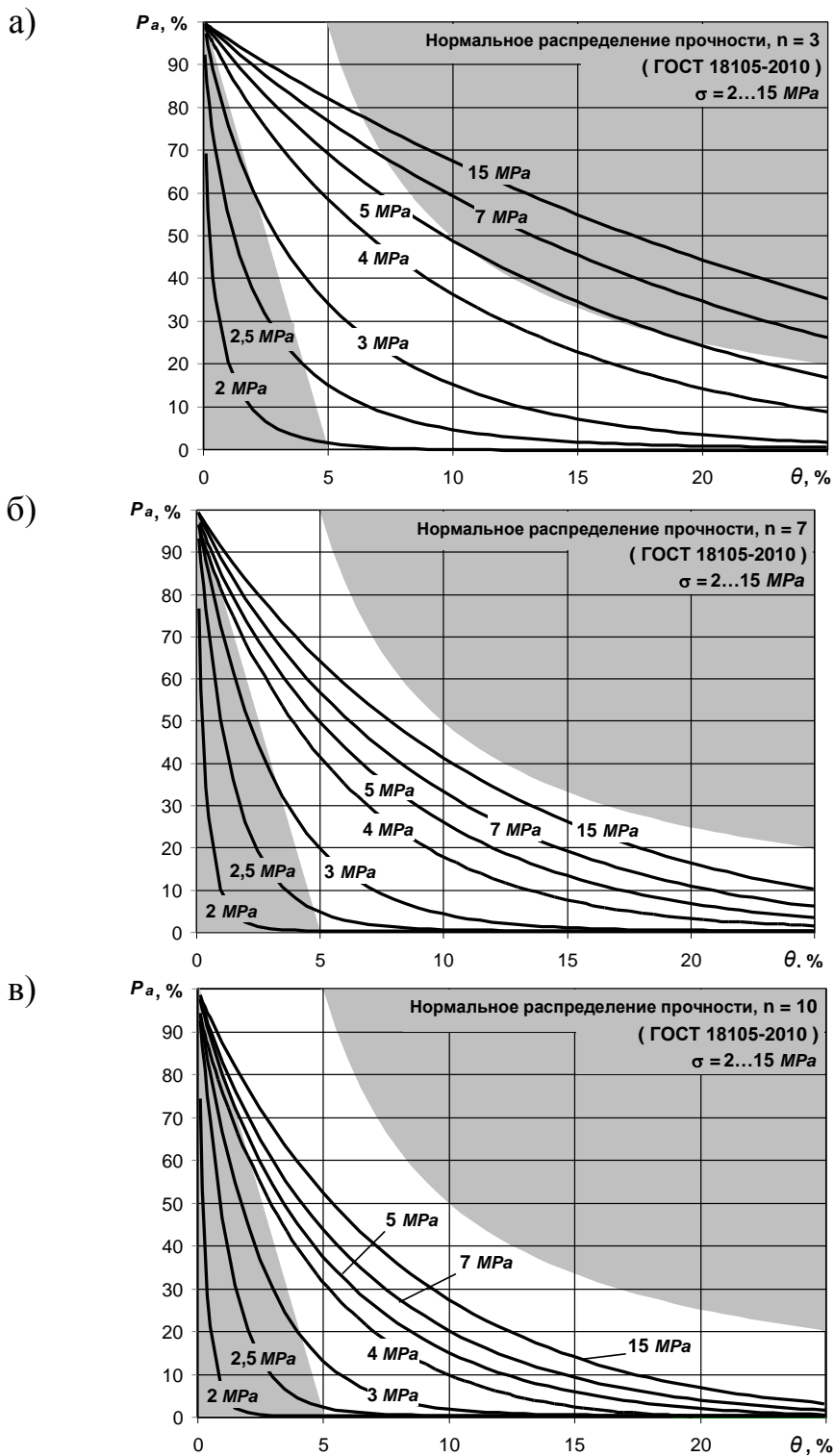


Рисунок 5.2 – Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105 [4] для условий начального производства при изменении стандартного отклонения  $\sigma$  нормально распределенного параметра прочности для различного количества  $n$  единичных испытаний в группе (а, б, в) [18]



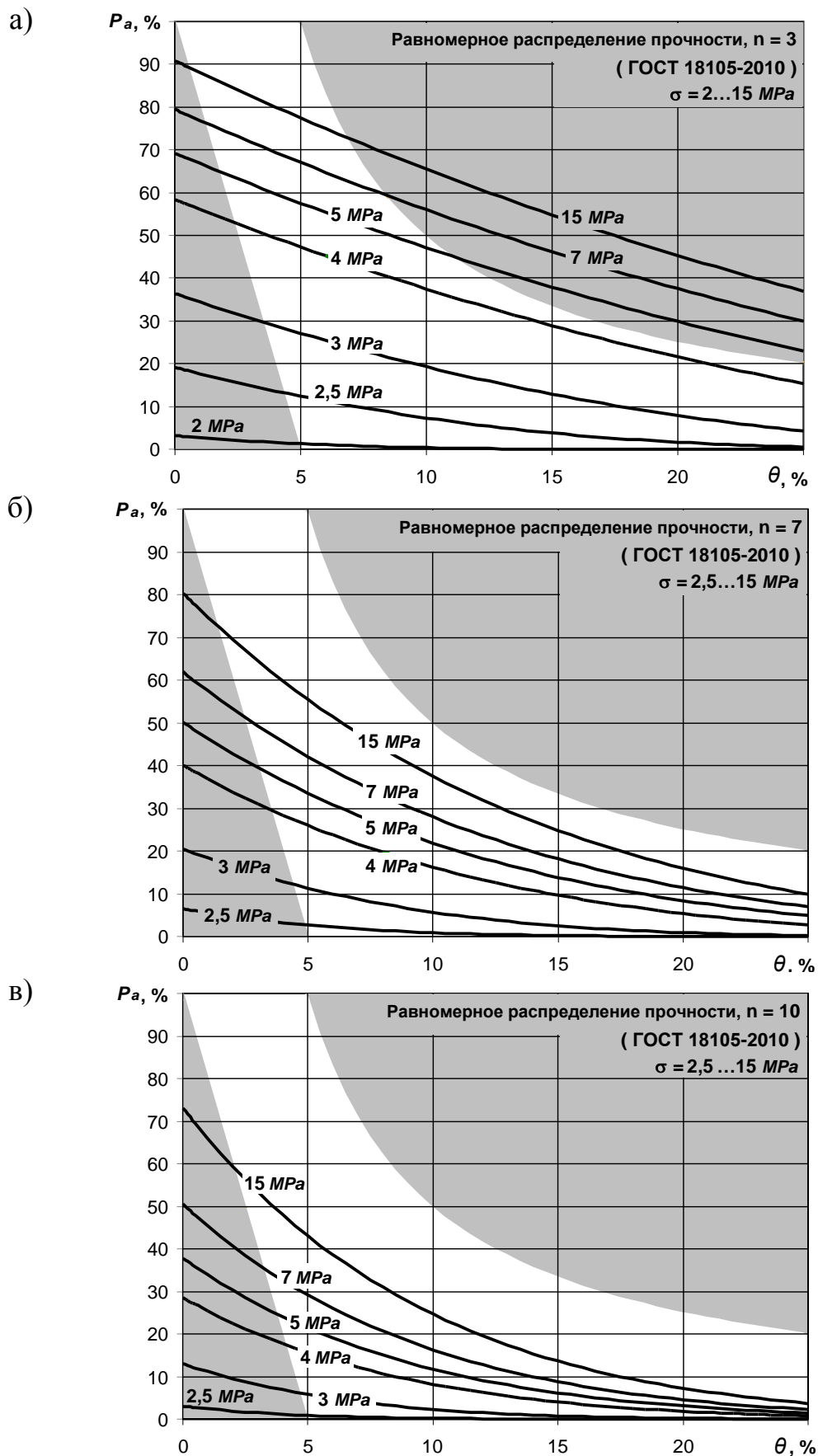


Рисунок 5.3 – Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105 [4] для условий начального производства при изменении стандартного отклонения  $\sigma$  равномерно распределенного параметра прочности для различного количества  $n$  единичных испытаний в группе (а, б, в) [18]

Проблема дополнительно усугубляется еще и тем, что критерий в представленном виде (как для схемы Г) существенно реагирует на величину нормируемой характеристической прочности. Поскольку параметр требуемой прочности пропорционален характеристической прочности ( $R_T = k_T \cdot f_{ck}$ ), с увеличением последней дискриминационная способность критерия будет также возрастать, перемещая кривые (ОС) для бетонов высоких классов (более С<sup>30/37</sup>) к неэкономичной области (влево) при любых, в т. ч. и достаточно больших, значениях стандартных отклонений. Подобный эффект наблюдается и при увеличении числа единичных результатов в группе (см. рисунок 5.2), что свидетельствует о неадекватности критерия.

В целом можно сделать вывод о том, что предложенный в новой редакции ГОСТ 18105 [4] двойной критерий является нерациональным и сконструирован с существенными недостатками.

Еще менее благоприятный результат имеет место при использовании двойного (тройного?) критерия ГОСТ 18105-2010 при выполнении контроля прочности бетона по схеме Б. Соответствующие операционные кривые, полученные расчетным путем в предположении, соответственно, двух различных вероятностных законов распределения параметра прочности бетона класса С<sup>20/25</sup>, для стандартного отклонения в диапазоне 1,5...7,0 МПа при количестве единичных испытаний в группе  $n = 15$ , приведены на рисунке 5.4.

Как видно из графиков, при нормальном распределении параметра прочности ни одна из кривых ОС (за исключением стандартных отклонений менее 2,27 МПа) не располагается в рабочей области, а целиком попадет в неэкономичную область. Кривые ОС для случая равномерного распределения только при весьма малых стандартных отклонениях попадают в рабочую область, но с крайне низкими (до 20 %) вероятностями приемки.

В соответствии с требованиями к конструированию критериев, предложенный в ГОСТ 18105 [4] двойной критерий не может быть рекомендован к применению в связи с тем, что он имеет целый ряд недостатков. Основным из них, однако, является то, что применение данного критерия ведет к необоснованно высоким экономическим затратам, которые ложатся на изготовителя при практически нулевых рисках потребителя.

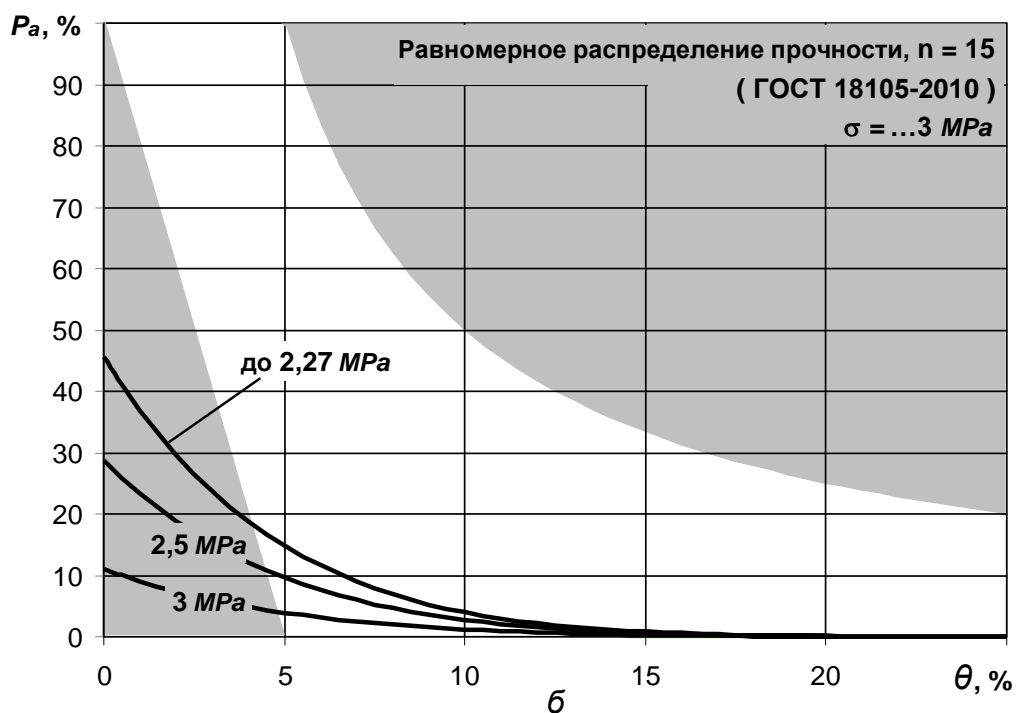
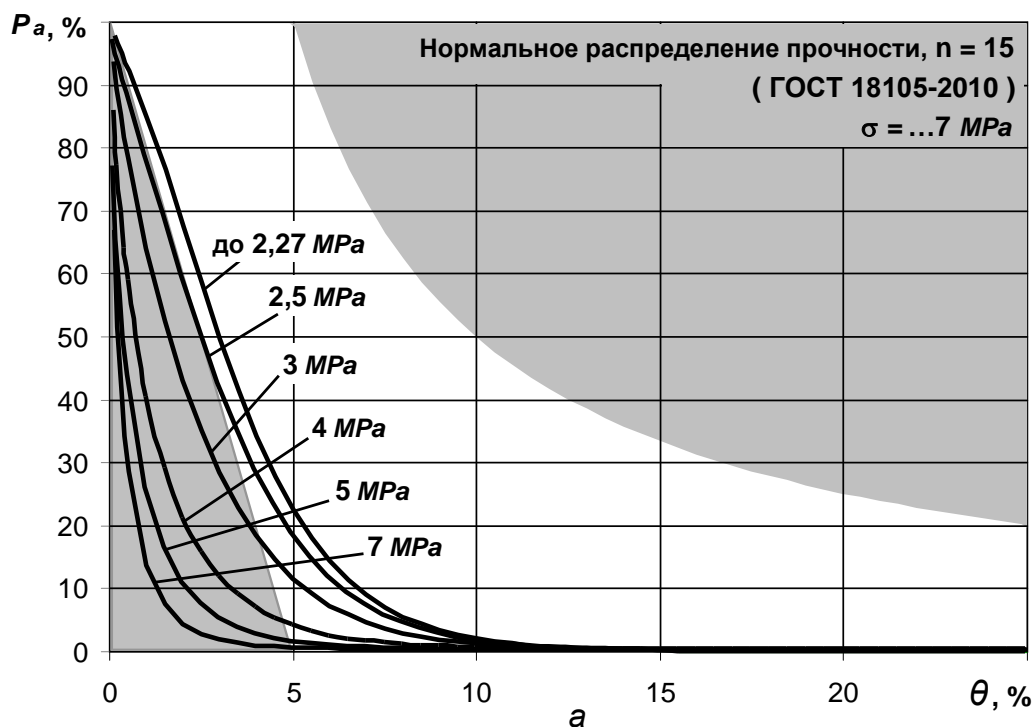


Рисунок 5.4 – Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105 [4] для условий установившегося производства ( $n = 15$ ) и различных стандартных отклонений  $\sigma$  нормально (а) и равномерно (б) распределенного параметра прочности [18]

Обращает на себя внимание также и следующий эффект: фильтрационные кривые не только существенно зависят от стандартного отклонения и вида закона распределения параметра прочности, но их дискриминационная способность дополнительно возрастает при увеличении характеристической прочности бетона. Указанные негативные эффекты объясняются, главным образом, внесением в критерий ГОСТ 18105 [4], наряду с условием  $f_{ci, \min} > f_{ck}$ , дополни-

тельных ограничений вида  $f_{ci, \min} \geq (1,28 f_{ck}) - 4$  и  $f_{ci, \min} \geq (f_{ck} + 1,76 s) - 4$  (таблица 5.3), которые, с ростом параметров  $f_{ck}$  или  $s$  (точнее, если  $-0,28f_{ck}$  или  $1,76s$  превысят величину 4 МПа, что соответствует  $s = 2,27$  МПа), закономерно ужесточают требования к каждому единичному результату испытаний прочности (*попытки авторов найти логичное обоснование внесенным ограничениям, к сожалению, успехом не увенчались*).

Следовательно, при выполнении контроля прочности бетона с использованием данного критерия, в особенности по схеме Б, должны производиться сверхнадежные, но совершенно неэкономичные конструкции из бетона. Несложно заметить, что для обеспечения приемлемой вероятности приемки (например, хотя бы  $P_a = 75\%$ ) следует проектировать состав бетона по требуемой средней прочности, которая вытекает из обеспеченности квантилей порядка  $0,01 \dots 0,02$ . Другими словами, для того, чтобы декларировать соответствие бетона по прочности на сжатие, например, класса  $C^{20}/_{25}$  (В25) следует фактически производить бетон более высокого класса. Это, с определенным допущением, может быть оправдано только для начального периода производства, но при оценивании групп  $n = 15$  такой подход является, очевидно, нерациональным.

Таким образом, критерии ГОСТ 18105 [4] являются нерациональными и ведут к значительным экономическим затратам производителя – с очень низким, близким к нулевому, риском потребителя.

По результатам анализа, выполненного в рамках исследования критериев EN 206 и ГОСТ 18105-2010, могут быть сделаны следующие выводы.

1. Критерий соответствия EN 206 [2] для условий начального производства (метод А) (при оценивании групп  $n = 3$ ) является нерациональным, нелогичным и ведет к неоправданным экономическим затратам, ложащимся на производителя. При этом остается достаточно высокой вероятность приемки партий бетона со сниженным качеством. Вероятность приемки в зависимости от количества результатов, полученных в оценочный период и способа их группировки. Вместе с тем, для условий установившегося (непрерывного) производства (метод В) (при оценивании групп  $n \geq 15$ ) предложенный критерий выглядит вполне приемлемым.

2. Критерий нового ГОСТ 18105 [4] (EN 206-1:2000, NEQ) является зависимым не только от величины стандартного отклонения измеряемого параметра, типа функции распределения, количества результатов, но и, что совершенно недопустимо, от параметра характеристической прочности бетона на сжатие. Пользуясь этим критерием, который не очень удачно модифицирован по отношению к ГОСТ 18105-86, при довольно низких (менее 5 %) рисках потребителя, требуемую вероятность приемки можно обеспечить только в неэкономичной области, что может приводить к существенным экономическим затратам для производителя.

3. Предложенные критерии лишь ограниченно могут быть использованы в практической деятельности, они требуют пересмотра с применением новых подходов, базирующихся, например, на элементах теории нечетких множеств и порядковых статистиках [19, 32].

## ГЛАВА 6

# НОВЫЙ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ СООТВЕТСТВИЯ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫБОРКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

---

### 6.1 Основные предпосылки разработки и требования к новому критерию оценивания соответствия для условий начального производства

Опираясь на результаты приведенного выше анализа, можно сформулировать три основных парадокса, имеющих место при применении параметрических критериев соответствия (EN 206, и аналогичных) на этапе начального производства бетона [43].

***Парадокс 1.** Увеличение количества единичных результатов испытаний, полученных за оценочный период, приводит к снижению вероятности приемки.*

В соответствии с правилами, изложенными в EN 206:2013, в случае применения составного критерия (метод А) на этапе начального производства ( $f_{cm,3} \geq f_{ck} + 4$  и  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ) полученную выборку единичных результатов испытаний следует разделить на группы, состоящие из  $n = 3$  результатов. При этом согласно EN 206:2013 [2] группы могут быть образованы из неперекрывающихся или перекрывающихся результатов испытаний. Соответствие за назначенный оценочный период является подтвержденным, если критерии выполняются для всех групп одновременно. Тогда, если изготовитель оценивает соответствие на основе более чем одной группы  $n = 3$  (например, двух, или даже четырех групп, когда в оценочный период получено 6 результатов), реализуется многоуровневый выборочный план, связанный с повышенным риском отбраковки пригодных партий бетона (ошибки первого рода), т. к. при меньшей дефектности вероятность приемки снижается.

Так, результаты исследований [18] показывают, что вероятность приемки (т. е. подтверждения соответствия декларированному классу)  $P_a(\theta)$  при фактической дефектности (т. е. доле результатов ниже характеристической прочности  $f_{ck}$ )  $\theta = 5\%$  и стандартном отклонении  $\sigma = 3 \text{ МПа}$ , в случае оценивания одной группы из  $n = 3$  результатов составляет  $P_a(\theta = 0,05) = 0,706$  (по методу А). Однако при том же уровне качества произведенного бетона, вероятность приемки составит 0,498 при оценивании двух неперекрывающихся групп  $n = 3$  из общего количества результатов  $N = 6$ , и только 0,41 при оценивании четырех перекрывающихся групп  $n = 3$ , составленных из тех же шести исходных результатов.

Это означает, что вероятность подтверждения соответствия декларированному классу по прочности на сжатие бетона, имеющего надлежащий уровень качества, снижается от 70 % до 40 % в случае, когда производитель принимает решение об оценивании соответствия по большему (в 2 раза!) количеству результатов испытаний. Логично ожидать, что правильно разработанный план выборочного контроля должен обеспечивать рост вероятности приемки бетона надлежащего качества с увеличением количества оцениваемых результатов. Однако данный выборочный план для этапа начального производства (метод А, EN 206:2013) дает обратный результат!

**Парадокс 2.** Уменьшение величины стандартного отклонения в оцениваемой выборке (повышение однородности производства бетона) ведет к снижению вероятности приемки.

Существенной проблемой, связанной с применением параметрических критериев для этапа начального производства (метод А) является зависимость вероятности приемки от величины стандартного отклонения (разброса) [17-19]. Парадоксально, но увеличение разброса результатов испытаний увеличивает вероятность выполнения критериев соответствия, содержащихся в стандарте. Это является дополнительным аргументом в пользу того, что принятый в EN 206:2013 выборочный план не является рациональным. Повышение уровня качества, характеризующееся, в числе прочего, снижением стандартного отклонения, должно приводить к увеличению вероятности приемки. Анализ среднего уровня выходного качества  $AOQ = \theta \cdot P_a(\theta)$  (AOQ – англ. *average outgoing quality*) по отношению к его предельному значению  $AOQL$  (англ. *average outgoing quality limit*), выполненный в [17, 19], показывает, что требуемое значение  $AOQ \leq AOQL = 5\%$  обеспечивает план с одной группой результатов испытаний ( $n=3$ ), если стандартное отклонение не превышает 3 МПа. Кроме того, в работе [17] показано, что критерий  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$  начинает оказывать влияние на результат оценивания только при значительной дисперсии ( $\sigma > 5$  МПа) и доле дефектов  $\theta \geq 15\%$ .

Следует обратить внимание и на тот факт, что применение критериев метода А не обеспечивает компромисс между риском производителя и риском потребителя, что должно являться одним из базовых требований при разработке рациональных выборочных планов контроля качества.

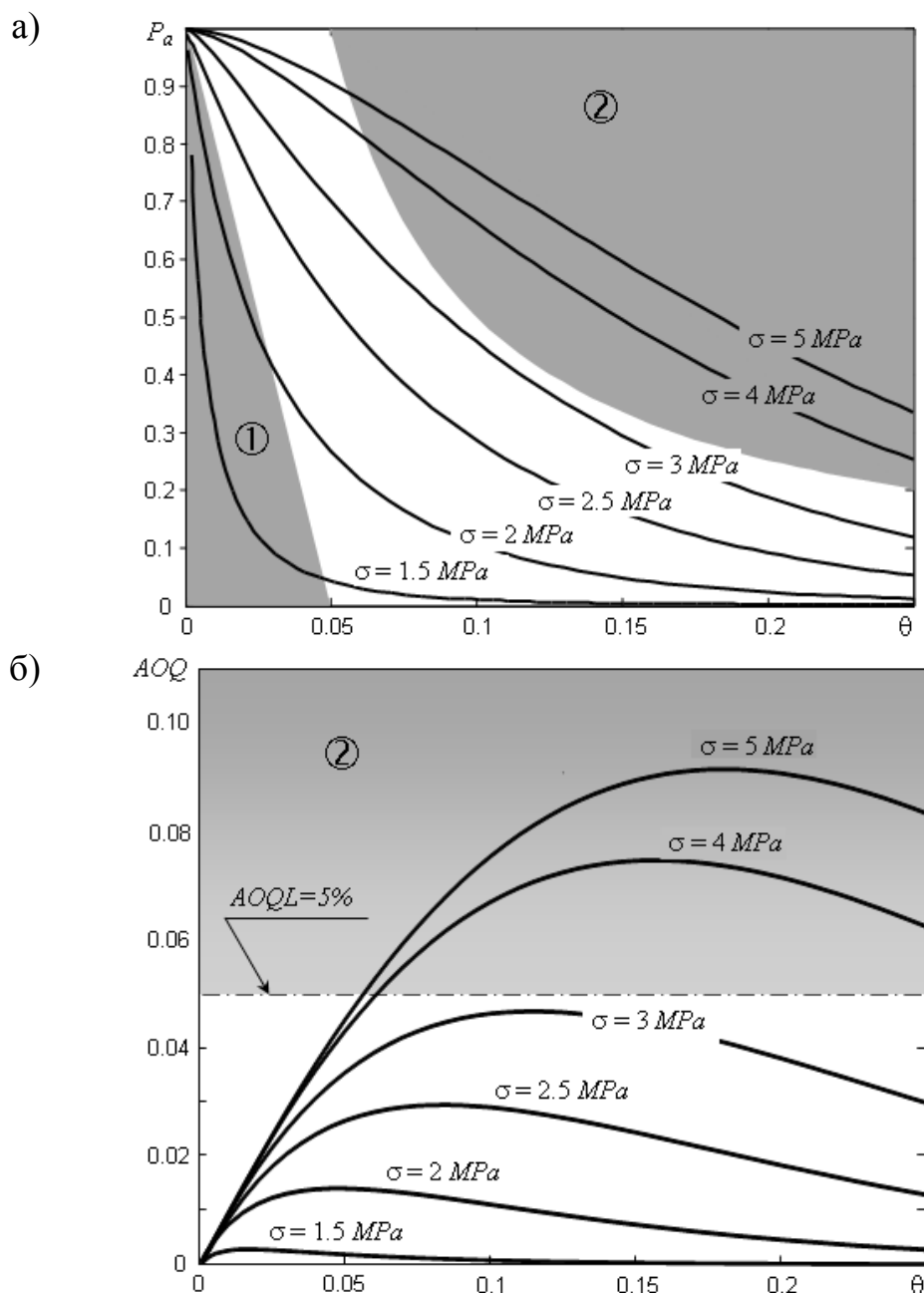
Влияние стандартного отклонения на вероятность приемки и уровень выходного качества, в рамках данного парадокса, иллюстрируется рисунком 6.1.

**Парадокс 3.** Результат оценивания зависит от формы контрольного образца.

Важным вопросом, которому практически не уделяется внимания в комментариях к EN 206:2013, является влияние формы контрольного образца (куб или цилиндр). Несложно показать, что если изготовитель бетона выполняет контроль соответствия по результатам испытания цилиндров, то по методу А вероятность приемки будет иной, нежели при применении кубов.

Это обусловлено формой записи критерия:  $f_{cm,3} \geq f_{ck} + 4$  и  $f_{cm,3} \geq f_{ck, cube} + 4$ ; например, для бетона класса  $C^{20/25}$  имеем  $f_{ck}/f_{ck, cube} = 20 \text{ МПа} / 25 \text{ МПа} = 0,80$ ,  
но  $\{f_{ck} + 4 = 20 + 4 = 24\} / \{f_{ck, cube} + 4 = 25 + 4 = 29\} \approx 0,83$ .

Еще более ощутимо данное несоответствие при оценивании единичных результатов  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$  и  $f_{ci} \geq f_{ck, cube} - 4$ ; например для бетона того же класса  $C^{20/25}$ :  $\{f_{ck} - 4 = 16\} / \{f_{ck, cube} - 4 = 21\} \approx 0,76$ .



1 – неэкономичная область; 2 – небезопасная область

Рисунок 6.1 – Иллюстрация парадокса 2 критерия EN 206:2013 в условиях начального производства применительно к оперативным характеристикам (а) и уровню выходного качества (б)

В связи с тем, что были выявлены приведенные выше несовершенства составного критерия метода А, был разработан новый метод оценивания соответствия на основе порядковых статистик ([43–45]), который может являться альтернативой в тех случаях, когда априорная статистическая информация о популяции произведенного бетона недостаточна (например, нет данных о типе распределения и стандартном отклонении параметра прочности) и оценивание выполняется на базе ограниченного числа результатов испытаний. Для этого были сформулированы перечисленные ниже основные требования к новому критерию.

1) На результат оценивания не должен влиять тип вероятностного распределения параметра прочности в анализируемой популяции бетона.

2) Результат оценивания соответствия не должен зависеть от стандартного отклонения  $\sigma$  параметра прочности.

3) Критерий должен обеспечить выполнение условий для любого задаваемого среднего выходного уровня качества, например  $AOQ < AOQL = 5\%$ , а для целей экономического оценивания –  $AOQ_{\max} \square AOQL = 5\%$ .

4) Необходимо обеспечить сбалансированные (например, равные) риски изготовителя и потребителя.

5) Критерий должен быть одиночным (не составным).

6) Результаты оценивания не должны зависеть от формы контрольного образца (куб или цилиндр).

7) На результат оценивания не должна влиять возможная (но не всегда присутствующая) автокорреляция последовательных единичных результатов испытаний.

8) Критерий должен быть универсальным – допускать применение при контроле соответствия прочности бетона, как на сжатие, так и на растяжение, а также при контроле по результатам косвенных измерений параметра прочности (например, неразрушающими методами).

## **6.2 Теоретическое обоснование применения метода порядковых статистик к проблеме оценивания прочности бетона в условиях ограниченной предварительной информации**

Основным преимуществом непараметрических, в том числе порядковых (ранговых) статистик, является их независимость, как от параметров, так и от вида распределения случайной величины. Попытки их использования для контроля качества (оценивания соответствия) различных объектов, в том числе строительных материалов и изделий, предпринимались и ранее. Так, в § 6.6 стандарта ISO 12491:1997 ([12]) в качестве метода для оценки квантилей статистического распределения прочности в популяции бетона предлагается простая процедура, основанная на порядковых статистиках. Выборку измерений (единичных результатов испытаний)  $f_{c1}, f_{c2}, \dots, f_{cN}$  преобразуют в вариационный (ранжированный) ряд  $f_{c(1)} \leq f_{c(2)} \leq \dots \leq f_{c(R)} \leq \dots \leq f_{c(N)}$ , в котором ранги членов ряда  $r=1,2,\dots,N$  целочисленные, если отсутствуют т. н. «связки» из совпадающих измерений. После этого оценка  $\hat{f}_p$  квантили заданного уровня  $p$  (например, уровень  $p=0,05$  соответствует оцениванию характеристического значения прочности материала  $f_{ck}$ ) определяется как член ряда ранга  $r=k+1$ :  $f_p = f_{c(k+1)}$ , где  $k$  – целое число, удовлетворяющее неравенству  $k \leq pN < k+1$ . Данная процедура малоэффективна при небольших объемах выборки (т. е. в большинстве практических случаев). Так, если  $p=0,05$ , то условие  $pN < 1$  будет выполняться при всех  $N < 20$ , т. е. практически для всего этапа начального производства бетона. Тогда в качестве оценки квантили приходится прини-



мать первый член вариационного ряда  $f_{c(1)} = f_{c \min} = \min_i f_{ci}$ , а такая оценка будет определено завышенной.

Действительно, единичные результаты испытаний, близкие к значению квантили невысокого (как и в рассматриваемом примере) уровня, вообще редко попадают в выборку малого объема. Например, если выполнено  $N=6$  измерений, истинная квантиль  $f_{0,05} = f_{ck}$  не превысит  $f_{c \min}$  с вероятностью 0,735 (т. е. почти в 3/4 случаев). Чтобы утверждать, что квантиль  $f_p$  с вероятностью не менее 0,5 войдет в диапазон  $[f_{c \min}, f_{c \max}]$ , необходимо выполнение условия  $N \geq \log 0,5 / \log(1-p)$ . Для типового значения  $p=0,05$  имеем:  $N \geq 14$ . Таким образом, истинное характеристическое значение прочности  $f_{ck}$ , при испытаниях на этапе начального производства бетона, практически всегда будет меньше (возможно, даже существенно) минимального значения выборки. Другими словами, обеспеченность (надежность) оценки по методике ISO 12491:1997 невысока (а точнее, в общем-то, неизвестна).

В стандарте ISO 12491:1997 ([12]) приведено также аналитическое выражение для плотности распределения оценки квантили, которое, по сути, неприменимо на практике, поскольку содержит вероятностные функцию и плотность распределения генеральной совокупности (если речь идет о некоторой оцениваемой популяции, то они априори неизвестны, а генеральная совокупность, как известно, является гипотетической). Стандарт содержит также рекомендации по оценке квантилей даже для малых (вплоть до  $N=3$ ) выборок. Однако они основаны на предположении о нормальном распределении совокупности, к тому же связаны с необходимостью вычисления параметров среднего и среднеквадратичного отклонения, поэтому фактически отношения к порядковым статистикам не имеют.

Новый критерий разработан на основе известного способа интервального оценивания квантилей, использующего свойства непараметрических статистик [16, 46], согласно которому вычисляется вероятность принадлежности квантили  $f_p$  заданного уровня  $p$  любому непараметрическому интервалу  $[f_{c(r)}, f_{c(s)}]$  вариационного ряда. Если принять ранги ряда целочисленными, а интервалы определять только соседними статистиками  $f_{c(r)}$  и  $f_{c(r+1)}$ , искомые вероятности находят из биномиального распределения

$$\Pr \left\{ f_{ck} \in [f_{c(r)}, f_{c(r+1)}] \right\} = g_{(r,r+1)} = \binom{N}{r} p^r (1-p)^{N-r}. \quad (6.1)$$

Заметим, что значению  $r=N$  соответствует вероятность  $g_{(N,\dots)}$  принадлежности квантили теоретически бесконечному интервалу  $[f_{c \max}, \infty)$ , а значе-

нию  $r=0$  – вероятность  $g(\dots, 1)$  принадлежности физически корректному (для параметра прочности бетона) интервалу  $(0, f_{c \min}]$ . С учетом этого могут быть найдена оценка  $\hat{G}(f_p)$  функции распределения искомой квантили во всех точках, определенных имеющимися статистиками  $f_{c(1)}, \dots, f_{c(N)}$ .

$$\hat{G}(f_{c(1)}) = g(\dots, 1), \quad \hat{G}(f_{c(r+1)}) = \hat{G}(f_{c(r)}) + g(r, r+1). \quad (6.2)$$

Для целей управляемого статистического оценивания соответствия прочности бетона практическую значимость имеет задача получения оценки «снизу» искомой квантили с произвольно задаваемой (или хотя бы известной) обеспеченностью. Под обеспеченностью (коэффициентом доверия)  $\gamma$  оценки  $\hat{f}_{p,\gamma}$  квантили уровня  $p$  здесь понимается вероятность того, что оценка не превысит истинного значения квантили, поэтому она является кумулянтной функцией распределения квантили:  $\gamma = \Pr\{\hat{f}_{p,\gamma} \leq f_p\} = 1 - G(f_p)$ . Отметим, что вероятность  $P_a(\theta)$  приемки партии бетона, который имеет фактическую дефектность  $\theta = p$ , составит:  $P_a(p) = 1 - \gamma$ .

Так, например, можно сформулировать задачу нахождения положения медианы квантили как оценки с 50-процентной обеспеченностью:  $\hat{f}_{p,0.5} = Me(f_p)$ , решение которой сводится к поиску корня уравнения  $G(f_p) = P_a(p) = 1 - \gamma = 0,5$ . Проблема, однако, состоит в том, что имеющаяся точечная оценка  $\hat{G}(f_p)$  непосредственно определяет только лишь разрывную и неубывающую, а не непрерывную строго возрастающую функцию. Поэтому, для построения эффективного критерия оценивания соответствия необходимо применять к оценке  $\hat{G}(f_p)$  некоторую непрерывную аппроксимацию. Исходя из целей разрабатываемого критерия, аппроксимацию будем выполнять не по всей области определения случайной величины  $f_p$ , а только в некоторой окрестности искомого решения. Так, например, если имеется выборка из  $N=14$  измерений, то решение  $\hat{f}_{0,05,0.5}$  (медиана квантили уровня  $p=0,05$ ) лежит в интервале  $[f_{c(1)}, f_{c(2)}]$ , следовательно, задача сводится к интерполяции между статистиками с первым и вторым рангами. Во всех же случаях  $N < 14$  искомое решение находится в интервале  $(0, f_{c \min}]$ , поэтому необходима уже процедура экстраполяции.

Применяя к шкале вероятности  $P_a$  подходящее нелинейное преобразование (например, в виде обратной функции Лапласа), задачу можно свести к линей-

ной (в окрестности искомого решения) интерполяции либо экстраполяции величины  $f_p$  по функции регрессии, которую в общем случае находят методом наименьших квадратов. Если ограничиться тремя первыми членами вариационного ряда  $f_{c(1)}$ ,  $f_{c(2)}$  и  $f_{c(3)}$ , эквивалентное решение может быть получено известным способом линейного выравнивания (сглаживания) по трем точкам [47]. Важным обстоятельством является существенное различие длины интервалов  $[f_{c(1)}, f_{c(2)}]$  и  $[f_{c(2)}, f_{c(3)}]$  как на исходной, так и на нелинейно преобразованной шкале фактора. Это требует вычисления новых коэффициентов формул трехточечного выравнивания для конкретного соотношения длин интервалов, кроме того, определенной коррекции могут подвергаться также сами процедуры метода наименьших квадратов [48]. При использовании трех первых членов вариационного ряда оценку квантили можно выполнить даже для малых (начиная с  $N=3$ ) выборок. Для выборок же большего размера использование при оценивании только трех наименьших значений результатов испытания прочности, по меньшей мере, весьма удобно с точки зрения простоты.

Таким образом, оценку квантили необходимого уровня  $p$  с заданной обеспеченностью  $\gamma$  можно представить как нормированную линейную комбинацию трех первых порядковых статистик эмпирического ряда измерений, либо в эквивалентной форме с использованием интервалов между этими статистиками:

$$\hat{f}_{p,\gamma} = af_{c(1)} + bf_{c(2)} + cf_{c(3)} = f_{c(1)} - \lambda_1 [f_{c(2)} - f_{c(1)}] - \lambda_2 [f_{c(3)} - f_{c(2)}], \quad (6.3)$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  – коэффициенты линейной комбинации, нормированные условием  $a+b+c=1$ ;

$\lambda_1 = a-1$ ,  $\lambda_2 = -c$  – тестовые коэффициенты.

Нормировка коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$  означает, что корректно учитывается параметр положения случайной величины  $f$  и обеспечивается несмещенность оценки искомой квантили. Поскольку оценка включает величины интервалов между порядковыми статистиками, в ней учтен также параметр масштаба, т.е. степень рассеяния случайной величины. Таким образом, среднее арифметическое и выборочная дисперсия измерений случайной величины  $f$  не вычисляются. Все коэффициенты оценки (6.3) зависят от параметров  $p$  и  $\gamma$ , а также общего числа  $N$  результатов единичных испытаний. Типичные значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  при малых  $N$  – положительные, т. к. квантиль невысокого уровня при этом обычно меньше значения  $f_{c(1)}$ . Эти коэффициенты растут с увеличением  $\gamma$  и снижаются с увеличением  $p$  и  $N$  вплоть до отрицательных значений.

Оценка  $\hat{f}_{0,05,\gamma}$  квантили уровня  $p=0,05$  фактически является эстиматором характеристической прочности бетона, имеющим обеспеченность (доверитель-

ную вероятность)  $\gamma$ , и поэтому может применяться для установления (с той же обеспеченностью  $\gamma$ ) соответствия бетона заданному классу путем сравнения ее с нормированной для этого класса характеристической прочностью:

$$\hat{f}_{0.05, \gamma} \geq f_{ck} \cdot \quad (6.4)$$

### 6.3 Формулировка и верификация нового непараметрического критерия

Критерий соответствия прочности бетона некоторому классу со значением характеристической прочности  $f_{ck}$  основан на выражениях (6.3) и (6.4) и представлен в следующем виде:

$$f_{c \min} \geq f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2}, \quad (6.5)$$

где  $f_{c \min} = \min_i f_{ci} = f_{c(1)}$  – наименьшее значение в группе из  $N$  последовательных единичных результатов  $f_{ci}$  испытаний;

$\Delta_{2-1} = f_{c(2)} - f_{c(1)}$  и  $\Delta_{3-2} = f_{c(3)} - f_{c(2)}$  – неотрицательные разности;

$f_{c(1)}$ ,  $f_{c(2)}$  и  $f_{c(3)}$  – первая, вторая и третья порядковые статистики: первый, второй и третий члены вариационного ряда, составленного по возрастанию единичных результатов испытаний,

$\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – безразмерные тестовые коэффициенты, которые зависят от объема  $N$  выборки результатов испытаний и от заданной обеспеченности  $\gamma$  оценки ( $\gamma = 1 - P_a^*$ , где  $P_a^* = P_a(\theta = 0,05)$  – вероятность приемки партии произведенного бетона, имеющего нормативную дефектность  $\theta = 5\%$ ).

Значения тестовых коэффициентов, найденные для нескольких уровней обеспеченности искомой квантили и округленные до сотых долей, приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Тестовые коэффициенты  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  критерия (6.5) соответствия прочности бетона для выборки объема  $N$  при различной обеспеченности оценки квантили [43, 45]

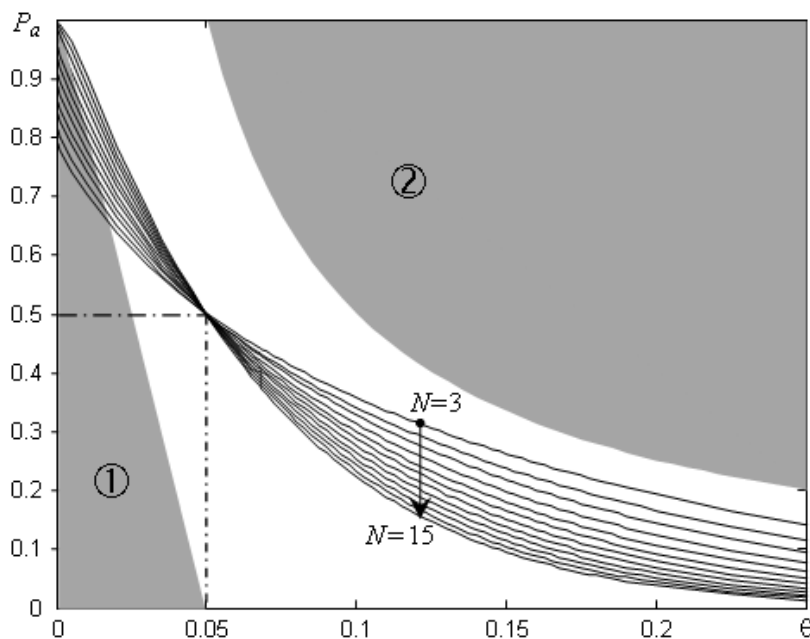
$N$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Обеспеченность $\gamma = 0,50$ (соответствует вероятности приемки бетона $P_a^* = 0,5$ )													
$\lambda_1$	0,38	0,38	0,34	0,28	0,23	0,17	0,11	0,05	0,0	-0,05	-0,10	-0,14	-0,19
$\lambda_2$	0,68	0,66	0,62	0,56	0,50	0,44	0,39	0,34	0,29	0,24	0,20	0,15	0,12
Обеспеченность $\gamma = 0,75$ (соответствует вероятности приемки бетона $P_a^* = 0,25$ )													
$\lambda_1$	1,06	1,16	1,15	1,10	1,03	0,96	0,88	0,805	0,73	0,66	0,59	0,52	0,46
$\lambda_2$	1,32	1,39	1,37	1,32	1,26	1,18	1,11	1,04	0,97	0,90	0,84	0,78	0,72

$N$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Обеспеченность $\gamma = 0,90$ (соответствует вероятности приемки бетона $P_a^* = 0,1$ )													
$\lambda_1$	2,27	2,57	2,63	2,60	2,52	2,42	2,31	2,21	2,09	1,98	1,88	1,77	1,67
$\lambda_2$	2,48	2,73	2,77	2,73	2,65	2,56	2,45	2,35	2,24	2,14	2,04	1,94	1,85

Для верификации нового критерия используем традиционный для планов выборочного контроля метод оперативных характеристик – кривых ОС, связывающих вероятность приемки  $P_a$  с дефектностью  $\theta$  анализируемой популяции.

Построение оперативных характеристик выполняли с применением метода симуляций Монте-Карло. Устанавливался один из вероятностных законов распределения параметра прочности (в качестве базового принималось нормальное распределение, усеченное квантилями уровней 0,01 и 0,96). Генерировалось не менее 5 000 000 случайных выборок – групп  $\{f_{c1}, f_{c2}, \dots, f_{cN}\}$  из  $N$  ( $N = 3, 4, 5, \dots, 15$ ) результатов, фактическая дефектность  $\theta$  которых (т.е. доля результатов ниже характеристической прочности  $f_{ck}$ ) варьировалась от 0 до 25 %. Каждая полученная группа подвергалась «фильтрации» с применением предложенного критерия (6.5), а вероятность приемки  $P_a$  определялась как доля групп, удовлетворяющая критерию.

Графическое изображение оперативных характеристик (кривых ОС), соответствующих медиане 5 %-квантили (обеспеченности  $\gamma = 0,50$ ) для различного объема  $N$  выборки единичных испытаний приведено на рисунке 6.2, на котором отмечены также предложенные *L.Taerwe* и *R.Caspeele* ([23, 36]) «неэкономичная» область, соответствующая условию  $\theta \leq 0,05(1 - P_a)$ , а также «небезопасная» область, соответствующая условию  $\theta \times P_a \geq 0,05$ .



1 – неэкономичная область; 2 – небезопасная область

Рисунок 6.2 – Кривые ОС для критерия (6.5) при обеспеченности  $\gamma = 0,50$

Из данных графиков следует, что при обеспеченности  $\gamma = 0,50$  кривые ОС попадают в неэкономичную зону лишь при очень низкой (менее 2 %) дефектности бетона, при этом весьма далеко отстоят от небезопасной зоны. Кривые среднего уровня выходного качества  $AOQ(\theta) = \theta \times P_a(\theta)$  для этой же обеспеченности, представленные на рисунке 6.3, подтверждают, что с увеличением размера оцениваемой группы показатель  $AOQ$  падает весьма существенно, вплоть до величины 2,5 %.

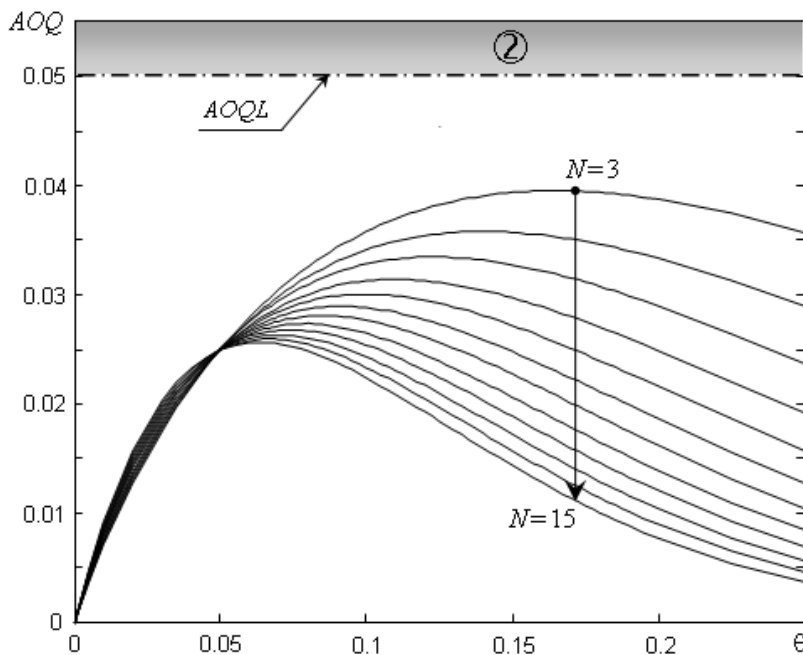


Рисунок 6.3 – Кривые  $AOQ$  для критерия (6.5) при обеспеченности  $\gamma = 0,50$

В целях экономичного оценивания представляется целесообразным максимально возможно повысить величину среднего уровня выходного качества, исходя из требования  $AOQ_{\max} \leq AOQL = 5\%$ . Для этого необходимо управляемо понижать, с увеличением  $N$ , величину обеспеченности  $\gamma$  искомой квантили. В результате численного моделирования были определены значения коэффициентов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , соответствующие экономичному оцениванию. В связи с тем, что в данном варианте оценивания для всех  $3 \leq N \leq 15$  с достаточной, для практических целей, точностью выполнялось соотношение  $\lambda_2 = 0,3 \lambda_1$ , критерий (6.5) можно упростить за счет исключения одного из переменных тестовых коэффициентов:

$$f_{c \min} \geq f_{ck} - 0,3 \Delta_{2-1} + \lambda \Delta_{3-1}, \quad (6.6)$$

где  $\Delta_{3-1} = f_{c(3)} - f_{c(1)}$ ,  $\Delta_{2-1} = f_{c(2)} - f_{c(1)}$  – неотрицательные разности;

$\lambda = \lambda_2$  – безразмерный тестовый коэффициент, зависящий от объема  $N$  выборки.

Значения единственного тестового коэффициента  $\lambda$ , округленные до сотых долей, приведены в таблице 6.2. Обеспеченность  $\gamma$  оценки квантили при увеличе-

нии объема выборки  $N$  от 3 до 15 снижается с 0,44 до 0,18. Соответствующие такому оцениванию кривые ОС и АОQ представлены на рисунках 6.4 и 6.5.

Таблица 6.2 – Тестовый коэффициент  $\lambda$  критерия соответствия прочности бетона для экономического оценивания выборки объема  $N$  [43, 45]

$N$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\lambda$	0,60	0,50	0,38	0,26	0,16	0,07	-0,01	-0,08	-0,14	-0,20	-0,25	-0,30	-0,34

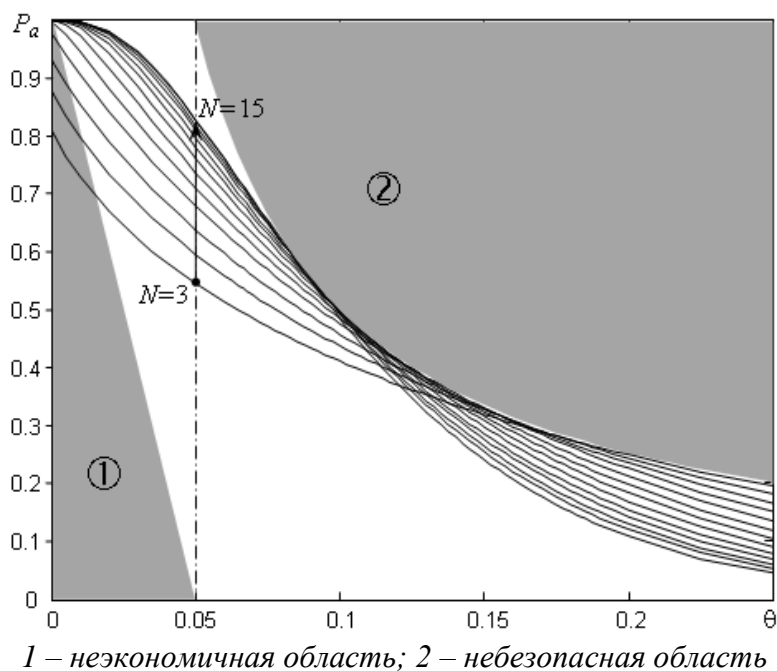


Рисунок 6.4 – Кривые ОС для критерия (6.6) при  $AOQ_{max} \square AOQL = 5 \%$

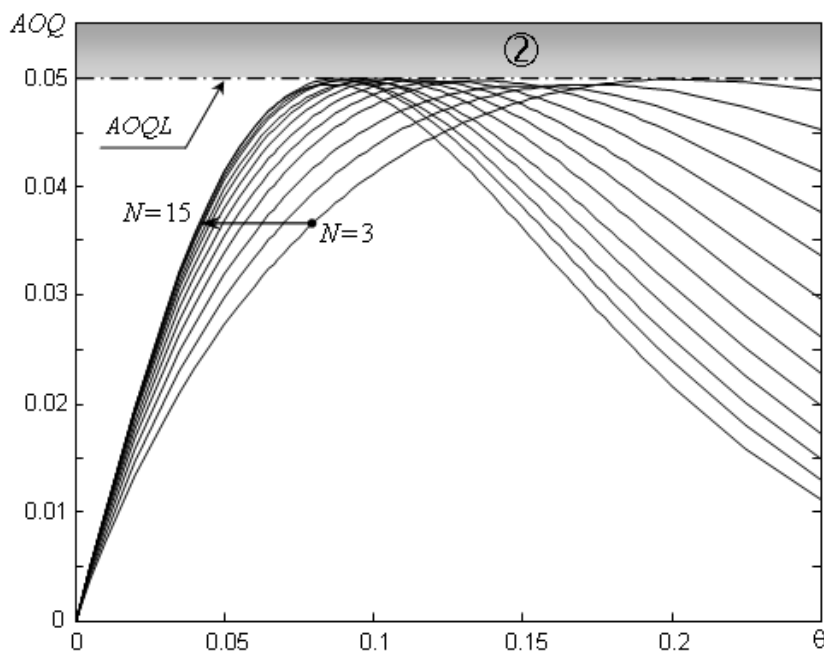


Рисунок 6.5 – Кривые АОQ для критерия (6.6) при  $AOQ_{max} \square AOQL = 5 \%$

В случае применения нового критерия, в отличие от EN 206:2013, оценивание производится с применением всех единичных результатов испытаний, полученных за оценочный период (без деления на группы  $n=3$ ). При этом совершенно логично, что увеличение количества единичных результатов испытаний ведет к увеличению вероятности  $P_a$  приемки пригодного бетона (бетона с низкой дефектностью, см. рисунок 6.4). При достижении  $N=15$  кривая ОС практически точно совпадает с кривой ОС составного критерия, предложенного для стадии непрерывного производства (метод В, EN 206:2013). В этом случае появляется возможность реализации единого методологического подхода к оцениванию соответствия прочности бетона без деления на стадии начального и непрерывного производства. При этом, как было показано нами ранее [17, 19], результат оценивания не зависит от стандартного отклонения и вида функции распределения прочности в популяции произведенного бетона.

Важным достоинством нового критерия является возможность управляемой калибровки тестовых коэффициентов. Так, можно достичь любой наперед заданной вероятности приемки  $P_a^*$  бетона, произведенного с нормативной дефектностью (пример см. в таблице 6.1), либо обеспечить задаваемый предел среднего уровня выходного качества, балансируя тем самым риски изготовителя и потребителя. Графики, представленные на рисунке 6.5, показывают, что система коэффициентов в критерии (6.6) была откалибрована таким рациональным образом, чтобы независимо от количества единичных результатов испытаний, подвергаемых оцениванию, получить равные наибольшие значения  $AOQ$ , близкие к пределу  $AOQL=5\%$ .

Влияние на новый критерий автокорреляции, потенциально присутствующей в выборке результатов измерений прочности, можно охарактеризовать следующим образом. Процедура ранжирования (построения вариационного ряда) единичных результатов  $f_{ci}$  сама по себе в определенной мере разрушает их исходную последовательность, а значит, и возможную корреляцию. Корреляция в полученном вариационном ряде может сохраниться, если при измерениях будет получено несколько подряд очень высоких («хороших») или, напротив, очень малых («плохих») значений прочности. Поскольку в новом критерии используются только три первые статистики, то первый случай никак не повлияет на результат оценивания (увеличится только объем  $N$  выборки, при этом тестовые коэффициенты, как следует из таблиц 6.1 и 6.2, снижаются). Второй случай означает уменьшение величины одной или нескольких из трех первых порядковых статистик. Уменьшение первой статистики  $f_{c(1)} = f_{c \min}$  практически всегда снизит оценку искомой квантили. Уменьшение одной или двух других (кроме первой) порядковых статистик приведет к уменьшению разностей, присутствующих в выражениях (6.5) и (6.6). Оценка квантили может при этом как снизиться, так и возрасти (если тестовые коэффициенты положительны, т.е. при малых  $N$ ).

Таким образом, автокорреляция «хороших» результатов испытаний прочности никак не влияет на результат оценивания, равно как и корреляция «сред-



них» результатов, которая разрушается процедурой ранжирования. Влияние корреляции «плохих» результатов испытаний прочности (как в сторону снижения, так и в сторону увеличения оценки характеристической прочности) учитывается в новом критерии автоматически, поэтому предварительное исследование единичных результатов на предмет возможной автокорреляции не требуется.

Новый критерий является одиночным, во всех формах (6.3), (6.5) и (6.6) его записи отсутствуют какие-либо слагаемые в виде абсолютных величин прочности, кроме того, он нормирован с учетом сохранения параметра положения случайной величины. Поэтому результат оценивания не будет зависеть ни от формы контрольного образца, применяемого для получения единичных результатов испытаний, ни от способа получения этих результатов (прямые разрушающие испытания или косвенные измерения неразрушающими методами).

Выполним сравнение нового критерия с методами А и В критерия EN 206 на примерах, приведенных в п. 3.10 главы 3.

**Пример 1.** Стадия начального производства бетона класса  $C^{16}/_{20}$ , испытаны контрольные образцы (кубы), объем выборки  $N=3$ , результаты испытаний прочности: 26,0, 26,7 и 26,5 МПа. Как следует из таблицы П.1, обе части составного критерия по методу А EN 206 для оценочного периода выполняются, соответствие для поставленного бетона подтверждается.

Используем новый критерий в варианте (6.5).

Находим три первые порядковые статистики вариационного ряда измерений прочности:  $f_{c(1)} = f_{c\min} = 26,0$  МПа,  $f_{c(2)} = 26,5$  МПа,  $f_{c(3)} = 26,7$  МПа.

Вычисляем неотрицательные разности:

$$\Delta_{2-1} = f_{c(2)} - f_{c(1)} = 26,5 - 26,0 = 0,5 \text{ МПа};$$

$$\Delta_{3-2} = f_{c(3)} - f_{c(2)} = 26,7 - 26,5 = 0,2 \text{ МПа}.$$

По таблице 6.1 (при  $N=3$ ) находим тестовые коэффициенты, вычисляем правую часть неравенства (6.5) для характеристической прочности  $f_{ck} = 20$  МПа, сравниваем с  $f_{c\min} = 26,0$  МПа:

для обеспеченности оценки  $\gamma = 0,50$ :

$$\lambda_1 = 0,38; \lambda_2 = 0,68; f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2} = 20 + 0,38 \times 0,5 + 0,68 \times 0,2 \approx 20,33;$$

$$f_{c\min} = 26,0 \text{ МПа} > 20,33 \text{ МПа}, \text{ соответствие подтверждается};$$

для обеспеченности оценки  $\gamma = 0,75$ :

$$\lambda_1 = 1,06; \lambda_2 = 1,32; f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2} = 20 + 1,06 \times 0,5 + 1,32 \times 0,2 \approx 20,8;$$

$$f_{c\min} = 26,0 \text{ МПа} > 20,8 \text{ МПа}, \text{ соответствие подтверждается};$$

для обеспеченности оценки  $\gamma = 0,90$ :

$$\lambda_1 = 2,27; \lambda_2 = 2,48; f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2} = 20 + 2,27 \times 0,5 + 2,48 \times 0,2 \approx 21,63;$$

$$f_{c\min} = 26,0 \text{ МПа} > 21,63 \text{ МПа}, \text{ соответствие подтверждается}.$$

Таким образом, новый критерий подтвердил соответствие бетона на начальной стадии его производства; при этом данный вывод о соответствии имеет очень высокую статистическую надежность, т. к. даже для значения обеспеченности  $\gamma = 0,90$  неравенство (6.5) выполняется с огромным запасом. Можно утверждать, что в рассматриваемом примере фактически производится бетон более высокого класса.

**Пример 2.** Осуществлен переход на этап непрерывного производства бетона класса  $C^{35}/45$ . За оценочный период, не превышающий шести месяцев, получено 15 единичных результатов испытаний, приведенных в таблице П.2, из которой следует, что обе части критерия по методу В EN 206 для оценочного периода выполняются одновременно, поэтому соответствие для бетона подтверждается.

Используем новый критерий в варианте (6.5) с объемом выборки  $N = 15$ .

Находим три первые порядковые статистики вариационного ряда измерений прочности (выбираем три наименьших значения из второй колонки таблицы П.2):

$$f_{c(1)} = f_{c\min} = 43,5 \text{ МПа}, f_{c(2)} = 46,5 \text{ МПа}, f_{c(3)} = 47,0 \text{ МПа}.$$

Вычисляем неотрицательные разности:

$$\Delta_{2-1} = f_{c(2)} - f_{c(1)} = 46,5 - 43,5 = 3,0 \text{ МПа};$$

$$\Delta_{3-2} = f_{c(3)} - f_{c(2)} = 47,0 - 46,5 = 0,5 \text{ МПа}.$$

По таблице 6.1, для  $N = 15$  и уровня обеспеченности оценки  $\gamma = 0,50$ , находим тестовые коэффициенты, вычисляем правую часть неравенства (6.5) для характеристической прочности  $f_{ck} = 45 \text{ МПа}$ , сравниваем со значением  $f_{c\min} = 43,5 \text{ МПа}$ :

$$\lambda_1 = -0,19; \lambda_2 = 0,12;$$

$$f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2} = 43,5 - 0,19 \times 3,0 + 0,12 \times 0,5 \approx 43,0;$$

$$f_{c\min} = 43,5 \text{ МПа} > 43,0 \text{ МПа}, \text{ соответствие подтверждается.}$$

Запас выполнения последнего неравенства невелик, поэтому проверка на более высоких уровнях обеспеченности  $\gamma$  не выполнялась. Тем не менее, новый критерий подтвердил соответствие бетона на стадии непрерывного производства со статистической обеспеченностью не менее 50 %. При этом трудоемкие расчеты значений размахов, среднего и стандартного отклонения не потребовались.

**Пример 3.** Осуществлен переход на этап непрерывного производства бетона класса  $C^{25}/30$ . За оценочный период, не превышающий шести месяцев, получено 15 единичных результатов испытаний прочности, приведенных в таблице П.3, из которой следует, что обе части критерия EN 206 (метод В) для оценочного периода выполняются одновременно, поэтому соответствие для бетона подтверждается. При этом потребовалось уточнение стандартного отклонения (с 4 МПа до 3,5 МПа), которое предназначено к использованию в следующем

оценочном периоде.

Используем новый критерий, как и в предыдущем примере.

Три наименьших значения из второй колонки таблицы П.3:  $f_{c(1)} = f_{c \min} = 30,0$  МПа,  $f_{c(2)} = 32,5$  МПа,  $f_{c(3)} = 34,0$  МПа. Неотрицательные разности:  $\Delta_{2-1} = 32,5 - 32,0 = 2,5$  МПа;  $\Delta_{3-2} = 34,0 - 32,5 = 1,5$  МПа.

По таблице 6.1, для  $N=15$  и уровня обеспеченности оценки  $\gamma = 0,50$ , находим  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ; вычисляем правую часть неравенства (6.5) для  $f_{ck} = 30$  МПа, сравниваем со значением  $f_{c \min} = 30,0$  МПа:

$$\lambda_1 = -0,19; \lambda_2 = 0,12;$$

$$f_{ck} + \lambda_1 \Delta_{2-1} + \lambda_2 \Delta_{3-2} = 30,0 - 0,19 \times 2,5 + 0,12 \times 1,5 \approx 29,7;$$

$$f_{c \min} = 30,0 \text{ МПа} > 29,7 \text{ МПа, соответствие подтверждается.}$$

Новый критерий, как и в предыдущем примере, подтвердил соответствие бетона на стадии непрерывного производства с достаточной (не менее 50 %) статистической обеспеченностью. Трудоемкие процедуры расчета и контроля (в т. ч. перерасчета) значений размахов, среднего и стандартных отклонений, необходимые, согласно методу В EN 206, не давали, однако, никакой информации об уровне обеспеченности вывода о соответствии бетона.

#### **6.4 Возможности применения нового критерия оценивания соответствия для рационального подбора состава бетона**

Для подбора состава бетона с заданной (характеристической) прочностью  $f_{ck}$  необходимо определить (вернее, получить оценку, по имеющимся эмпирическим данным) математическое ожидание  $m_f$  случайного параметра прочности бетона для производимой (подлежащей производству) партии. В предположении нормального закона распределения параметра прочности, эти параметры связаны известным соотношением

$$m_f = f_{ck} + k \cdot \sigma, \quad (6.7)$$

где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение (с. к. о.) параметра прочности, МПа;  $k = \Phi^{-1}(p - 1/2) \approx 1.645$  – коэффициент, определяемый как обратная функция Лапласа для условия назначения характеристической прочности по квантили уровня  $p = 0.05$  вероятностного распределения.

На практике проблема состоит, во-первых, в априорной неизвестности среднеквадратического отклонения параметра прочности ещё не производимого бетона, во-вторых, в трудности получения эффективной, состоятельной и несмещенной оценки квантили  $f_{ck}$  по малым и очень малым выборкам эмпирических данных о прочности бетона на стадии начального производства. Первый аспект

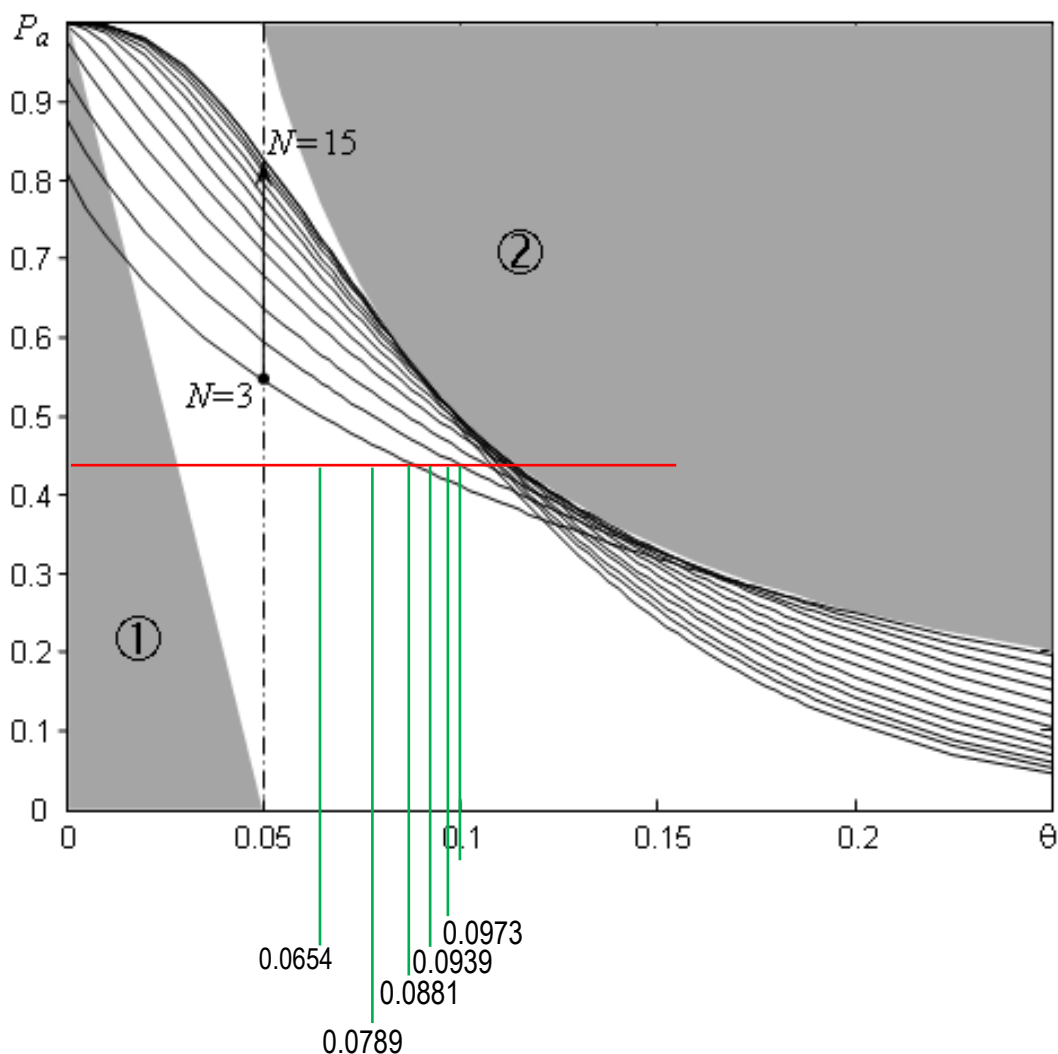
проблемы обычно решается путем задания величины  $\sigma$  на фиксированном уровне 5,0 либо 4,8 МПа. Второй же аспект проблемы может быть преодолен использованием нового непараметрического критерия, созданного как раз для выборок ограниченного объема ( $N=3...15$ ). Важнейшими достоинствами данного критерия, применительно к задаче подбора состава бетона, являются его абсолютная нечувствительность к величине среднеквадратического отклонения случайного параметра прочности, а также известный (и управляемый) уровень обеспеченности  $\gamma$  оценки характеристической прочности, связанный с вероятностью  $P_a$  приемки партии бетона соотношением  $P_a = 1 - \gamma$ .

Отметим, что вариант (6.5) непараметрической оценки характеристической прочности сформулирован для случая фиксированной вероятности  $P_a$  приемки партии бетона с нормативной дефектностью (т. е. дефектностью 5 %), и при  $P_a = 0.5$  соответствует сбалансированным (а именно: равным) рискам производителя и потребителя. Именно такая оценка характеристической прочности бетона соответствует положению медианы ( $\gamma = 0.5$ ) квантили прочности уровня 0.05, и потому применима в соотношении вида (6.7) со значением  $k = 1.645$ .

Однако, как следует из рисунка 6.2, операционные кривые в данном варианте критерия заметно удалены от неэкономичной (согласно *L.Taerwe*) области 2, причем даже при незначительном превышении дефектности бетона уровня 5 %, с увеличением объема  $N$  эмпирической выборки такое удаление возрастает. Заявлять о сбалансированных рисках производителя и потребителя в данном случае затруднительно. Иными словами, фильтрующая способность критерия, с точки зрения производителя бетона, который самостоятельно декларирует его соответствие, является чрезмерной по экономическим соображениям, а потому значение  $k = 1.645$  для соотношения (6.7) – нерациональным.

Вариант (6.6) непараметрической оценки характеристической прочности бетона с таблицей 6.2 значений тестового коэффициента был сформулирован как раз в целях экономичного оценивания соответствия бетона производителем. Он позволяет скорректировать (в сторону снижения) нормативное значение  $k = 1.645$  для расчета средней прочности согласно (6.7) и определить рациональное для производителя значение  $k'$ , который будет зависеть от объема анализируемой выборки данных  $N$ .

Если рассмотреть операционные кривые рис. 6.2 с точки зрения выравнивания рисков производителя и потребителя как показано на рисунке 6.6, то уровень вероятности приемки партии бетона  $P_a = 0.5$  (отмечен красной горизонтальной линией) соответствует несколько бóльшая дефектность партии, что определяется вертикальными зелеными линиями. Иными словами, рациональное оценивание позволяет ориентироваться не на контрольный уровень дефектности 5 %, а, например, 6,5 % или выше. Так, для  $N = 8...10$  контрольный уровень 10 % означает, что при  $P_a = 0.5$  ровно в половине случаев такой бетон будет забракован рассматриваемым критерием, т. е. выходное (после применения критерия) качество вернется к нормативному показателю дефектности 5 %.



1 – неэкономичная область; 2 – небезопасная область

Рисунок 6.6 – Анализ кривых ОС экономического критерия (6.6) с точки зрения достижения вероятности приемки  $P_a = 0,50$

Рациональный (по экономическим соображениям) уровень дефектности  $\theta'(N) > 0.05$  фактически означает оценку медианы квантили более высокого уровня ( $p' > 0.05$ ), что позволяет, используя обратную функцию Лапласа, найти величину рационального коэффициента  $k' = \Phi^{-1}(p' - 1/2)$  для соотношения вида (6.7). Применение такого коэффициента позволяет снизить оценку средней прочности для подбора состава бетона. В таблице 6.3 приведены рациональные уровни дефектности  $\theta'$ , найденные по приведенным на рис. 6.6 (и аналогичной, не представленной на рисунке, операционной кривой для  $N = 35$ ), а также значения рационального коэффициента  $k'$ , необходимые для расчета средней прочности проектируемого состава бетона. Здесь же указаны величины  $\Delta k = k' - 1.645$ , соответствующие (при фиксированном значении  $\sigma$ ) уменьшению величины расчетной средней прочности бетона.

Таблица 6.3 – Оценка снижения средней расчетной прочности при подборе состава бетона с использованием экономичного порядкового критерия

$N$	Рациональная дефектность $\theta'$ , %	Рациональный коэффициент $k'$	$\Delta k = k' - 1.645$	Изменение средней расчетной прочности $\Delta k \times 5 \text{ МПа}$
3	6,54	1,511	- 0,134	- 0,67
4	7,89	1,413	- 0,232	- 1,16
5	8,81	1,353	- 0,292	- 1,46
6	9,39	1,317	- 0,328	- 1,64
7	9,73	1,297	- 0,348	- 1,74
8...10	10,0	1,282	- 0,363	- 1,82
35	9,64	1,302	- 0,343	- 1,71
Существующий вариант расчета:				
–	5,0	1,645	–	–

Таким образом, производитель, используя новый непараметрический критерий оценивания соответствия бетона в варианте (6.6), получает возможность рациональным образом рассчитывать необходимую среднюю прочность проектируемого бетона. Для любых размеров выборки эмпирических данных (последующего контроля прочности образцов бетона) достигается снижение расчетной средней прочности, что означает существенную экономию цемента при начальном подборе состава бетона. Фактический экономический эффект будет определяться также стратегией текущего контроля и, при наращивании объема выборки по мере производства бетона, возможным снижением его расчетной средней прочности с соответствующей корректировкой состава.

По результатам разработки нового непараметрического критерия соответствия для оценивания прочности бетона при ограниченной выборке результатов испытания, могут быть сделаны следующие выводы:

1. Разработанная методология оценивания соответствия прочности бетона, основанная на применении порядковых статистик, меняет подходы и снимает противоречия критериев, сформулированных в EN 206:2013 для стадии начального производства, когда оценивание выполняют в условиях ограниченной статистической информации о популяции произведенного бетона.

2. В отличие от требований EN 206:2013 оценивание производится с использованием всех доступных единичных результатов испытаний, полученных за оценочный период без деления на группы  $n=3$  (увеличение количества занимаемых результатов ведет к повышению вероятности приемки). При этом результат оценивания не зависит от величины стандартного отклонения в анализируемой популяции, на него практически не влияет тип вероятностного распределения прочности. Кроме того, не требуется проверка исходной выборки измерений на наличие автокорреляции. Важно подчеркнуть также, что на результат оценивания не оказывает влияния также способ получения единичных результатов испытаний (форма образца, прямое или косвенное измерение).

3. Главным преимуществом предложенного критерия является то, что он статистически обоснован и универсален. При его практическом применении

существенно снижается ошибка первого рода, т. е. риски производителя, связанные с отбраковкой пригодных партий произведенного бетона.

4. Разработанная универсальная процедура вычисления эстиматора (оценки) для оценивания характеристической прочности произведенного бетона с применением нового одиночного критерия, может быть применена также и при оценивании прочности бетона в существующих конструкциях в условиях ограниченной статистической информации.

## ГЛАВА 7

### НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНИВАНИЮ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ В СУЩЕСТВУЮЩИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ КОЛИЧЕСТВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОЛЕВЫХ ИСПЫТАНИЙ

---

#### 7.1 Методы оценивания *in-situ* характеристической прочности бетона на сжатие по результатам полевых испытаний согласно требованиям EN 13791

##### 7.1.1 Версия стандарта EN 13791: 2006-2012

В соответствии со стандартом [49] характеристическую *in-situ* прочность бетона на сжатие следует определять, пользуясь двумя методами (подходами) в зависимости от количества полученных единичных результатов испытаний.

**Метод А** (доступно для анализа как минимум 15 единичных результатов испытаний). В данном случае эстиматор  $\hat{f}_{p,\gamma}$  квантили *in-situ* прочности бетона имеет вид двойного критерия, опирающегося на работы *R. Caspeele* и *L. Taerwe* [54]:

$$\min \begin{cases} f_{ck, is} = f_{cm(n), is} - k_2 \cdot s; \\ f_{ck, is} = f_{is, lowest} + 4, \end{cases} \quad (7.1)$$

где  $s$  – стандартное отклонение для выборки результатов испытаний согласно [53]; если рассчитанное значение стандартного отклонения меньше 2 МПа, следует принять  $s = 2,0$  МПа;

$k_2$  – коэффициент, принимаемый равным 1,48 при отсутствии дополнительных указаний.

**Метод В** (доступно для анализа от трех до четырнадцати единичных результатов испытаний):

$$\min \begin{cases} f_{ck, is} = f_{cm(n), is} - k; \\ f_{ck, is} = f_{is, lowest} + 4, \end{cases} \quad (7.2)$$

где  $k$  – коэффициент, зависящий от количества единичных результатов испытаний, принимаемый по Таблице 7.1 (таблица 2 EN 13791 [49]).

Таблица 7.1 – Значения коэффициента  $k$  согласно [53]

$N$	$k$ , МПа
10 – 14	5
7 – 9	6
3 – 6	7

Как видно, двойной критерий (7.2) является некоторой модификацией критерия, принятого в EN 206 [2] для оценивания соответствия на стадии начального производства (метод А по EN 206). Несмотря на то, что в отличие от критерия, принятого в EN 206, значение коэффициента в критерии (7.2) зависит от количества результатов испытаний, еще в работе [50] было показано, что данный критерий разработан без ясного статистического обоснования. Из выполненного в этой работе анализа видно, что обеспеченность эstimатора квантили  $\hat{f}_{p,\gamma}$  зависит от вида функции распределения прочности в популяции произведенного бетона и стандартного отклонения. Оценка с использованием критерия (7.2) может давать в ряде случаев непредсказуемый результат.

### 7.1.2 Проект новой версии EN 13791 (2016)

Новый подход к определению характеристической *in-situ* прочности бетона по результатам испытаний образцов, отобранных в полевых условиях, предложил Т.А. Harrison [51]. В соответствии с этим подходом используются методы оценивания, изложенные в приложении D к EN 1990 [8], опирающиеся на нормальную версию уравнения:

$$f_{ck, is} = \hat{f}_{p,\gamma} = f_{cm(n), is} - t_{0.05} \cdot s_n \cdot \sqrt{1 + (1/n)}, \quad (7.3)$$

где  $s_n$  – стандартное отклонение (минимальное значение установлено равным 3 МПа, независимо от средней прочности).

Следует отметить, что при ближайшем рассмотрении зависимостей (7.1), (7.2) и (7.3), применяемых в приведенных стандартах для вычисления эstimаторов *in-situ* прочности, возникают закономерные вопросы, на которые инженер, производящий оценивание бетона, не обращает должного внимания:

1) Какова обеспеченность единичной оценки *in-situ* характеристической прочности, полученной с использованием эstimаторов  $\hat{f}_{ck, is}$ , содержащихся как в действующих, так и в разрабатываемых Евростандартах? Остается ли эта обеспеченность постоянной, либо изменяется в процессе оценивания различных групп результатов, происходящих из испытаний одной партии?

2) Какой показатель может быть принят в качестве базы сравнения для оценки эффективности предлагаемого эstimатора *in-situ* характеристической прочности?



## 7.2 Новый метод оценивания прочности бетона в существующих конструкциях при ограниченной выборке результатов испытаний

Необходимо понимать, что оценка *in-situ* характеристической прочности для ограниченной выборки результатов испытаний прочности (как правило, не более шести результатов испытаний выбуренных кернов для некоторой группы конструктивных элементов) базируется на единичном значении эстиматора  $\hat{f}_{ck, is}$ , полученного по зависимостям, содержащимся в стандарте. Отметим, что обеспеченность  $\gamma$  оценки характеристической прочности  $\hat{f}_{ck, is} = \hat{f}_{p, \gamma}$  в этом случае является неизвестной. Несмотря на то, что все результаты полевых испытаний прочности будут отобраны из конструкции, изготовленной из одной партии оцениваемого бетона, другая партия результатов испытаний даст другое значение эстиматора  $\hat{f}_{ck, is}$ , соответствующее другой обеспеченности в функции распределения эстиматора.

Как было указано в главе 6, новый непараметрический критерий оценивания соответствия бетона (6.5) обладает универсальностью и может быть применен также и при оценивании прочности бетона в существующих конструкциях в условиях ограниченной статистической информации. Для этого он был переформулирован как новый непараметрический метод вычисления оценки характеристической прочности бетона (т. е. квантили уровня  $p = 0,05$ ) в виде линейной комбинации трех первых порядковых статистик эмпирического ряда измерений [52, 53, 54, 55]:

$$f_{ck, is} = \hat{f}_{0.05, \gamma} = f_{c \min} - \lambda_1 \cdot \Delta_{2-1} - \lambda_2 \cdot \Delta_{3-2}. \quad (7.4)$$

Расшифровка переменных, входящих в (7.4), в целом аналогична (6.5), а запись тестовых коэффициентов в виде  $\lambda_1 = \lambda_1(\gamma, N)$  и  $\lambda_2 = \lambda_2(\gamma, N)$  подразумевает произвольный уровень задаваемой обеспеченности (коэффициента доверия)  $\gamma$  оценки  $\hat{f}_{p, \gamma}$  квантили уровня  $p$  – как вероятности того, что оценка не превысит истинного значения квантили. Значения тестовых коэффициентов для некоторых уровней обеспеченности приведены ранее в таблице 6.1.

Было выполнено сравнение нового непараметрического метода с известными, описанными в п. 7.1 методами: А (EN 13791:2006-2012 [49]) и В (проект EN 13791:2016 [51]) вычисления оценок характеристической прочности, основанными на традиционных (параметрических) статистических процедурах [53, 54]. Для сравнительного анализа использовались симуляции Монте-Карло с некоторым вероятностным законом распределения параметра прочности (в качестве базового принималось нормальное распределение, усеченное квантилями уровней 0,01 и 0,98). Параметр масштаба (среднеквадратическое отклонение) распределения варьировался в пределах  $\sigma = 2 \dots 5 \text{ МПа}$ , а математическое ожидание вычислялось из условия постоянства некоторой характеристической прочности (выбранного класса бетона). Из заданной таким образом сово-

купности с известной характеристической прочностью  $f_{ck, is}$  генерировалось от 2000000 до 10000000 случайных выборок – групп  $\{f_{c1}, f_{c2}, \dots, f_{cN}\}$  из  $N = 3, 4, 5, \dots, 15$  результатов. Каждая полученная группа подвергалась обработке (расчету оценки  $\hat{f}_{ck, is}$  характеристической прочности) с использованием методов А и В, а также новым методом для двух уровней обеспеченности вычисленной оценки ( $\gamma = 0,5$  и  $\gamma = 0,75$ ). Набор результатов  $\hat{f}_{ck, is}$  в каждом варианте (объем  $N$  выборок и метод расчета) образовывал некоторое распределение. Для примера, на рисунке 7.1 представлены графики плотности вероятности оценки  $\hat{f}_{ck, is}$  для бетона класса С 30/35 со среднеквадратическим отклонением прочности  $\sigma = 5 МПа$ , полученной новым методом.

Для каждого полученного распределения определялся 95-процентный интервал, нижняя и верхняя границы которого соответствовали квантилям этого распределения с уровнями 0,025 и 0,975. Результаты сравнительной верификации известных и нового методов на примере бетона класса С 30/35 со среднеквадратическим отклонением прочности  $\sigma = 4 МПа$  представлены на рисунке 7.2 [53, 54, 55].

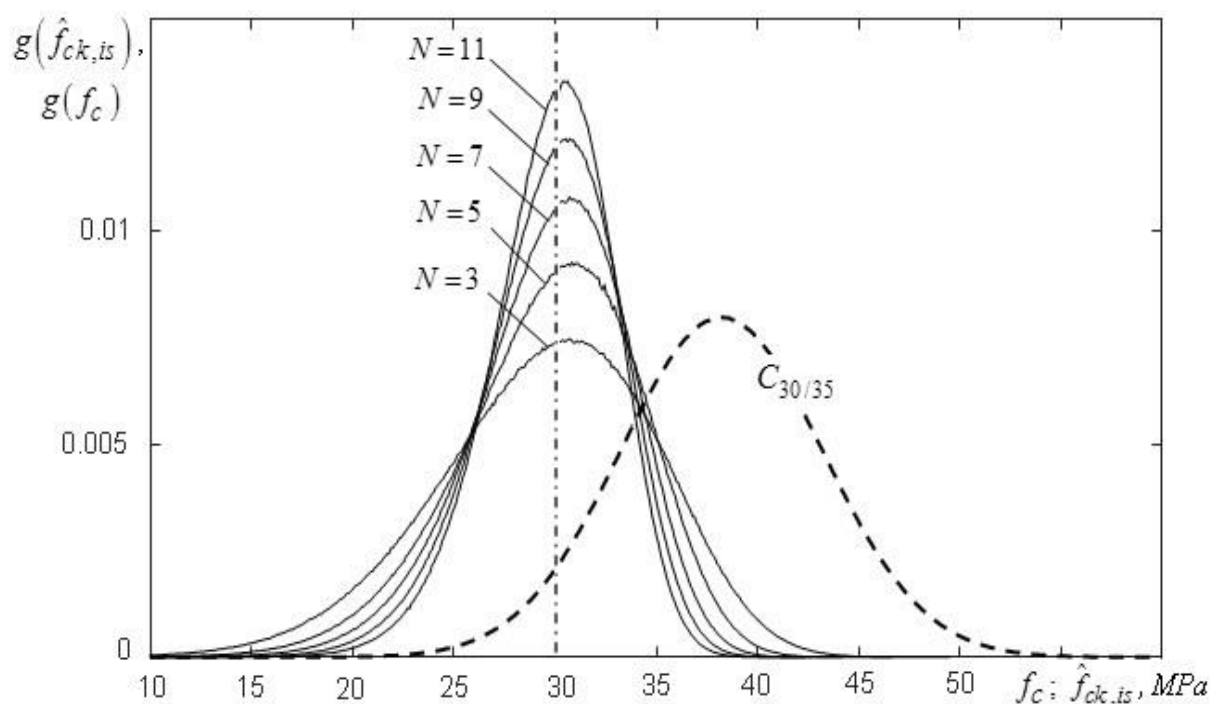


Рисунок 7.1 – Плотности вероятности прочности  $f_c$  бетона класса С 30/35 (штриховая линия) и оценок  $\hat{f}_{ck, is}$  характеристической прочности бетона (сплошные линии) для различного объема выборки результатов испытаний [55]

**Метод А** (EN 13791:2006-2012 [49]), основанный на вычислении среднего значения  $f_{cm(n), is}$  по выборке результатов измерений с учетом фиксированной, для определенного размера  $n$  группы результатов, поправки  $k$ , дает оценку с наименьшим среднеквадратическим отклонением (рассеянием), поэтому такая

оценка  $\hat{f}_{ck, is}$  формально является эффективной (в сравнении с другими рассматриваемыми методами). Эта оценка, однако, не может быть признана несмещенной, поскольку ее медиана (ввиду явной симметричности распределения оценки для данного метода она практически совпадает со средним значением) лишь иногда примерно равна оцениваемому параметру. В рассматриваемом на рис. 7.2 примере такое равенство имеет место для случаев  $N=7\dots 9$ , т. е. при поправке  $k=6$  МПа. При этом для других среднеквадратических отклонений прочности или для бетонов других классов равенство может иметь место при иных объемах выборки (например, при  $N=10\dots 15$  для  $\sigma=3$  МПа у бетона класса С 30/35), либо не достигаться вовсе (например, для  $\sigma=5$  МПа у бетона того же класса). Кроме того, оценка не является состоятельной, так как с увеличением объема выборки она может не приближаться, а, наоборот, удаляться от истинного значения (как и в рассматриваемом примере).

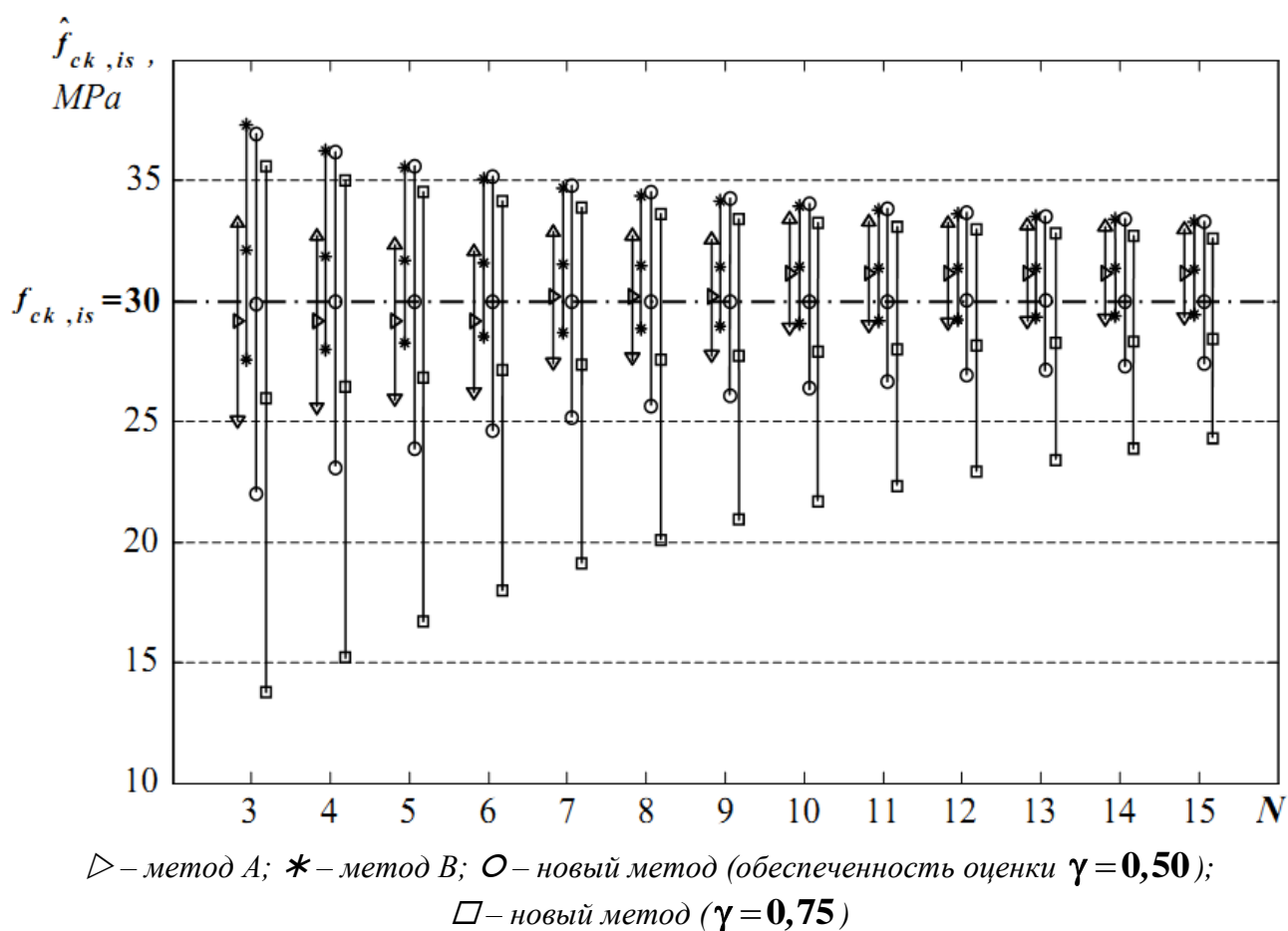


Рисунок 7.2 – Интервалы рассеяния и медианы оценок характеристической прочности бетона класса С 30/35 ( $\sigma = 4$  МПа) для различного объема результатов испытаний [54]

**Метод В** (проект EN 13791:2016 [51]), основанный на максимально правдоподобном оценивании с учетом вычисления среднеквадратического отклонения прочности в выборке результатов, дает почти такую же эффективную, как и в предыдущем методе, оценку  $\hat{f}_{ck, is}$ . Эта оценка обладает заметно большей состоятельностью (с этой точки зрения метод **В** предпочтительнее метода **А**), од-

нако расхождение ее медианы (и среднего значения, т. к. ее распределение по-прежнему почти симметрично) с истинным значением квантили распределения прочности в рассматриваемом примере остается существенным даже при  $N=15$ , поэтому оценка, очевидно, также не может считаться несмещенной.

При данном анализе с применением результатов, симулированных из генеральной совокупности, эффективность оценок, получаемых новым методом, заметно ниже (особенно при высоком уровне обеспеченности  $\gamma=0,75$ ). Важно отметить практически полное совпадение медианы распределения оценки (при обеспеченности  $\gamma=0,5$ ) с истинным значением квантили для всех  $N=3, 4, 5, \dots, 15$ . Поэтому эта оценка является почти абсолютно несмещенной. При других уровнях обеспеченности данного свойства оценки формально и нельзя ожидать, поскольку тогда совпадать с истинным значением характеристической прочности будет не медиана, а другая (например, 75-процентная при  $\gamma=0,75$ ) квантиль распределения оценки. Новая оценка также определенно состоятельна, т. к. ее эффективность явно возрастает с увеличением объема выборки, при этом даже при обеспеченности, не равной  $\gamma=0,5$ , медиана распределения приближается к истинному значению.

Следует также особо отметить, что верхние границы интервалов рассеяния оценок, получаемых новым методом для различных уровней обеспеченности  $\gamma$ , почти идентичны верхним границам таких интервалов, полученных для метода В (а в некоторых случаях – также и для метода А). Этот факт может дополнительно свидетельствовать в пользу корректности нового метода

Таким образом, новый метод оценивания имеет явные преимущества перед известными методами А и В, так как дает возможность получить несмещенную и состоятельную оценку характеристической прочности бетона в существующих конструкциях при ограниченном количестве результатов испытаний прочности. Помимо этого, такой метод позволяет получать оценку с заранее заданной обеспеченностью (коэффициентом доверия) Для каждого полученного распределения определялся 95-процентный интервал, нижняя и верхняя границы которого соответствовали квантилям этого распределения с уровнями 0,025 и 0,975. Результаты сравнительной верификации известных и нового методов на примере бетона класса С 30/35 со среднеквадратическим отклонением прочности  $\sigma=4$  МПа представлены на рисунке 7.2 [53, 54].

Методы, приведенные в действующей и новой версиями стандарта EN 13791, имеют более высокую эффективность, однако данное преимущество выглядит сомнительным с точки зрения обеспечения надежности (безопасности) конструкций из следующих соображений:

- во-первых, уровень обеспеченности этих оценок, установленный в результате выполненной симуляции, колеблется в широких пределах, а априори (при практическом применении известных методов) вообще неизвестен;

- во-вторых, в некоторых случаях (например, для бетона класса С 30/35 при  $\sigma=5$  МПа и  $N > 10$ ) в достаточно узкий, ввиду формально высокой эффективности оценки, интервал ее рассеяния истинное значение характеристической прочности вообще не попадает.

## 7.3 Возможности нового непараметрического метода для решения задач оценивания прочности бетона

### 7.3.1 Восстановление вероятностного распределения оценки квантили

Как уже указывалось (см., например, п. 6.3 и таблицу 6.1), новый метод оценивания допускает выполнение оценивания при произвольном задании уровня обеспеченности  $\gamma$ . Нами были найдены значения безразмерных тестовых коэффициентов  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  критерия в широком диапазоне значений  $\gamma$  (пример для случая  $N=3$  приведен на рисунке 7.3), что дает возможность вычислять значения оценки характеристической прочности, соответствующие различным процентилям (например, децилям) вероятностного распределения [55].

В свою очередь, это позволяет, с заданной точностью, численным методом восстановить эмпирическое распределение вероятности  $g(\hat{f}_{ck, is})$  оценки 0,05-квантили для конкретной выборки результатов измерений прочности. На рисунке 7.4 представлены примеры восстановленных распределений эстиматора квантили – для случая минимального объема выборки ( $N=3$ ) и диапазона параметра  $\gamma=0,05\dots0,95$  с шагом, равным 0,05 (уменьшая шаг, можно получать почти гладкие функции) [55].

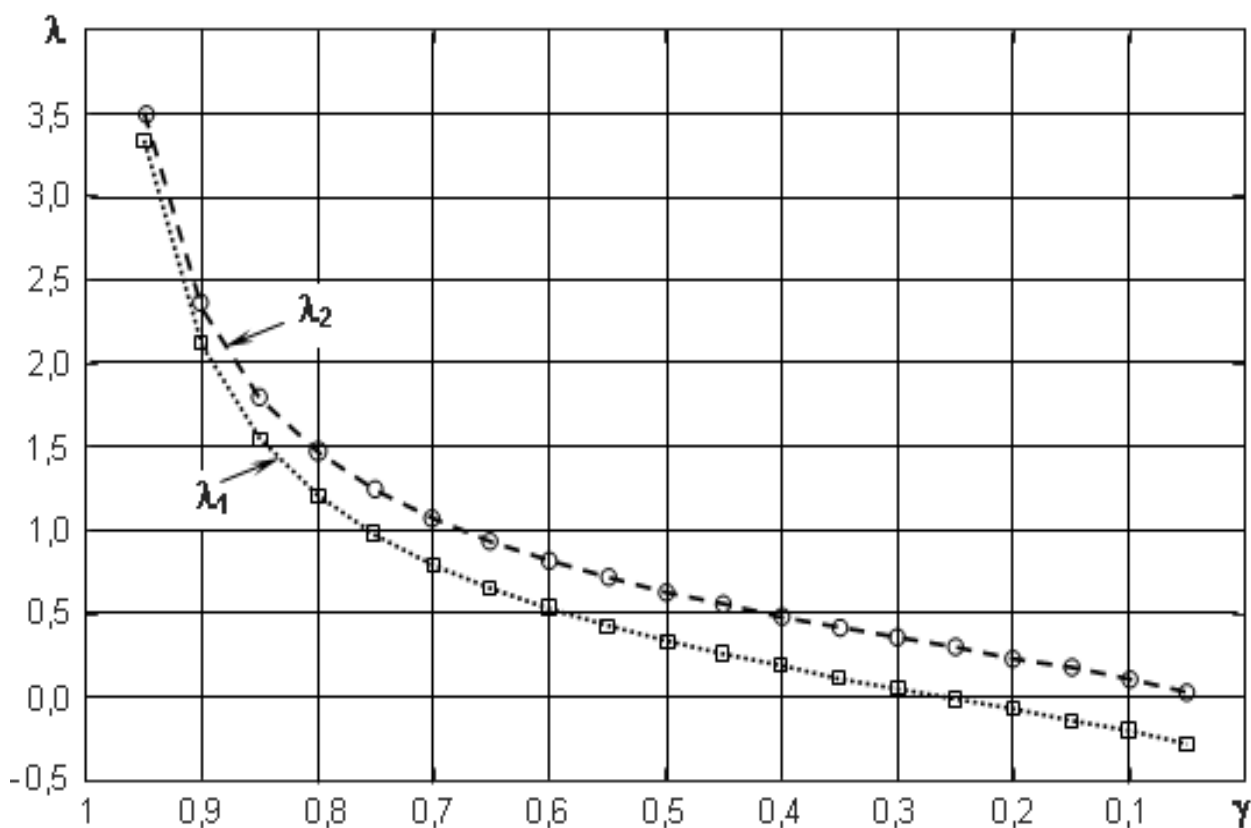


Рисунок 7.3 – Значения тестовых коэффициентов критерия для расчета оценок характеристической прочности бетона с различной обеспеченностью (объем выборки  $N=3$ ) [55]

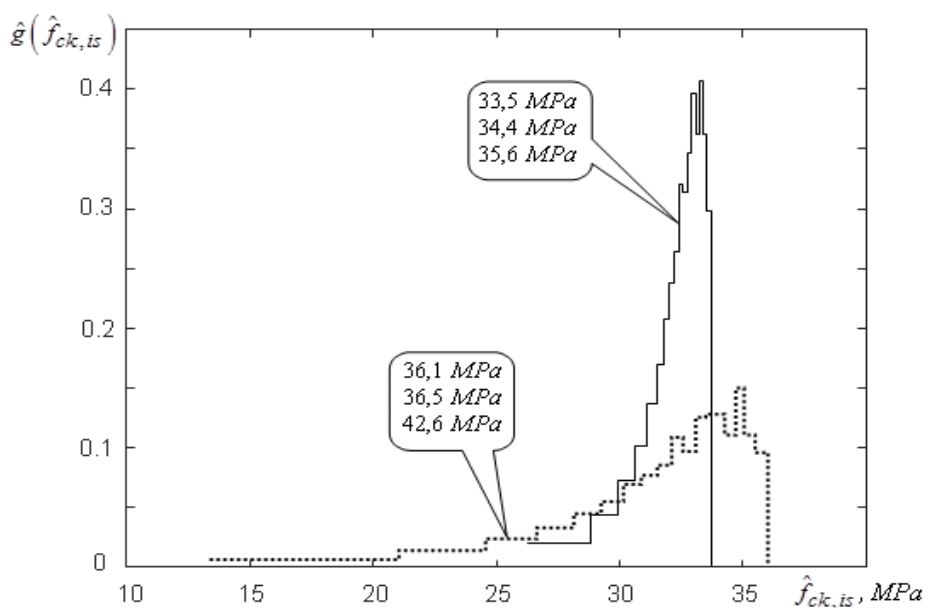


Рисунок 7.4 – Примеры вероятностных распределений характеристической прочности бетона класса С 30/35, полученных по ограниченным выборкам с использованием нового метода оценивания (в выносках приведены значения результатов испытаний прочности) [55]

Большое влияние на результаты оценивания оказывает размах эмпирической выборки (изменчивость результатов внутри эмпирического теста). Формально более высоким результатам прочности в выборке  $\{36,1; 36,5; 42,6 \text{ МПа}\}$ , ввиду значительной изменчивости, соответствует распределение (показано на рисунке точечной линией), в котором вероятность того, что оценка характеристической прочности окажется ниже указанной в классе (30 МПа), достигает 0,35. Выборка  $\{33,5; 34,4; 35,6 \text{ МПа}\}$ , напротив, состоит из очевидно более низких результатов, но имеет и меньшую изменчивость, поэтому вероятность недостаточной (относительно указанной в классе) оценки характеристической прочности не превышает 0,15 (как первая, так и вторая выборки принадлежат одному и тому же классу бетона С 30/35).

Восстановленное вероятностное распределение 5 %-квантили прочности бетона дает возможность получить оценку характеристической прочности с любым заданным уровнем обеспеченности (в диапазоне вплоть до  $\gamma = 0,95$ ), но при этом важнейшим становится вопрос назначения этого уровня. Например, вряд ли уровень обеспеченности  $\gamma = 0,50$  может считаться достаточным для целей практического оценивания прочности бетона в существующих конструкциях. Ведь в этом случае результат оценивания по конкретной выборке результатов с вероятностью 0,5 может оказаться завышенным относительно фактической характеристической прочности (т. н. «переоценивание»), но и с такой же вероятностью  $1 - \gamma = 0,5$  – заниженным («недооценивание»).

Полезным в задачах практического оценивания может оказаться тот факт, что новый метод, будучи основан на порядковых статистиках, не зависит от стандартного отклонения результатов испытания прочности (точнее, он не требует знания этого параметра, но автоматически его учитывает).

Стандартное отклонение (изменчивость эмпирических результатов) внутри одного теста из 3...6 испытаний, как правило, существенно ниже, чем этот же параметр для некоторого класса бетона (в определенном смысле – для генеральной выборки), либо для результатов испытаний, сгруппированных по многим партиям (тестам). Новый метод в этом случае может иметь преимущества перед существующими методами оценивания, которые либо никак не учитывают стандартное отклонение (метод А – для малых групп результатов, при  $N < 15$ ), либо ограничивают величину стандартного отклонения снизу величиной 3 МПа (метод В).

### 7.3.2 Сравнение возможностей нового и известных методов

Нами была выполнена проверка возможностей всех сравниваемых методов оценивания характеристической прочности на эмпирических результатах испытаний, полученных в полевых условиях для четырех групп бетонов с характеристической прочностью в диапазоне 30...41 МПа. Объем группы – от шести-десяти одного до восьмидесяти девяти тестов, или от ста восьмидесяти трех до двухсот шестидесяти семи единичных результатов (все тесты состояли из трех результатов). Для каждого теста вычисляли оценки *in-situ* характеристической прочности: известными методами А и В, а также новым методом с уровнем обеспеченности  $\gamma = 0,50$ . Сравнение полученных оценок с характеристическим значением (5 %-квантилью для данной группы бетона) приведено в таблице 7.2 [55].

Таблица 7.2 – Сравнительный анализ методов оценивания характеристической прочности по эмпирическим результатам испытаний для нескольких групп бетонов [65]

Номер группы	Описательные статистические параметры				Число / доля результатов оценивания (тестов), лежащих ниже 5%-квантили		
	количество тестов (единичных результатов)	среднее значение, МПа	стандартное отклонение, МПа	5%-квантиль, МПа	для метода А	для метода В	для нового метода ( $\gamma = 0,50$ )
I	61 (183)	43,8	5,1	35,5	21 / 34%	19 / 31%	14 / 23%
II	72 (216)	39,8	4,0	33,3	40 / 56%	32 / 44%	13 / 18%
III	89 (267)	38,8	5,0	30,5	36 / 40%	31 / 36%	16 / 18%
IV	74 (222)	48,4	4,7	40,7	40 / 54%	28 / 38%	9 / 12%

Приведенные в таблице 7.2 результаты показывают, что оценки характеристической прочности по отдельным тестам (группам из трех результатов) существенно занижены по отношению к фактической 5 %-квантили. При идеальном оценивании доля оценок, лежащих ниже 5 %-квантили, также должна составлять 5 %, поэтому с формальной точки зрения, метод А дает около 30...50 % ошибок 1-го рода, метод В – 25...40 %, а новый метод – 7...18 % таких ошибок. Более того, в отдельных случаях (3 теста, т. е. около 5 %, для группы I) метод А дает, относительно результатов нового метода, даже ошибки 2-го рода.

Как и предполагалось, новый метод оказывается предпочтительным в условиях малой изменчивости результатов внутри одного теста (этот параметр, как правило, лежал в диапазоне  $1 \dots 2,5 \text{ МПа}$ ). В дальнейшем исследовании для каждого из тестовых результатов всех групп бетона выполнялось восстановление, с использованием нового метода, эмпирических вероятностных распределений 5 %-квантили прочности, которые использовали как шаблоны – для определения, какому именно уровню обеспеченности, относительно шаблона (нового метода), соответствует каждая конкретная оценка, вычисленная методом А (EN 13791:2006-2012 [49]) и методом В (проект EN 13791:2016 [51]). Полученные гистограммы для всех групп бетона имели сходный вид, поэтому они были сведены в общий полигон относительных частот  $w_i = w(\gamma_i)$ , представленный на рисунке 7.5 [55].

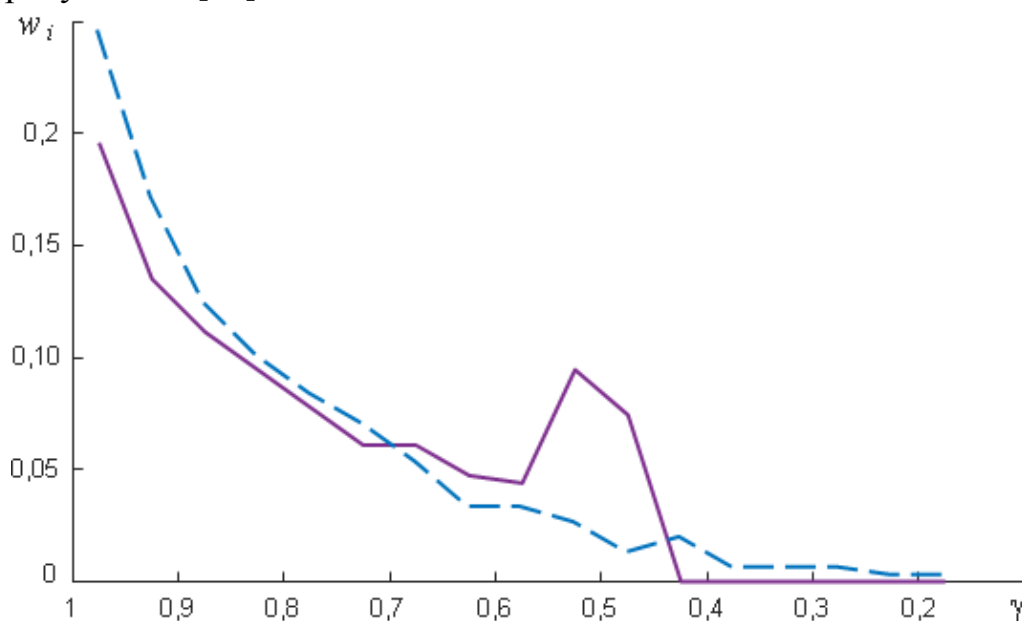


Рисунок 7.5 – Полигоны относительных частот уровня обеспеченности оценки характеристической прочности бетона, получаемой методом А (пунктирная линия) и методом В (сплошная линия) [55]

Приведенные на рисунке 7.5 результаты подтверждают, что оценка по методу В (проект EN 13791:2016 [51]), по сравнению с методом А (EN 13791:2006 [49]), более адекватна, поскольку практически исключает «переоценивание» прочности (т.е. получение оценок с малой обеспеченностью) и несколько снижает частоту «недоценивания» (оценок с обеспеченностью  $\gamma = 0,70$  и выше). Тем не менее, оба эти метода склонны к завышению обеспеченности, вплоть до уровня  $\gamma = 0,90$  и более, поэтому являются, скорее «консервативными». Данное обстоятельство может казаться оправданным при практическом оценивании прочности бетона в существующих конструкциях, так как почти полностью исключает опасные, с точки зрения обеспечения надежности конструкций, ошибки 2-го рода. Однако мы считаем, что при этом надежность конструкций будет оценена некорректно – в сторону ее существенного занижения, что может привести к ложному выводу о необходимости выполнения усиления либо демонтажа пригодных кон-



струкций. Поэтому наиболее целесообразным представляется анализ надежности конструкции на основе вероятностных распределений 5%-квантили прочности, численно восстанавливаемых новым методом по конкретной эмпирической выборке результатов испытаний. При установленном распределении эstimатора обеспеченность оценивания должна назначаться исходя из требуемого уровня надежности.

### 7.3.3 Анализ положения эstimаторов прочности, получаемых известными методами

В связи с указанной выше (см. п. 7.3.1) проблемой «недо- / переоценивания», наряду с методами стандарта EN 13791 (методы А и В, см. п.п. 7.1.1, 7.1.2) следует рассмотреть также способ оценивания, внесенный в CEN Guide на основе стандарта EN 1990 [30], позволяющий, в предположении логнормального распределения параметра прочности, получить оценку с фиксированной обеспеченностью  $\gamma = 0,75$  – метод С:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{ck, is} = \hat{f}_{p, 0.75} = \exp(m_y - k_N s_y) \cdot [f_c] \\ m_y = \sum \ln x_i / N, \quad x_i = f_{ci} / [f_c] \\ s_y = \sqrt{\sum (\ln x_i - m_y)^2 / (N - 1)} \end{array} \right., \quad (7.5)$$

где  $f_{ci}$ ,  $i = \overline{1, N}$  – единичные результаты измерения прочности бетона, МПа;  
 $k_N$  – коэффициент, зависящий от количества  $N$  единичных результатов испытаний ( $k_N = 3,37$  для  $N = 3$ ).

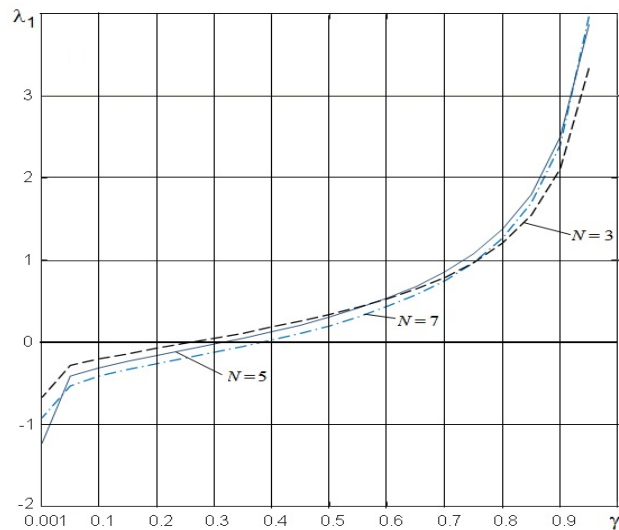
$[f_c] = 1 \text{ МПа}$  – единица измерения прочности бетона.

Анализ методов оценивания характеристической *in-situ* прочности бетона на сжатие, с использованием восстановленных распределений, выполнялся на тех же, что и в п. 7.3.2, эмпирических результатах испытаний (тестах), полученных в полевых условиях. Для этих тестов, с использованием нового метода и значений безразмерных тестовых коэффициентов  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  критерия по рисунку 7.6, восстанавливали распределение эstimатора прочности ( $N = 3$ ) с шагом уровня обеспеченности  $\Delta\gamma = 0,05$ , а затем вычисляли оценки *in-situ* характеристической прочности указанными выше методами А, В и С [55, 56, 57].

Результаты сравнения уровней обеспеченности приведены на рисунке 7.7. В приведенных примерах восстановленных распределений обеспеченность эstimатора *in-situ* характеристической прочности уменьшается при движении по «ступенькам» гистограммы слева направо: начало первой (крайней слева) «ступеньки» соответствует обеспеченности оценки  $\gamma = 0,95$ , второй – обеспеченности  $\gamma = 0,90$ , и т. д.

Сравнение положений эстиматоров, вычисленных известными методами, с гистограммами восстановленных распределений показало, что методы А и В весьма неустойчивы с точки зрения фактической обеспеченности получаемых оценок, которая может меняться в очень широких пределах – от 0,25...0,35 (как на рисунке 7.7а) до более чем 0,95 (как на рисунке 7.7в). Установлено, что занижение обеспеченности (т.е. «переоценивание» характеристической прочности бетона) имеет место при большом относительном размахе результатов испытаний прочности  $v = (\Delta_{2-1} + \Delta_{3-2})/f_{c\min}$  (более 0,23 в примере рис. 7.7а). Напротив, при малых значениях относительного размаха ( $v = 0,03$  на рис. 3в и  $v = 0,06$  на рисунке 7.7г) наблюдается явное завышение обеспеченности, что означает существенное «недооценивание» параметра прочности. Лишь при средних значениях относительного размаха (например,  $v = 0,08$  на рисунке 7.7б) все три рассматриваемых метода дают сходный результат оценивания или даже совпадают.

а)



б)

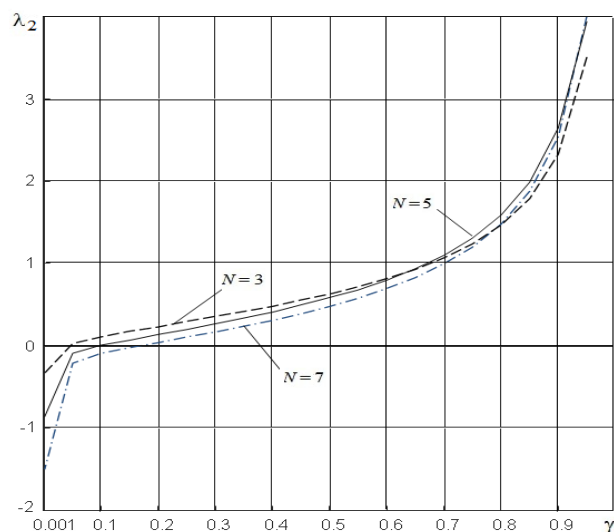


Рисунок 7.6 – Значения тестовых коэффициентов  $\lambda_1$  (а) и  $\lambda_2$  (б) критерия для расчета оценок характеристической прочности бетона с различной обеспеченностью по выборке объема  $N$  [55, 57]

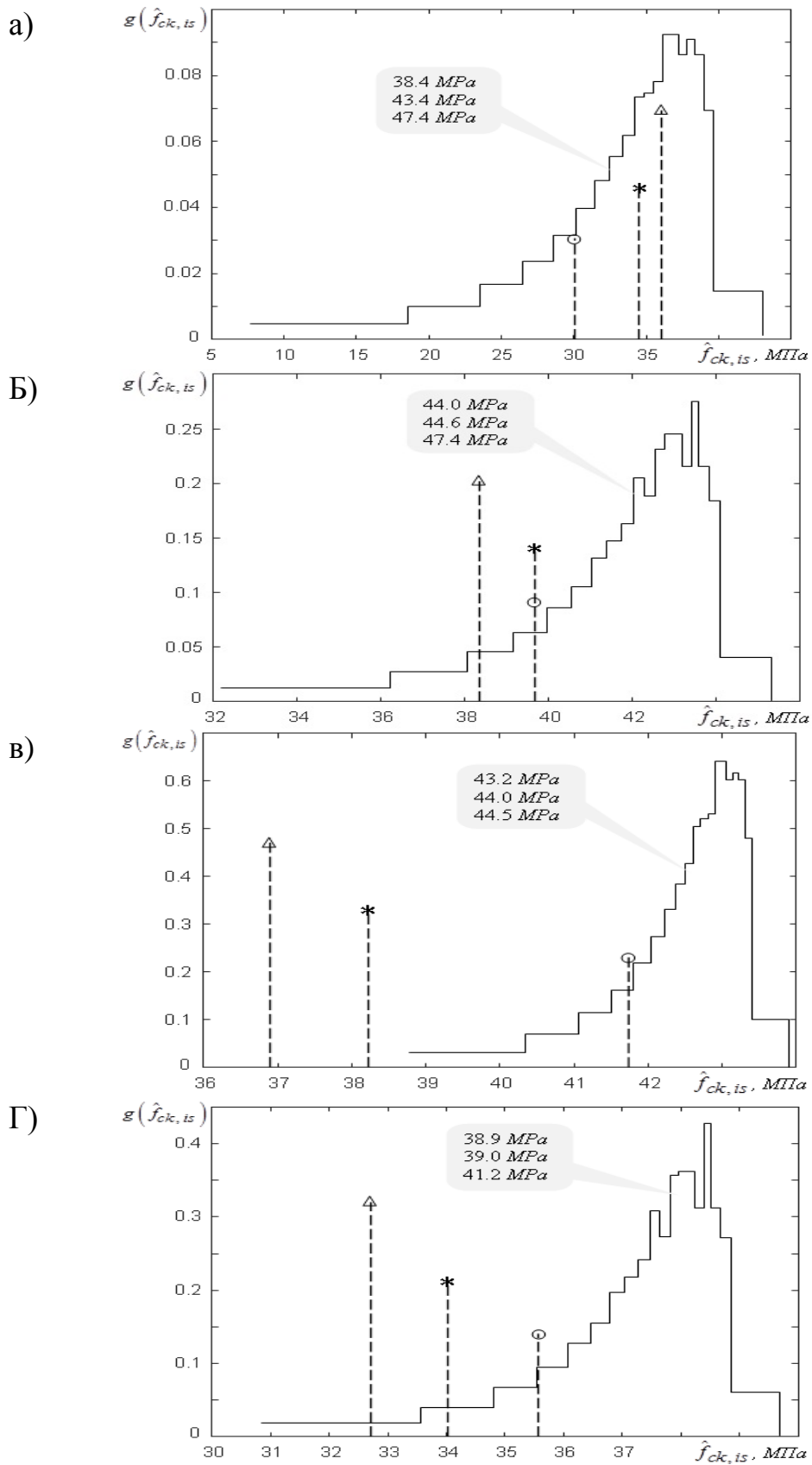


Рисунок 7.7 –Примеры восстановленных вероятностных распределений эстиматора *in-situ* характеристической прочности бетона – в сравнении с оценками, полученными методами А ( $\triangle$ ),–В ( $*$ )и С ( $\circ$ ) [55, 57]

Как уже указывалось, оценки, получаемые методами А и В, являются эффективными и состоятельными (но, в общем случае, также и смещенными). Однако в реальной ситуации, когда оценивается *in-situ* отдельная партия бетона (конкретный тест, содержащий всего лишь нескольких результатов испытаний), ситуация меняется: значимость формальной эффективности оценок «в целом» уступает более важному здесь свойству несмещенности. Наблюдаемые при этом отклонения оценок, получаемых методами А и В, от оценки по методу С, достигающие величины  $\pm 4...5 \text{ МПа}$  и более, можно считать практически неприемлемыми.

Уровень обеспеченности оценок, получаемых методом С, варьируется в сравнительно узком диапазоне  $\gamma = 0,70...0,80$  (см., например, рисунки 7.7а, 7.7г), что в целом соответствует декларируемому, для данного метода, фиксированному значению обеспеченности  $\gamma = 0,75$ . С этой точки зрения, данный метод следует признать наилучшим среди анализируемых известных методов.

Однако, по нашему мнению, оценивание *in-situ* характеристической прочности бетона с заранее заданным (фиксированным) значением обеспеченности оценки  $\gamma$  не является оправданным. Само по себе оценивание, в конечном счете, направлено на проверку фактического выполнения некоторых условий, обеспечивающих требуемую надежность существующей железобетонной конструкции, но ни один из известных методов (включая также и метод С) не содержит обоснования требуемого уровня обеспеченности  $\gamma$ , при которой следует подтверждать (или опровергать) выполнение таких условий. Поэтому рассмотрим далее вопрос оценивания *in-situ* характеристической прочности бетона во взаимосвязи с вопросом достижения некоторой заданной надежности для конкретной анализируемой железобетонной конструкции.

По результатам анализа известных подходов к оцениванию прочности бетона в существующих конструкциях и методов оценивания при ограниченной выборке результатов испытаний, могут быть сделаны следующие выводы.

1. Как действующие, так и разрабатываемые Европейские стандарты (EN 13791:2006/2016) предлагают методы оценивания *in-situ* характеристической прочности бетона с некоторым неизвестным и непостоянным уровнем обеспеченности  $\gamma$ , что в некоторых случаях может приводить не только к недооценке, но даже к переоценке надежности существующих конструкций. Более надежный результат оценивания дает эстиматор (7.3), включенный в новую версию EN 13791.

2. Предложен новый эстиматор  $\hat{f}_{p,\gamma}$  оценивания характеристической *in-situ* прочности, основанный на положениях теории порядковых статистик. В рамках предложенного подхода существует возможность рассчитать значения коэффициентов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , входящих в аналитическое описание эстиматора  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , для различных уровней  $\gamma$  вероятностной обеспеченности оценки. Это в свою очередь дает возможность выполнить численное восстановление функции распре-

деления эstimатора по каждой конкретной выборке результатов испытаний ограниченного объема  $N$  (начиная с  $N=3$ ).

3. Предложенный подход к восстановлению распределения эstimатора по ограниченной выборке результатов позволяет получить «шаблон» для анализа эstimаторов другого типа. Анализ, проведенный на фоне данных, полученных в полевых испытаниях, показал, что обеспеченность оценок, получаемых известными методами, может изменяться в широких пределах – от 0,20 до 0,99 для метода А (EN 13791:2006-2012 [49]), и от 0,45 до 0,99 для метода В (проект EN 13791:2016 [51]). В обоих этих методах наблюдается общая тенденция к завышению обеспеченности оценки, а тем самым – к занижению, по отношению к фактической характеристической прочности бетона, самой оценки, а значит и надежности оцениваемой конструкции.

4. Предложенный метод, позволяющий восстановить функцию распределения эstimатора  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , должен также изменить и общий подход к оцениванию прочности бетона в существующих конструкциях, а именно: по конкретным результатам испытаний (начиная с  $N=3$ ) численно восстанавливают функцию распределения  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , а затем из нее принимают значение *in-situ* характеристической прочности для некоторого установленного уровня обеспеченности. Основным вопросом при этом является именно нахождение требуемого значения  $\gamma$  (или нескольких таких значений), которое (которые) могут быть приняты только в результате совместного рассмотрения функции распределения эstimатора и показателей надежности конструкций.

## ГЛАВА 8

### АДАПТАЦИЯ НОВОГО МЕТОДА ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА К РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КОНСТРУКЦИИ

---

#### 8.1 Условия обеспечения расчетной (целевой) надежности железобетонных конструкций

Анализ надежности конструкции выполним на типовом примере расчета сжатой железобетонной колонны, в котором состояние колонны  $X$  определяется как разность ее сопротивления сжатию  $R$  и внешней сжимающей нагрузки  $E$  (с учетом ошибок  $k_R$  и  $k_E$  модели сопротивления и модели нагрузки, соответственно) [59, 60, 61, 62]

$$X = k_R \cdot R - k_E \cdot E = k_R (bh \cdot f_c + \rho \cdot bh \cdot f_y) - k_E (G + Q_{50}), \quad (8.1)$$

где  $b$  и  $h$  – соответственно, ширина и высота поперечного сечения колонны, м;  
 $f_c$  и  $f_y$  – прочность на сжатие соответственно бетона и металла арматуры, Па;

$\rho$  – коэффициент армирования колонны;

$G$  – величина постоянной нагрузки на колонну,  $H$ ;

$Q_{50}$  – величина наибольшей, за период 50 лет, переменной нагрузки на колонну,  $H$ .

Все входящие в (8.1) переменные (за исключением коэффициента армирования  $\rho=0,005$ ) являются непрерывными случайными величинами, поэтому состояние колонны – также непрерывная случайная величина с некоторым распределением  $g_X(X)$ , тогда вероятность отказа (разрушения) колонны за установленный период

$$q(t = 50 \text{ лет}) = \Pr\{X \leq 0\} = \int_{-\infty}^0 g_X(X) dX. \quad (8.2)$$

Путем деления (8.2) на масштабный коэффициент  $k_R b h$ , зависящий, в основном, от сечения колонны, получаем некоторое нормированное, к сечению колонны, состояние  $X^*$  – как разность прочности бетона на сжатие  $f_c$  и нормированной (к сечению колонны) нагрузки  $E^*$ :

$$X^* = f_c - E^* = f_c - \frac{k_E(G + Q_{50}) / k_R - \rho \cdot b h \cdot f_y}{b h}, \quad (8.3)$$

при этом вероятность отказа, очевидно, не претерпит изменений:  $\Pr\{X^* \leq 0\} = \Pr\{X \leq 0\} = q$ .

Для вероятностного моделирования распределения функции  $g_X(X^*)$  рассчитаем полувероятностным методом частных коэффициентов значения переменных, входящие в (8.3), определим их как случайные величины и сведем в таблицу 8.1 [59, 60].

Таблица 8.1 – Характеристика переменных функции состояния железобетонной колонны, как непрерывных случайных величин [59, 60]

Обозначение переменной	Наименование переменной	Единица измерения	Параметры функции вероятностного распределения			
			тип функции	характеристическое значение	среднее значение	коэффициент вариации
$f_c$	прочность бетона	$МПа$	N	30	38	4,8 / 38
$f_y$	прочность арматуры	$МПа$	LN	500	560	0,054
$b$	ширина сечения колонны	$м$	N	0,5	0,5	0,033

Обозначение переменной	Наименование переменной	Единица измерения	Параметры функции вероятностного распределения			
			тип функции	характеристическое значение	среднее значение	коэффициент вариации
$h$	высота сечения колонны	$m$	N	0,5	0,5	0,033
$G$	постоянная нагрузка	$kH$	N	2000	2000	0,10
$Q_{50}$	переменная нагрузка	$kH$	GU	1500	$0,6 \times 1500$	0,35
$k_R$	ошибка модели сопротивления	–	LN	–	1	0,10
$k_E$	ошибка модели нагрузки	–	LN	–	1	0,10

Примечание – Типы функций: N – нормальное распределение; LN – логнормальное распределение; GU – распределение Гумбеля

На рисунке 8.1 приведен пример результата вероятностно-статистического моделирования нормированной функции состояния для бетона класса С 30/37, а также принцип варьирования прочности бетона, что позволяет анализировать зависимость вероятности  $q$  отказа конструкции от характеристической прочности (фактора)  $f_{ck, is}$ .

В области малых значений вероятностей отказа (например  $q \leq 10^{-3} \ll 1$ ) зависимость  $q = q(f_{ck})$  может быть весьма точно аппроксимирована логарифмической регрессионной моделью (т. е. линейной моделью в полулогарифмических координатах):

$$\lg q = a - b \cdot f_{ck} / [f], \quad (8.4)$$

где  $a, b$  – коэффициенты регрессионной модели,

$[f]$  – единица измерения параметра прочности бетона,  $[f] = 1 \text{ МПа}$ .

Так, например, представленная на рис. 8.2 модель (8.4) с коэффициентами  $a = 2,3$  и  $b = 0,288$  имеет коэффициент детерминации  $R^2 = 0,9998$ .

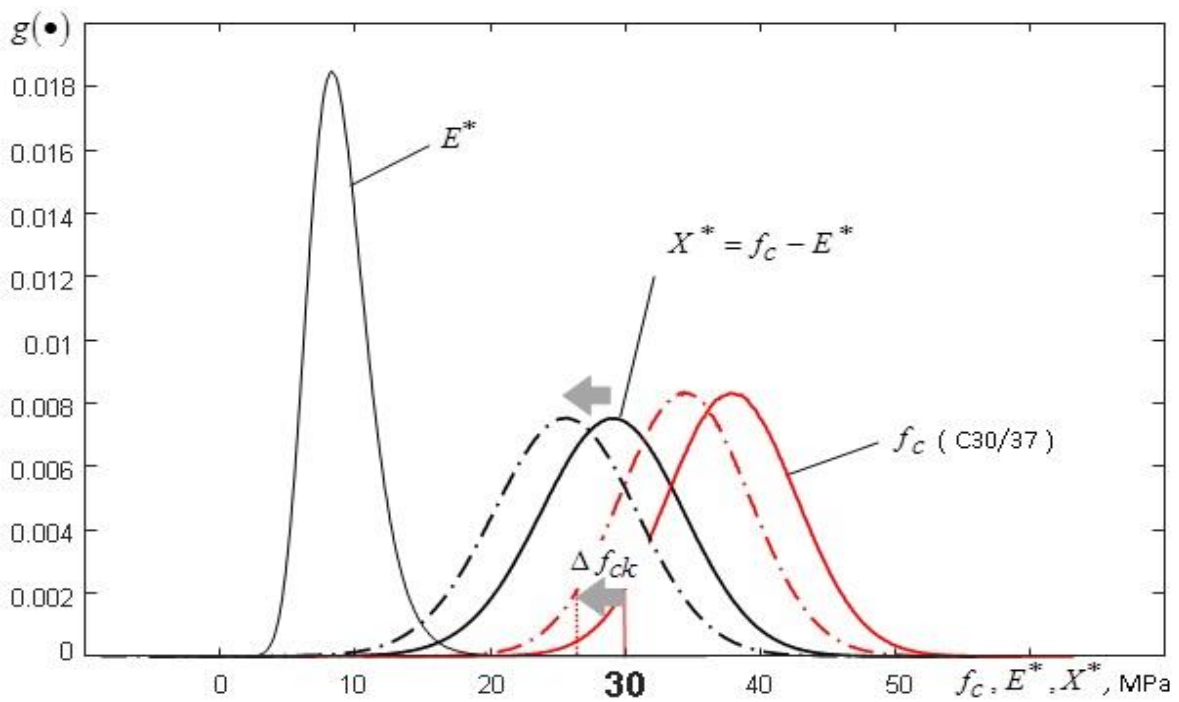


Рисунок 8.1 – Пример вероятностно-статистического моделирования нормированной функции состояния  $X^*$ , как разности прочности бетона на сжатие  $f_c$  и нормированной нагрузки  $E^*$  (стрелками показаны смещения функций при изменении характеристической прочности бетона  $f_{ck}$ ) [60]

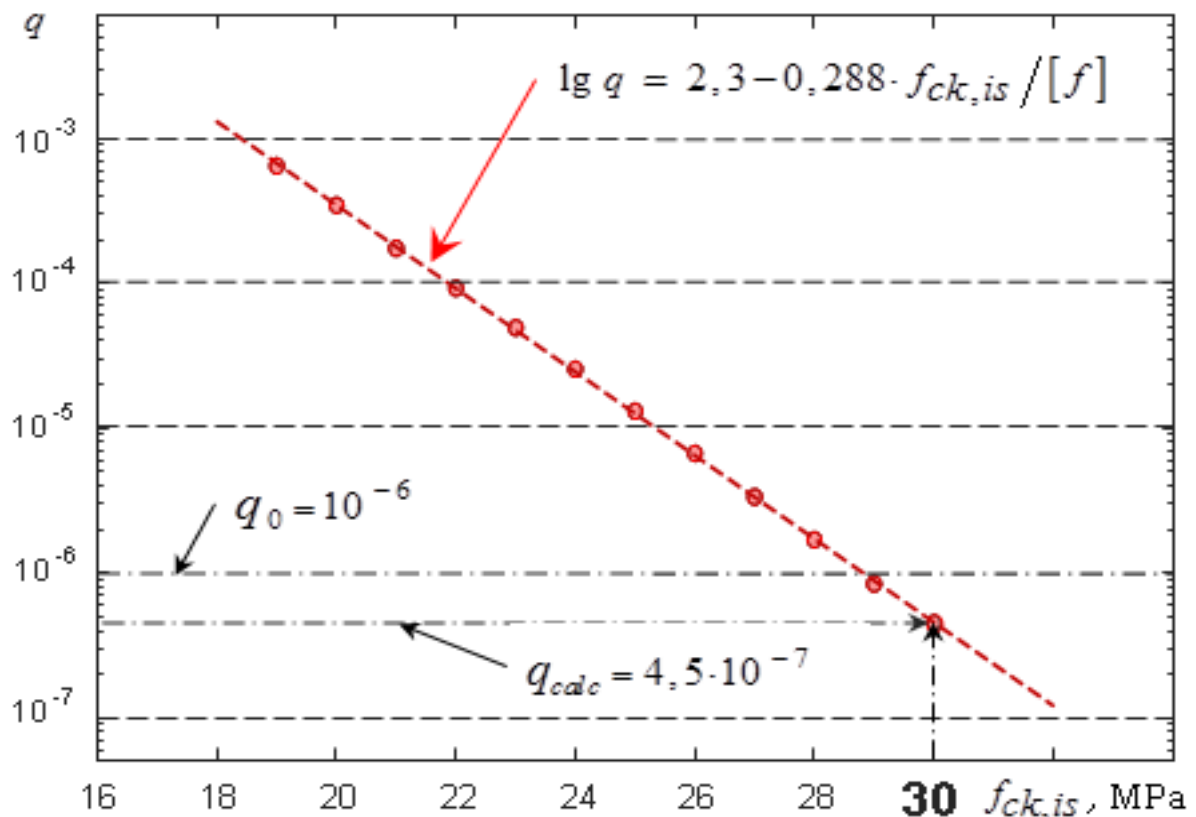


Рисунок 8.2 – Зависимость вероятности  $q$  отказа сжатой железобетонной колонны (в примере по данным таблицы 8.1) от характеристической прочности бетона  $f_{ck}$ , где

$$[f] = 1 \text{ МПа} \text{ – единица измерения параметра прочности [60]}$$



Вычислительные эксперименты, выполненные по моделям (8.3) и (8.4) для различных исходных данных, позволили сделать следующие заключения.

*Во-первых*, и функция вероятностного распределения нормированной нагрузки  $g_E(E^*)$ , и функция  $g_X(X^*)$  состояния колонны существенно отличаются от гауссовых. Это обусловлено как негауссовым распределением некоторых составляющих функцию (8.3) переменных (например, переменная  $Q_{50}$  распределена по Гумбелю), так и применением ряда нелинейных операций (умножения, деления) с другими случайными величинами (переменными). В результате расчетное значение вероятности отказа конструкции оказывается существенно меньшим целевого значения  $q_0 = 10^{-6}$  (в рассматриваемом примере по табл. 8.1 и рис. 8.2 эта вероятность ниже более чем вдвое:  $q_{calc} = q(f_{ck} = 30 \text{ МПа}) = 4,5 \cdot 10^{-7}$ , а величина индекса надежности при этом составила 5,44 против величины 4,75 в предположении нормального распределения). Таким образом, при использовании полувероятностного метода частных коэффициентов имеет место определенный запас надежности.

*Во-вторых*, в полулогарифмических координатах модель, описывающая вероятность отказа (8.4), оказывается практически линейной. При изменении коэффициента вариации прочности бетона меняется лишь положение этой линии, но ее наклон остается постоянным. Коэффициент  $b$  связан обратной зависимостью с долей  $\chi = Q_{50}/(G + Q_{50})$  переменной нагрузки в общей нагрузке на колонну, а именно: возрастает от 0,288 до 0,315 при снижении доли  $\chi$  с 0,43 (практически максимального, для железобетонных конструкций, значения) до 0,066 ( $G = 3400 \text{ кН}$ ,  $Q_{50} = 240 \text{ кН}$ ).

Модель (8.4) позволяет определить оценку вероятности отказа конструкции по любой конкретной оценке *in-situ* характеристической прочности бетона  $\hat{f}_{ck, is}$ , найденной любым из известных методов. Возможно также и решение обратной задачи поиска некоторой «целевой» характеристической прочности, соответствующей целевой надежности (например, вероятности отказа конструкции  $q_0 = 10^{-6}$ ):  $f_{ck}^o = [f] \cdot (a - \lg q_0) / b$ . Однако наибольшие возможности исследования открываются при совместном использовании модели (8.4) и восстановленного новым методом по (8.4) вероятностного распределения  $g(\hat{f}_{ck, is})$  оценки 0,05-квантили прочности бетона, как множества оценок  $\hat{f}_{ck}(\gamma)$  для различных значений  $\gamma$  обеспеченности оценки.

Прежде всего, это позволяет однозначно, как показано на рисунке 8.3, определить функцию распределения оценки вероятности отказа  $h(\hat{q})$  [66,67].

Отметим, что найденная функция  $h(\hat{q})$  не идентична функции  $g(\hat{f}_{ck, is})$ , поскольку является результатом нелинейного (показательного) преобразования  $\varphi(\bullet)$

$$q = \varphi(f_{ck}) = 10^{a-b \cdot f_{ck}/[f]} \quad (8.5)$$

В этом случае появляется возможность сформулировать условия, обеспечивающие требуемую надежность существующей железобетонной конструкции – например, в виде достижения некоторой средней вероятности  $\hat{q}$  ее отказа.

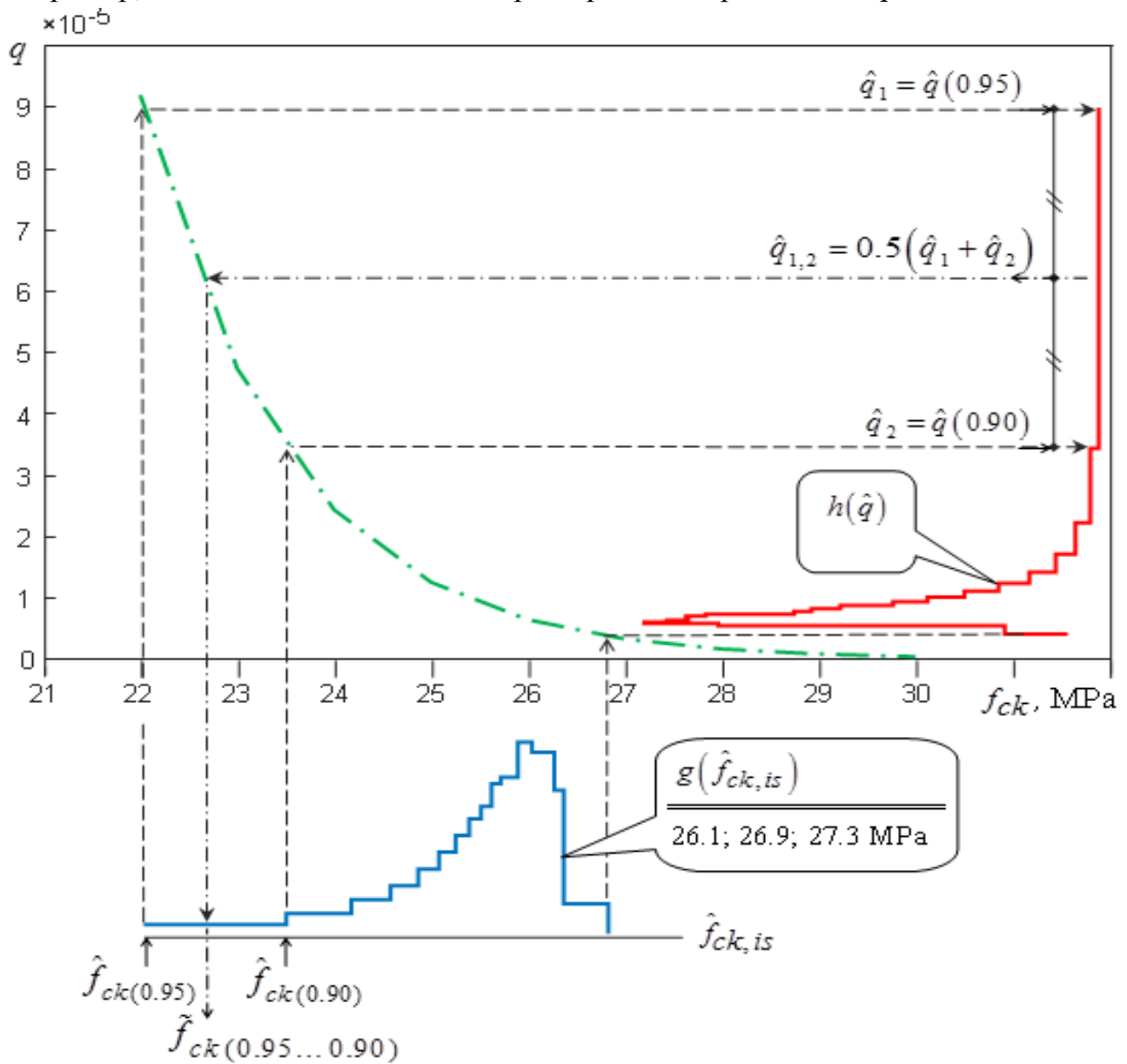


Рисунок 8.3 – Пример нелинейного преобразования распределения оценки in-situ характеристической прочности бетона (внизу, вдоль оси абсцисс) в функцию распределения вероятности отказа сжатой железобетонной колонны (справа, вдоль оси ординат) [59, 60]

## 8.2 Показатели прочности, эквивалентные среднему уровню конструкционной надежности (ALSR<sup>9</sup>) железобетонных конструкций

Величина оценки вероятности отказа в рамках моделей (8.4) и (8.5) является, в конечном счете, функцией  $\hat{q} = \varphi\left(\hat{f}_{ck(\gamma)}\right) = \hat{q}(\gamma)$  величины  $\gamma$  обеспеченности оценок. Если функция  $g\left(\hat{f}_{ck, is}\right)$  непрерывна и определена на некотором интервале величины  $\gamma$ , искомое среднее соответствует математическому ожиданию на этом же интервале:  $\bar{q} = \int \hat{q} h(\hat{q}) d\hat{q}$ .

В рассматриваемом примере функция  $g\left(\hat{f}_{ck, is}\right)$  представлена в виде гистограммы с  $K-1=19$  интервалами равной вероятности ( $\Delta\gamma=0,05$ ), то есть множеством оценок:  $\left\{\hat{f}_{ck(\gamma_k)}, \gamma_k = 1-k\Delta\gamma, k=\overline{1, K}\right\}$ . Аналогичным множеством описывается также функция  $h(\hat{q})$ :  $\left\{\hat{q}_k = \hat{q}(\gamma_k), j=\overline{1, K}\right\}$ , тогда средняя вероятность отказа  $\bar{q}$  может быть получена как выборочное среднее для средних арифметических величин  $\bar{q}_{k, k+1}$ , вычисляемых для каждого интервала

$$\bar{q} = \sum_{k=1}^{K-1} \hat{q}_{k, k+1} / (K-1) = \sum_{k=1}^{K-1} (\hat{q}_k + \hat{q}_{k+1}) / (2K-2). \quad (8.6)$$

Следует уточнить, что в рассматриваемом примере по выражению (8.6) фактически вычисляется усеченное выборочное среднее, т. к. интервал  $\gamma$  ограничен сверху значением  $\gamma_{\max} = 0,95$ , т. е. оценивание выполняется на уровне значимости  $\alpha = 1 - \gamma_{\max} = 0,05$ .

Под эквивалентной характеристической прочностью  $\tilde{f}_{ck} = \varphi^{-1}(\bar{q})$ , соответствующей среднему уровню  $\bar{q}$  конструкционной надежности ALSR, понимаем значение характеристической прочности  $f_{ck, is}$  из интервала определения восстановленного распределения  $g\left(\hat{f}_{ck, is}\right)$ , обеспечивающее тот же уровень надежности согласно (8.5) [59, 60]. Важно подчеркнуть, что эквивалентная характеристическая прочность  $\tilde{f}_{ck}$  не есть арифметическое среднее (или математическое ожидание) функции  $g\left(\hat{f}_{ck, is}\right)$ , а может быть отнесена к известному среднему Колмогорова (англ. *quasi-arithmetic mean*)

$$\tilde{f}_{ck} = M_{\varphi}(f_{ck}) = \varphi^{-1}\left[\left(\varphi(f_{ck1}) + \dots + \varphi(f_{ckK})\right) / K\right]. \quad (8.7)$$

<sup>9</sup> ALSR – Average Level of Structural Reability (англ.)

По аналогии с часто используемыми вариантами «степенных» средних (арифметическое, геометрическое, гармоническое и др.), величина  $\tilde{f}_{ck}$  может быть названа «средним показательным». Так как функция (8.5) выпуклая, среднее вида (8.7), согласно известному неравенству Йенсена (англ. *Jensen's inequality* [63]), всегда меньше среднего арифметического:  $\tilde{f}_{ck} < \bar{f}_{ck}$ . Преобразованием выражения (9.5) к экспоненциальной функции

$$q = \varphi(f_{ck}) = 10^{a-b \cdot f_{ck}/[f]} = 10^a \cdot 10^{-b \cdot f_{ck}/[f]} = A \cdot e^{-b \cdot \ln 10 \cdot f_{ck}/[f]} = A \cdot e^{B \cdot f_{ck}}, \quad (8.8)$$

с учетом инвариантности среднего Колмогорова к масштабированию (множителю  $A$ ), среднее показательное сводится к версии известной функции LSE (англ. *log-sum-exp* – логарифм суммы экспонент аргументов) с постоянным сдвигом. Такая функция используется в математике как плавное приближение к максимальной функции, и встречается, например, в задачах машинного обучения (в качестве кумулянта биномиального семейства), а также разделения однофазных смесей данных [64].

На рисунке 8.3 (снизу, вдоль оси абсцисс) представлена функция распределения  $g(\hat{f}_{ck, is})$  ступенчатого вида, восстановленная с шагом  $\Delta\gamma = 0,05$  на уровне значимости  $\alpha = 1 - \gamma_{\max} = 0,05$  (на отрезке параметра уровня обеспеченности  $\gamma \in (0; 0,95]$ ), а также соответствующая ей функция  $h(\hat{q})$  для вероятности отказа конструкции (справа, вдоль оси ординат). Здесь же иллюстрирован пример вычисления некоторой промежуточной величины  $\tilde{f}_{ck(0.95 \dots 0.90)}$  – как эквивалентной характеристической прочности (среднего показательного с основанием степени  $10^{-0,288} \approx 0,515$ ) для первой (слева) из  $K - 1 = 19$  ступенек гистограммы распределения.

Таким образом, известная зависимость вероятности отказа железобетонной конструкции от характеристической прочности бетона  $q = \varphi(f_{ck})$ , а также восстановленное распределение оценки *in-situ* этой прочности  $g(\hat{f}_{ck, is})$ , однозначно определяют эквивалентную характеристическую прочность  $\tilde{f}_{ck}$ , которая обеспечивает (на принятом уровне значимости  $\alpha$ ) средний уровень конструкционной надежности ALSR данной конструкции. Более того, на множестве оценок  $\{\hat{f}_{ck(\gamma)}\}$  (т. е. на восстановленном распределении  $g(\hat{f}_{ck, is})$ ), можно определить также соответствующую величину эквивалентной обеспеченности  $\tilde{\gamma}$ , для которой  $\hat{f}_{ck(\tilde{\gamma})} = \tilde{f}_{ck}$ . Этот результат оказывается весьма важным в практическом плане.

Нами установлено, что эквивалентная обеспеченность  $\tilde{\gamma}$  оценки *in-situ* характеристической прочности (представлено на рисунке 8.4) не зависит от пара-

метра положения (абсолютных значений) распределения прочности, но растет с увеличением параметра масштаба распределения, например – с увеличением разности между третьей и первой порядковыми статистиками вариационного эмпирического ряда измерений прочности  $\Delta = f_{c(3)} - f_{c(1)} = \Delta_{3-2} + \Delta_{2-1}$  (т. е. размаха выборки в случае  $N = 3$ ) [59, 60].

Как показано на рисунке 9.4 для случая  $N = 3$ , с увеличением размаха выборки  $\Delta$  от 0,1 до 5 МПа эквивалентная обеспеченность  $\tilde{\gamma}$  монотонно растет с 0,6 до 0,92, при этом она практически нечувствительна к соотношению разностей  $\delta = \Delta_{3-2} / \Delta_{2-1}$ .

Для сравнения, на этом же рисунке показаны свойства оценки характеристической прочности, получаемой по методу С (см. п. 7.3.3 предыдущей главы). Обеспеченность этой оценки, напротив, мало зависит от размаха выборки (даже слегка снижается с его увеличением), но параметр  $\delta$  уже существенно на нее влияет. Таким образом, декларируемая фиксированная обеспеченность оценки  $\gamma = 0,75$  ([51]) фактически достигается только при средних значениях размаха при одновременном выполнении условия  $\Delta_{3-2} \approx \Delta_{2-1}$ .

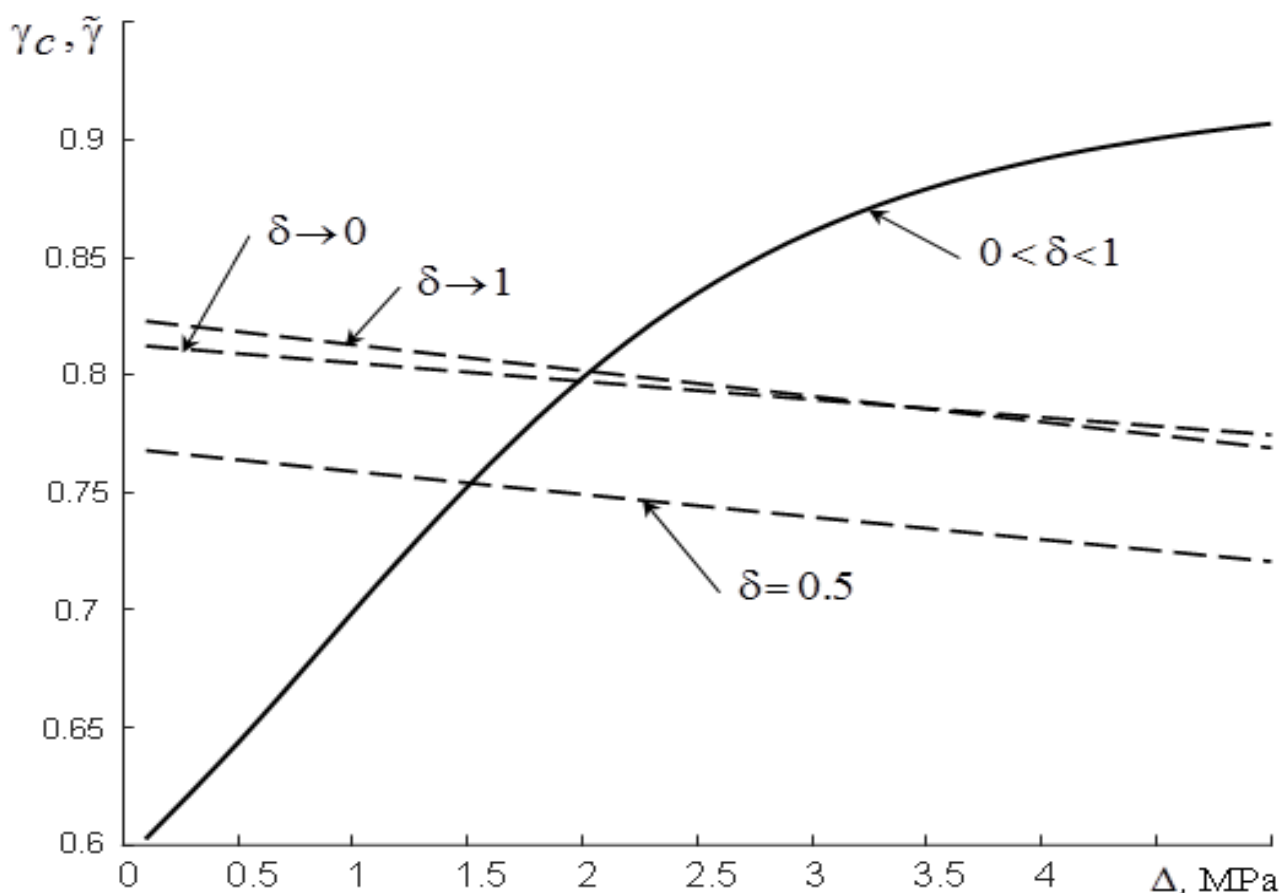


Рисунок 8.4 – Влияние размаха выборки (объема  $N = 3$ ) измерений прочности бетона на обеспеченность оценки характеристической *in-situ* прочности по методу С ( $\gamma_c$ , пунктирные линии) и на эквивалентную обеспеченность согласно новому методу ( $\tilde{\gamma}$ , сплошные линии) при различном соотношении  $\delta = \Delta_{3-2} / \Delta_{2-1}$  разностей вариационного ряда измерений прочности [59, 60]

### 8.3 Алгоритм применения и верификация методики оценивания *in-situ* эквивалентной характеристической прочности бетона

В результате проведенных исследований создана новая методика вычисления оценки характеристической прочности бетона в существующей конструкции с применением непараметрических статистик, обеспеченность которой (эквивалентная обеспеченность) не является фиксированной, а взаимосвязана со средним уровнем конструкционной надежности. В соответствии с предложенной методикой, оценивание *in-situ* характеристической прочности бетона в существующей железобетонной конструкции выполняют по следующему алгоритму [59, 60].:

а) ранжируют (по возрастанию) выборку из  $N$  единичных результатов  $f_{ci}$  испытаний прочности бетона на сжатие для определения трех первых порядковых статистик  $f_{c(1)}$ ,  $f_{c(2)}$  и  $f_{c(3)}$ ;

б) вычисляют разность  $\Delta = \Delta_{3-1} = f_{c(3)} - f_{c(1)}$ ;

в) если доля переменной нагрузки в общей нагрузке на конструкцию не максимальна, т.е.  $\chi = Q_{50} / (G + Q_{50}) < 0.43$ , найденная разность корректируется согласно соотношению  $\Delta^* = \Delta \times [1 + 0.257 \times (0.43 - \chi)]$ ;

г) определяют эквивалентную обеспеченность  $\tilde{\gamma}$  оценки, используя график, аналогичный представленному на рис. 8.4;

д) используя найденное значение эквивалентной обеспеченности  $\tilde{\gamma}$ , для данного объема выборки  $N$ , по графикам на рисунке 7.6 предыдущей главы находят значения тестовых коэффициентов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ;

е) вычисляют оценку эквивалентной характеристической прочности по уравнению (7.4) предыдущей главы.

В качестве примера в таблице 8.2 рассмотрим две малых выборки ( $N = 3$ ), полученных при испытании выбуренных кернов диаметром 150 мм.

Таблица 8.2 – Тестовые выборки для процедуры оценивания

Номер выборки	$f_{c(i),is}, МПа$	$\Delta_{2-1}, МПа$	$\Delta_{3-2}, МПа$	$\Delta = \Delta_{3-1}, МПа$	$\tilde{\gamma}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$f_{ck,is}, МПа$
S1	39.1; 41.5; 43.6	2.4	2.1	4.5	0.91	2.23	2.45	28.6
S2	38.2; 38.5; 38.6	0.3	0.1	0.4	0.66	0.60	0.95	38.0

В первом случае выборка результатов испытаний имела большой размах (4,5 МПа), а во втором случае – малый размах (0,4 МПа). Результаты оценивания в соответствии с известными методами (А, В, С; см. пп. 7.1.1, 7.3.3 предыдущей главы), а также новой непараметрической методикой (приведенным выше алгоритмом), представлены в таблице 8.3.

Таблица 9.3 – Результаты оценивания характеристической прочности бетона

Номер выборки	Новая методика		Метод А		Метод В		Метод С	
	$f_{ck, is}$ , МПа	$\tilde{\gamma}$	$f_{ck, is}$ , МПа	$\gamma$	$f_{ck, is}$ , МПа	$\gamma$	$f_{ck, is}$ , МПа	$\gamma$
S1	28,6	0,91	34,4	0,74	34,1	0,75	34,4	0,74
S2	38,0	0,66	31,4	> 0,95	37,7	0,80	37,7	0,80

Как показывают приведенные в таблице 8.3 результаты, для тестовой выборки S1 (с большим размахом) все три проанализированных известных метода (А, В, С) переоценивают характеристическую *in-situ* прочность бетона. Для выборки S2 (с малым размахом) метод А сильно занижает (недооценивает) характеристическую *in-situ* прочность бетона. В случае применения для выборки S2 методов В и С *in-situ* прочность бетона на месте незначительно отличается от значения, полученного предлагаемым методом.

Таким образом, предложенный метод, позволяющий восстановить функцию распределения эstimатора  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , изменяет также и общий подход к оцениванию прочности бетона в существующих конструкциях, а именно: по конкретным результатам испытаний (начиная с  $N=3$ ) численно восстанавливают функцию распределения  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , а затем из нее принимают значение *in-situ* характеристической прочности для некоторого установленного уровня обеспеченности. Требуемый уровень обеспеченности оценки для эstimатора квантили  $\hat{f}_{p,\gamma}$ , в свою очередь, устанавливаются из совместного рассмотрения восстановленной функции распределения эstimатора *in-situ* характеристической прочности, а также показателей и функции надежности анализируемой конструкции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Здания и сооружения, строительные материалы и изделия. Безопасность: ТР 2009/013/ВУ: принят 31.12.2009 : вступил в действие 01.10.2010 – Минск : Госстандарт, 2012. – 21 с.
2. Concrete – Specification, performance, production and conformity EN 206 : 2013 – CEN, December 2013. – 93 p.
3. Concrete – performance, production and conformity. EN 206–1:2000. – CEN, 2000 (СТБ EN 206–1:2000).
4. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности: ГОСТ 18105–2018. – Введ. 01.01.2020. – Минск : Госстандарт Республики Беларусь, 2010. – 11 с.
5. СЕВ / СІВ / FIP / RILEM : Recommended principles for the control of quality and the judgment of acceptability of concrete. Materials and structures, vol. 8, N 47, 1975. – p. 387–403.
6. Бетонные и железобетонные конструкции / Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь: СП 5.03.01–2020 . – Введ. 01.07.21. – Минск : «Минсктиппроект», 2021. – 140 с.
7. Бетоны конструкционные. Общие технические условия (проект). – Минск : РУП «Стройтехнорм», 2023. – 48 с.
8. Основы проектирования строительных конструкций: СН 2.01.01.2022 – Введ. 01.01.2021. – Минск : Министерство строительства и архитектуры Республики Беларусь, 2021. – 140 с.
9. Evaluation of strength test results of concrete. ACI 214R–02.– Reported by ACI Committee 214 ACI 214R–1.
10. Бетоны конструкционные тяжелые. Технические условия: СТБ 1544 – Минск : Министерство строительства и архитектуры Республики Беларусь, 2005 – 17 с.
11. General principles on reliability for structures: ISO 2394:2015 (СТБ ISO 2394:1998 Общие принципы обеспечения надежности конструкций: IDТ).
12. Statistical methods for quality control of building materials and components: ISO 12491 (СТБ ISO 1249:1997 Статистические методы контроля качества строительных материалов и изделий).
13. ISO 3893:1997 Concrete – Classification by compressive strength.
14. ISO 3534–2:2002. Statistics. Terminology and symbols. Part 1: General terms in assessment of the probability and statistics.
15. Новая система стандартов на правила контроля прочности бетонов / М. И. Бруссер [и др.] // Бетон и железобетон. 1984. № 4. – С. 32–33.
16. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006.– 816 с.
17. Тур, В. В. О применении критериев соответствия прочности бетона согласно СТБ EN 206–1: 2000 / В. В. Тур, С. С. Дереченник, А. С. Дереченник // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. научн. трудов / БелНИИС, 2012. – С. 152–177.
18. Тур, В. В. Статистический контроль прочности бетона на сжатие в соответствии с требованиями EN 206–1:2000 и ГОСТ 18105–2010 (EN 206–1:2000; NEQ) / В. В. Тур, С. С. Дереченник, Е. Щигельска // Вестник БрГТУ. Строительство и архитектура. 2014. № 1 (76). – С. 113–136.



19. Skrzypczak, I. Analiza kryteriów oceny jakości betonu oraz ich wpływu na ryzyko producenta i odbiorcy / I. Skrzypczak – Oficyna Wydawnicza Politechniki Przeszowskiej. – Przeszów, 2013.– 165 p.
20. Brunarski, L. Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów / L. Brunarski – Warszawa : ITB, 2009.
21. Brown, B. V., Gibb I. Appraisal of the EN 206-strength conformity proposals for initial and acceptance testing. – CEN TC/104/SC1/TG3. – 1994.
22. Gibb I., Hariison T. Use of control charts in the production of concrete.–ERMCO, October, 2010.
23. Taerwe, L. Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength / L. Taerwe // RILEM, Materials and Structures – 1978 Vol. 20,. – Pp. 13–20.
24. Beal, A. N. Concrete strength testing – are the code writers getting it right? / A. N. Beal // The Structural Engineer/ – 2009. – N 87 (10) – p. 73.
25. Caspeele, R. Influence of equality control of concrete on structural reliability / R. Caspeele, M. Sykora, L. Taerwe // Assessment using a Bayesian approach: materials and Structures. RILEM, 2013. – Pp. 1–12.
26. Brunarski, L. Kryteria zgodności wytrzymałości charakterystycznej materiałów budowlanych w normach PN–WN–ISO / L. Brunarski // Prace instytutu techniki budowlanej – kwartalnik, – 2002. – N 4 (124)– Pp. 15–41.
27. Holicki, M. Fractile estimation and sampling inspection in building / M. Holicki, M. Vorliček – Praha : Acta Politechnica, CVUT. – 1992. – vol. 32, nr. 1, Pp. 87–96.
28. Rackwitz, R. Predictive distribution of strength under control / R. Rackwitz // Materials and Structures. – 1983. – № 16 (94). – Pp. 259–287.
29. JCSS. Probabilistic Model Code. Part 3. Resistance models, 10, October, 2000.
30. Gulvanessian, H., Calgaro J.-A., Holicki M. Designer's Guide to EN 1990 / H. Gulvanessian, J.-A. Calgaro, M. Holicki // Tomas Telford Publishing, – London : E14SD, 2002. – 182 p.
31. Crompton, S. Conformity to EN 206–1 / S. Crompton // Annual Convention Symposium: papers presented 2001 / The Institute of Concrete Technology, Yearbook, 2001–2002. – Pp. 35–53.
32. Szczygielska, E. Kryterium zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie/ E. Szczygielska, V.Tur // Budownictwo i Architectura – 2013. – Vol. 12 (3) – Pp. 223–230.
33. Harrison, T. A. Guidance on the application of the EN 206–1 conformity rules / T. A. Harrison [et al.] // Quarry Products Association. – 2001. – April. – 89 p.
34. British Standard Institution. Concrete – complementary British Standard to BS EN 206–1:2000. Part 2. BS 8500–2, 2001 March. P.p. – 35.
35. Blaty, H. (1973) Sampling inspection plan and operating characteristics for concrete (1977). Deutscher ausschuss für stahlbeton (233): 1973.
36. Caspeele, R. (2010) Probabilistic Evaluation of Conformity Control and the Use of Bayesian Updating Techniques in the Framework of Safety Analysis of Concrete Structures. PhD thesis, Ghent University, Ghent, Belgium 129 P.p.
37. Caspeele, R., Taerwe L. (2011) Variance reducing capacity of concrete conformity control in structural reliability analysis under parameter uncertainties. W: Application of Statistics and Probability in civil Engineering. – Faber, Kohler. – pp. 2509–2516.

38. Bajorek, G. Podręcznik SPBT do znowelizowanej normy PN+EN 206:2014+04 Beton. Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność. SPBT, Kraków, 2014.
39. Czarniecki, L. Beton według normy PN+EN 206+1 – komentarz. Polski Cement i PKN, Kraków, 2004.
40. Gareth, D. Guide to Changes in BS EN 206:2013, AMICT: 2014 – August.
41. Caspelle, R. Combined production and conformity control of concrete with acceptance CUSUM controls charts. / R. Caspelle, L. Taerwe // *ACI Materials Journal*. – 2010. – Pp. 20–26.
42. Caspelle, R. Influence of new CUSUM based conformity inspection scheme for EN 206–1 on the safety level of concrete structures / R. Caspelle, R. Van Coile, L. Taerwe : 11<sup>th</sup> International Probabilistic Safety Assessment and Management Conference and the Annual European Safety and Reliability Conference 2012 / PSAM11 ESREL 2012. – Curran Associates, 2012. – Pp. 1640–1650.
43. Тур, В. В. Новый критерий для оценивания соответствия прочности бетона в условиях ограниченной выборки результатов испытаний / В. В. Тур, С. С. Дереченник // *Строительство и реконструкция*. – 2016. – № 6 (68). – С. 71–84.
44. Tur, V. V. An Innovation Conformity Criterion for Assessment of the Concrete Strength Under Uncertainty Conditions / V. V. Tur, S. S. Derechennik // *High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet: Book of Abstracts for 2017 fib Symposium, held in Maastricht, The Netherlands, June 12–14, 2017*. – Lausanne, Switzerland : *Fib-international*, 2017. – P. 128.
45. Tur, V. V. An Innovation Conformity Criterion for Assessment of the Concrete Strength Under Uncertainty Conditions / V. V. Tur, S. S. Derechennik // *High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet: Proc. of the 2017 fib Symposium, held in Maastricht, The Netherlands, June 12–14, 2017* / D. A. Hordijk, M. Luković (eds.) – Springer International Publishing AG 2018. – P. 1628–1635.
46. David, H. A. Order statistics, 2<sup>nd</sup> ed. / H. A. David – New York : John Wiley & Sons, – 1981. – 360 p.
47. Формалев, В. Ф. Численные методы / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с.
48. Дереченник, С. С. Интегральная оценка качества регрессионных моделей / С. С. Дереченник, А. В. Дмитриева, С. С. Дереченник-мл. // *Вестник Брестского государственного технического университета*. – 2009. – № 5 (59): Физика, математика, информатика. – С. 49–54.
49. Оценка прочности на сжатие бетона в конструкциях и сборных элементах конструкций СТБ EN 13791:2006-2012. – Введ. 2012-07-01. – Минск : Государственный комитет по стандартизации Республики Беларусь, 2012. – 26 с.
50. Holicky, M. Fractile estimation and sampling inspection in Building / M. Holicky, M. Vorlicek // *Acta polytechnic CVUT*. – 1992. – No. 1. – P. 87–96.
51. Harrison, T. A. Assessment of concrete compressive strength in structures / T. A. Harrison // XVII. ERMCO Congress Proceedings, Istanbul, Turkey, 4–5 June, 2015. – Turkish Ready Mixed Concrete Association, 2015. – P. 336–344.

52. Тур, В. В. Новый подход к оцениванию прочности бетона на сжатие в существующих конструкциях / В. В. Тур, С. С. Дереченник, В. В. Колевчук // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. науч. трудов. – вып. 9. – Минск : Колорград, 2017. – С. 455–475.

53. Tur, V. Assessment of the concrete compressive strength in existing structures based on core test results / V. Tur, S. Derechennik // 24. Betonářské dny 2017: Sborník ke konferenci, Litomyšl, Česká republika, 22. a 23. listopadu 2017. – Česká betonářská společnost ČSSI, 2017. – P. 1–6.

54. Tur, V. Assessment of the concrete compressive strength in existing structures based on core test results / V. Tur, S. Derechennik // Solid State Phenomena. – 2018. – Vol. 272. – Pp. 238–243.

55. Дереченник, С. С. Новый подход к оцениванию *in-situ* характеристической прочности бетона в существующих железобетонных конструкциях при ограниченном количестве результатов полевых испытаний / С. С. Дереченник, В. В. Тур // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2018. – № 1 (109) : Строительство и архитектура. – С. 109–115.

56. Derechennik, S. S. Adaptive Estimation of the *in-situ* Characteristic Compressive Strength / S. S. Derechennik, V. V. Tur // 25. Betonářské dny 2018 (25th Czech Concrete Days): Sborník příspěvků konference, Praha, Česká republika, 21. a 22. listopadu 2018. – Česká betonářská společnost ČSSI, 2018. – P. 1–7.

57. Caspeele, R. Numerical Bayesian updating of prior distributions for concrete strength properties considering conformity control / R. Caspeele, L. Taerwe // Advances in concrete construction. – 2013. – Vol. 1, No.1 – P. 85–102.

58. Derechennik, S. S. Adaptive Estimation of the *in-situ* Characteristic Compressive Strength / S. S. Derechennik, V. V. Tur // Solid State Phenomena. – 2019. – Vol. 292. – Pp. 257–263.

59. Derechennik, S. S. Adaptive Estimation of the *in-situ* Characteristic Compressive Strength / S. S. Derechennik, V. V. Tur // 25. Betonářské dny 2018 (25th Czech Concrete Days): Sborník příspěvků konference, Praha, Česká republika, 21. a 22. listopadu 2018. – Česká betonářská společnost ČSSI, 2018. – Pp. 1–7.

60. Дереченник, С. С. Новый метод оценивания *in-situ* характеристической прочности бетона с учетом надежности существующих железобетонных конструкций / С. С. Дереченник, В. В. Тур // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: сб. науч. статей XXI Междунар. науч.-методич. семинара, Брест, 25–26 октября 2018 г. – Брест: изд-во БрГТУ, 2018. – Ч.2. – С. 23–38.

61. Tur, V. V. Non-parametric evaluation of the characteristic *in-situ* concrete compressive strength / V. V. Tur, S. S. Derechennik // Journal of Building Engineering 27 (2020) 100938. – Pp. 1–11.

62. Дереченник, С. С. Возможности применения порядковых статистик в задачах обеспечения надежности технических объектов / С. С. Дереченник // Цифровая среда: технологии и перспективы : сб. матер. междунар. науч.-технич. конф., Брест, 31 октября 2022 г. – Брест : БрГТУ, 2022. – С. 7–13.

63. Дереченник, С. С. Решение задачи анализа функции состояния на основе приближения хвостовых частей распределений случайных величин нагрузки и

сопротивления / С. С. Дереченник, Н. Н. Мешечек // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2023. – № 1 (130). – С. 7–9.

64. Jensen, J. L. W. V. (1906). Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes / J. L. W. V. Jensen // Acta Mathematica. – 1906, Vol.30, No.1. – Pp. 175–193.

65. Nilsen, T. Guaranteed bounds on information-theoretic measures of univariate mixtures using piecewise log-sum-exp inequalities / T. Nilsen, K. Sun // Entropy. – 2016. – Vol.18, No.12. – P. 442.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Введение.....	6
<b>Глава 1 Организация процедуры статистического контроля соответствия прочности бетона на сжатие .....</b>	<b>10</b>
1.1 Контроль соответствия прочности бетона как составная часть производственного контроля .....	10
1.2 Контроль качества бетона по выборочным планам.....	12
1.3 Взаимоотношения между участниками строительного процесса, связанных с производством бетона и его применением в конструкциях .	13
1.4 Спецификация бетона .....	15
1.5 Что должен изготовитель бетона.....	17
1.6 Категории затрат, связанных с управлением качеством.....	20
<b>Глава 2 Статистические критерии, применяемые для оценивания соответствия прочности бетона на сжатие .....</b>	<b>22</b>
2.1 Характеристическая прочность бетона на сжатие.....	22
2.2 Критерии соответствия, основанные на интервальном оценивании квантилей .....	25
2.2.1 Определение квантиля распределения порядка $p$ .....	25
2.2.2 Интервальная оценка квантилей .....	26
2.3 Байесовское оценивание.....	28
2.3.1 Оценивание квантилей. Процедура оценивания квантилей .....	28
2.4 Критерии соответствия, устанавливаемые с помощью операционных функций (функций ОС) .....	29
2.4.1 Определение операционной функции .....	29
2.4.2 Процедуры получения кривых ОС. Приемочные критерии – решение о соответствии или несоответствии .....	31
2.5 Аналитические основы критериев соответствия .....	33
2.5.1 Одинаковые критерии соответствия.....	33
2.5.2 Двойные или составные критерии соответствия.....	35
<b>Глава 3 Контроль соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206:2013 .....</b>	<b>39</b>
3.1 Область применения стандарта EN 206.....	39
3.2 Термины и их определения, принятые в EN 206 при оценивании соответствия прочности.....	39
3.3 Начальное и непрерывное производство .....	41
3.4 Семейства бетонов .....	42
3.5 Отбор проб для изготовления контрольных образцов .....	46
3.6 Необходимое число единичных результатов за оценочный период ...	50
3.7 Требования к однородным условиям производства (Uniform conditions).....	50

3.8 Критерий соответствия прочности бетона на сжатие .....	52
3.9 Порядок действий при оценивании соответствия прочности бетона на сжатие .....	53
3.10 Требуемое (целевое) значение средней прочности бетона на сжатие .....	57
3.11 Контроль соответствия прочности бетона на растяжение при раскалывании.....	61
3.12 Испытания и оценивание идентичности.....	62
3.12.1 Испытания и оценивание идентичности прочности бетона на сжатие.....	62

#### **Глава 4 Применение контрольных карт для оценивания соответствия прочности бетона на сжатие в рамках новых требований EN 206:2013 ..... 65**

4.1 Общие требования EN 206:2013, касающиеся применения контрольных карт для оценки соответствия прочности на сжатие (метод С) .....	66
4.2 Контрольные карты. Общие положения .....	66
4.3 Простые карты данных ( <i>Simple Data Charts</i> ).....	68
4.4 Контрольные карты Шухарта ( <i>Shewhart Chart</i> ).....	70
4.4.1 Основы контрольных карт Шухарта .....	70
4.4.2 Контрольные карты Шухарта применительно к контролю прочности бетона на сжатие .....	72
4.4.2.1 Конструирование контрольной карты Шухарта. ....	72
4.4.2.2 Критерии, определяющие необходимость выполнения корректирующих действий .....	73
4.4.2.3 Контроль стандартного отклонения. ....	74
4.4.3 Модифицирование контрольных карт Шухарта для проверки соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206:2013.....	75
4.5 Контрольные карты кумулятивных сумм – CUSUM ( <i>CUSUM Control Chart</i> ).....	78
4.5.1 Общие положения .....	78
4.5.2 Требования к контрольным картам CUSUM в соответствии с EN 206:2013 .....	79
4.5.3 Правила построения и применения контрольных карт CUSUM.....	81
4.5.3.1 Мониторинг средней прочности (карты CUSUM-M) .....	81
4.5.3.2 Мониторинг стандартного отклонения (карты CUSUM-R) .....	82
4.5.3.3 Мониторинг корреляции между проектной (прогнозируемой) и фактической прочностями меры бетона (CUSUM-C) .....	84
4.5.3.4 Подготовительные работы, необходимые для выполнения контроля соответствия методом кумулятивных сумм. ....	85
4.5.3.5 Вычерчивание графиков CUSUM.....	87
4.5.4 Оценивание трендов.....	87
4.5.5 Проектирование шаблонов-масок CUSUM ( <i>CUSUM-masks</i> ) .....	88
4.5.6 Порядок применения шаблонов-масок CUSUM.....	89

**Глава 5 Некоторые критические замечания к процедуре и критериям оценивания соответствия для этапа начального производства ..... 95**

- 5.1 Анализ критериев соответствия EN 206, применяемых для оценивания начального производства (метод А) ..... 95
- 5.2 Правила и критерии оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105-2010 (EN 206-1:2000; NEQ) ..... 99
  - 5.2.1 Общая характеристика правил контроля по стандарту ..... 99
  - 5.2.2 Критерии оценивания прочности бетона на сжатие ..... 101
  - 5.2.3 Анализ критериев оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105-2010 с помощью операционных кривых ..... 103

**Глава 6 Новый непараметрический критерий соответствия для оценивания прочности бетона при ограниченной выборке результатов испытаний ..... 109**

- 6.1 Основные предпосылки разработки и требования к новому критерию оценивания соответствия для условий начального производств ..... 109
- 6.2 Теоретическое обоснование применения метода порядковых статистик к проблеме оценивания прочности бетона в условиях ограниченной предварительной информации ..... 112
- 6.3 Формулировка и верификация нового непараметрического критерия ..... 116
- 6.4 Возможности применения нового критерию оценивания соответствия для рационального подбора состава бетона ..... 123

**Глава 7 Новый подход к оцениванию прочности бетона на сжатие в существующих железобетонных конструкциях при ограниченном количестве результатов полевых испытаний ..... 127**

- 7.1 Методы оценивания *in-situ* характеристической прочности бетона на сжатие по результатам полевых испытаний согласно требованиям EN 13791 ..... 127
  - 7.1.1 Актуальная версия EN 13791: 2006 - 2012 ..... 127
  - 7.1.2 Проект новой версии EN 13791 (2016) ..... 128
- 7.2 Новый метод оценивания прочности бетона в существующих конструкциях при ограниченной выборке результатов испытаний ..... 129
- 7.3 Возможности нового непараметрического метода для решения задач оценивания прочности бетона ..... 133
  - 7.3.1 Восстановление вероятностного распределения оценки квантили ..... 133
  - 7.3.2 Сравнение возможностей нового и известных методов ..... 135
  - 7.3.3 Анализ положения эстиматоров прочности, получаемых известными методами ..... 137

**Глава 8 Адаптация нового метода оценивания характеристической прочности бетона к расчетной модели железобетонной конструкции ..... 141**

- 8.1 Условия обеспечения расчетной (целевой) надежности железобетонных конструкций ..... 141
- 8.2. Показатели прочности, эквивалентные среднему уровню конструкционной надежности (ALSR) железобетонных конструкций ..... 147
- 8.3 Алгоритм применения и верификация методики оценивания *in-situ* эквивалентной характеристической прочности бетона ..... 150

**Литература ..... 152**

Научное издание

Дереченник Станислав Станиславович  
Тур Виктор Владимирович

**ОЦЕНИВАНИЕ СООТВЕТСТВИЯ  
ПРОЧНОСТИ БЕТОНА:**  
**теория и практика**

Ответственный за выпуск: Тур В. В.  
Редактор: Митлошук М. А.  
Компьютерная верстка: Сирота А. Р.  
Корректор: Северянина А. Г.

ISBN 978-985-493-617-8



Издательство БрГТУ.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, Изготовителя, распространителя  
Печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.  
Подписано в печать 28.12.2023 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага «Performer». Гарнитура «Times New Roman».  
Усл. п. л. 9,6. Уч.-изд. л. 10. Тираж 150 экз. Заказ № 1401.  
Отпечатано на ризографе Учреждения образования  
«Брестский государственный технический университет»  
224017, Брест, ул. Московская, 267