

в случае применения для этих целей клотоиды, кубической параболы или лемнискаты Бернулли.

Таким образом, кадиоида II типа отвечает требованиям по изменению нарастания центробежного ускорения и обеспечивает плавность движения в плане, не создавая условий для возникновения аварийных ситуаций.

Но не стоит забывать, что в настоящее время в вариантном проектировании преимущество отдается варианту, который несет за собой меньшее количество затрат.

Протяженность рассматриваемого участка автомобильной дороги при условии использования кадиоиды II типа составляет 2,143 км, а при использовании кривой постоянного радиуса – 2,151 км.

Проведенные расчеты показывают, что сметная стоимость реконструкционных работ для варианта с использованием кадиоиды II типа составляет 1769,9 тысяч рублей, а для варианта с использованием кривой постоянного радиуса – 1816,8 тысяч рублей.

Оптимальным вариантом конструктивного решения, с точки зрения инвестиций, является вариант с кадиоидой II типа, имеющий максимальную чистую текущую стоимость – 1815,7 тысяч рублей с общим экономическим эффектом – 48,07 тысяч рублей.

Список использованной литературы

1. Рыбин, А. Л. Результаты экспертной оценки причин возникновения дорожно-транспортных происшествий на участках дорог с неудовлетворительными дорожными условиями / А. Л. Рыбин – Москва : 2017. – 9 с.

2. Абрамов, В. А. Методическое пособие по курсу подготовки специалистов по безопасности дорожного движения на автомобильном транспорте / В. А. Абрамов – Москва : 2000. – 205 с.

3. Капский, Д. В. Психофизиология участников дорожного движения (транспортная психология) / Д. В. Капский, П. А. Пегин, И. И. Лобач – Минск : БНТУ, 2018. – 385 с.

4. Белятынский, А. А. Проектирование кривых при строительстве и реконструкции автомобильных дорог / А. А. Белятынский, А. М. Таранов – Высшая школа, головное издательство, 1988. – 303 с.

УДК 624.04(75.8)

Демяник Ю. В.

Научный руководитель: к. т. н., доцент Игнатюк В. И.

ДЕФОРМИРОВАНИЕ БЕСШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, ЗАГРУЖЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ НАГРУЗКАМИ, РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПО ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Рассматриваются бесшарнирные арки кругового очертания постоянной жесткости EJ пролетом l , загруженные статическими вертикальными распределенными по параболической зависимости нагрузками (рисунок 1).

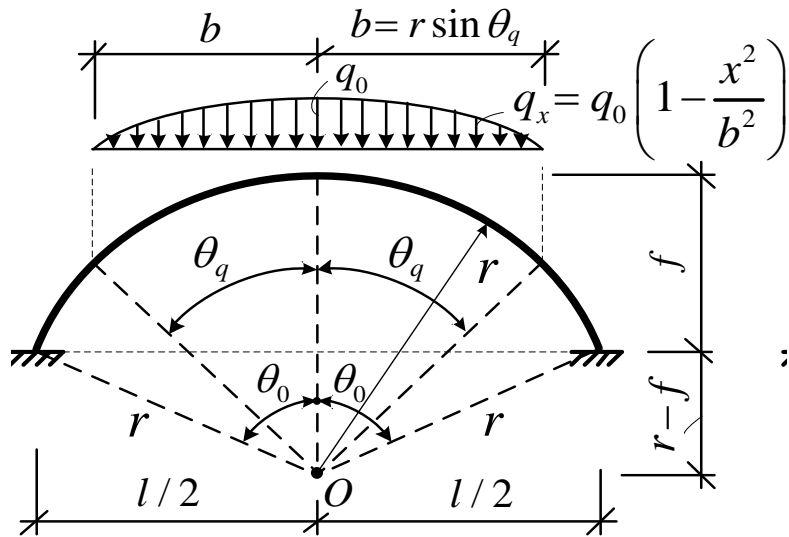


Рисунок 1 – Расчетная схема арки

Получим для рассматриваемых арок зависимости для определения перемещений и соответственно деформированного вида арок. Для определения перемещений воспользуемся формулой Мора [1]

$$\Delta_{iP} = \sum \int \frac{\bar{M}_i M_q ds}{EJ} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q}_i Q_q ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_i N_q ds}{EA}, \quad (1)$$

где M_q, Q_q, N_q – изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в системе действия внешней нагрузки, от которой определяется перемещение (зависимости для этих усилий получены в работе [2]);

$\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ – изгибающие моменты, поперечные и продольные силы в системе от действия единичной силы, приложенной в точке, для которой определяется перемещение, в направлении искомого перемещения (i -ом);

EJ, GA, EA – жесткости соответственно при изгибе, сдвиге и продольном растяжении-сжатии;

η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений при изгибе.

Подставив в эту формулу зависимости изменения грузовых (от действия внешней нагрузки) и единичных (от действия единичной силы, приложенной в направлении искомого перемещения) эпюр усилий, выполнив интегрирование по участкам непрерывности эпюр и суммирование по этим участкам, получим искомое перемещение. В выражение для определения перемещений (1) входит три слагаемых, учитывающих соответственно действие трех видов, возникающих в системе внутренних сил M, Q и N и, соответственно, изгибных, сдвиговых и продольных деформаций. Вычисляя эти слагаемые отдельно, можно выявить влияние изгибных, сдвиговых и продольных деформаций на величины перемещений точек системы.

Отметим, что для статически неопределимых систем можно одну из зависимостей усилий, входящих в формулу Мора (1), (грузовых либо единичных)

иметь в статически определимой системе, чем и воспользуемся, и зависимости изменения единичных эпюр \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i получим в основной системе метода силы, которая использовалась ранее в расчете арки на внешнее нагружение [2].

Учитывая, что направление полных перемещений неизвестно, определяются вначале вертикальное и горизонтальное перемещения, зная которые несложно вычислить величину и направление полного перемещения по формулам

$$\Delta = \sqrt{(\Delta^{верт})^2 + (\Delta^{гор})^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta^{верт}}{\Delta^{гор}}. \quad (2)$$

Для определения вертикальных перемещений сечений с использованием формулы Мора (1) приложим к точке на оси сечения вертикальную единичную силу (рисунок 1), от действия которой найдем зависимости изменения усилий.

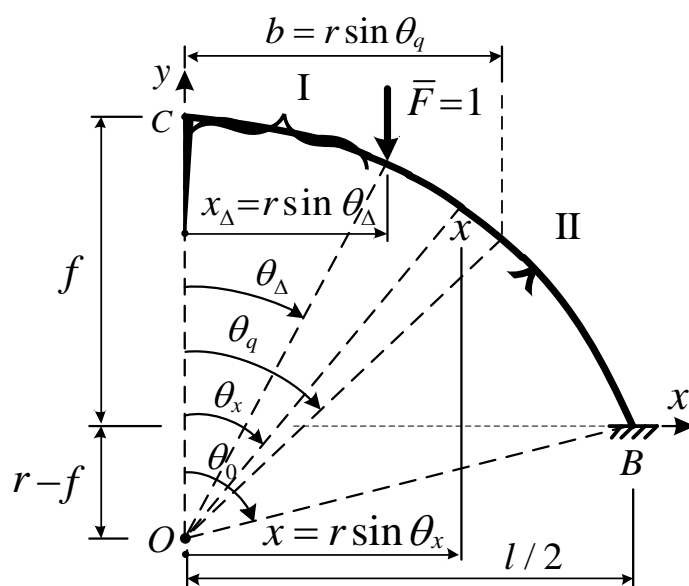


Рисунок 2 – Приложение единичной силы для определения вертикальных перемещений

Подставляя затем эти усилия в формулу Мора (1) и выполняя интегрирование, получим выражения для определения величин искомых перемещений.

Изгибающий момент, продольная и поперечная силы в сечениях арки от действия единичной вертикальной силы определяются выражениями:

а) на I участке (рисунок 2), рассматривая левую консольную часть, где ничего нет, получим нулевые значения всех внутренних сил

$$\bar{M}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad \bar{Q}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad \bar{N}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad (3)$$

б) на участке II от точки приложения силы до опоры B (рисунок 2) будем иметь

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\Delta\epsilon(II)} &= 1 \cdot (x - x_{\Delta}) = r(\sin \theta - \sin \theta_{\Delta}); \\ \bar{Q}_{\Delta\epsilon(II)} &= -1 \cdot \cos \theta_x = -\cos \theta_x; \quad \bar{N}_{\Delta\epsilon(II)} = -1 \cdot \sin \theta_x = -\sin \theta_x. \end{aligned} \quad (4)$$

Для вычисления интегралов Мора по формуле (1) здесь будем иметь три участка, в пределах которых интегрирование следует выполнять отдельно, учитывая разные зависимости изменения усилий от действия внешней нагрузки и от действия единичной силы. При этом расположение этих участков будет зависеть и от положения единичной силы (на участке действия внешней нагрузки или за пределами ее действия), в соответствии с которым будем иметь два варианта вычисления интегралов Мора по формуле (1):

1) при положении единичной силы на участке действия внешней нагрузки интегрирование будет выполняться по следующим трем участкам:

- от конца консоли до точки приложения силы;
- от точки приложения силы до конца действия распределенной нагрузки;
- от конца действия нагрузки до точки опирания арки (точки B).

При этом на первом участке все усилия от действия единичной силы равны нулю и соответствующий интеграл также будет иметь нулевое значение (поэтому его вычисление на этом участке далее опускается);

2) при положении единичной силы на участке за пределами действия внешней нагрузки интегрирование будет выполняться по следующим участкам:

- от конца консоли до конца действия распределенной нагрузки;
- от конца действия распределенной нагрузки до точки приложения силы;
- от точки приложения силы до точки опирания арки (точки B).

При этом здесь все усилия от действия единичной силы равны нулю и на первом, и на втором участках и интегралы Мора в пределах этих участков также будут равны нулю (их вычисление на этих участках опускаются).

Таким образом, вертикальное перемещение любого сечения арки в соответствии с полученными зависимостями можно определить по выражениям:

1) при положении единичной силы на участке действия внешней нагрузки

$$\Delta_q^{верт} = \Delta_{q(M)}^{верт} + \Delta_{q(Q)}^{верт} + \Delta_{q(N)}^{верт} = \frac{1}{EJ} \left(\int_{\theta_\lambda}^{\theta_q} M_{\theta(I)} \bar{M}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} M_{\theta(II)} \bar{M}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right) + \frac{\eta}{GA} \left[\int_{\theta_\lambda}^{\theta_q} Q_{q(I)} \bar{Q}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} Q_{q(II)} \bar{Q}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right] + \frac{1}{EA} \left[\int_{\theta_\lambda}^{\theta_q} N_{q(I)} \bar{N}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} N_{q(II)} \bar{N}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right]. \quad (5)$$

2) при положении единичной силы за пределами действия нагрузки

$$\Delta_q^{верт} = \Delta_{q(M)}^{верт} + \Delta_{q(Q)}^{верт} + \Delta_{q(N)}^{верт} = \frac{1}{EJ} \left(\int_{\theta_\lambda}^{\theta_0} M_{\theta(II)} \bar{M}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right) + \frac{\eta}{GA} \left[\int_{\theta_\lambda}^{\theta_0} Q_{q(II)} \bar{Q}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right] + \frac{1}{EA} \left[\int_{\theta_\lambda}^{\theta_0} N_{q(II)} \bar{N}_{\Delta\epsilon(II)} r d\theta \right]. \quad (6)$$

Для определения горизонтальных перемещений сечений с использованием формулы Мора (1) приложим к точке на оси сечения горизонтальную единичную силу (рисунок 3), от действия которой найдем зависимости изменения внутренних сил.

Подставляя затем эти усилия в формулу Мора (1) и выполняя интегрирование, получим выражения для определения величин искомых перемещений.

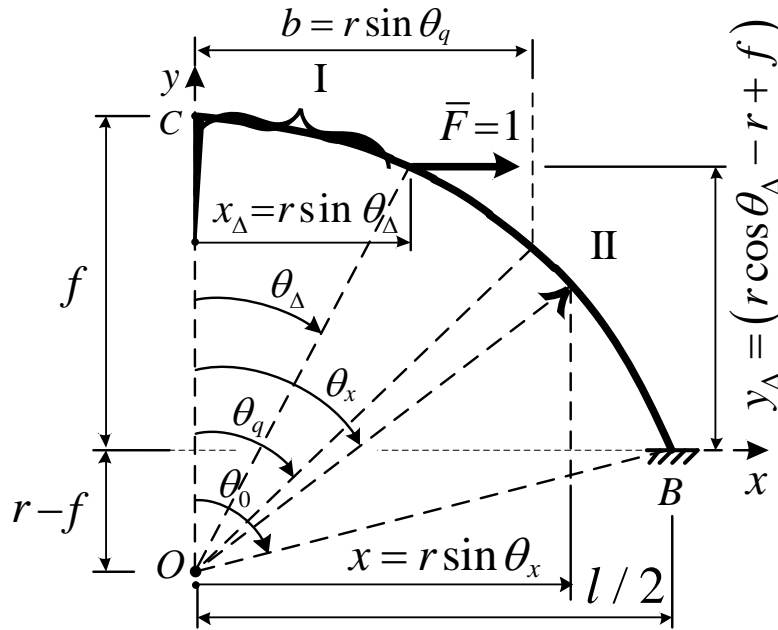


Рисунок 3 – Приложение единичной силы для определения горизонтальных перемещений

Изгибающий момент, продольная и поперечная силы в сечениях арки от действия единичной горизонтальной силы определяются выражениями:

а) на I участке (рисунок 3), рассматривая левую консольную часть, где ничего нет, получим нулевые значения всех внутренних сил

$$\bar{M}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad \bar{Q}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad \bar{N}_{\Delta\epsilon(I)} = 0; \quad (7)$$

б) на участке II от точки приложения силы до опоры B (рисунок 2) будем иметь

$$\bar{M}_{\Delta\epsilon(II)} = 1 \cdot (y - y_{\Delta}) = r(\cos \theta - \cos \theta_{\Delta}); \quad (8)$$

$$\bar{Q}_{\Delta\epsilon(II)} = 1 \cdot \sin \theta_x = \sin \theta_x; \quad \bar{N}_{\Delta\epsilon(II)} = -1 \cdot \cos \theta_x = -\cos \theta_x. \quad (9)$$

Отметим, что выделение участков интегрирования в формуле Мора (1) здесь аналогично, как и при действии вертикальной единичной силы.

В результате вертикальное перемещение любого сечения арки в соответствии с полученными зависимостями можно определить по выражениям:

1) при положении единичной силы на участке действия внешней нагрузки

$$\Delta_q^{zop} = \Delta_{q(M)}^{zop} + \Delta_{q(Q)}^{zop} + \Delta_{q(N)}^{zop} = \frac{1}{EJ} \left(\int_{\theta_{\Delta}}^{\theta_q} M_{\theta(I)} \bar{M}_{\Delta z(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} M_{\theta(II)} \bar{M}_{\Delta z(II)} r d\theta \right) + \quad (10)$$

$$+ \frac{\eta}{GA} \left[\int_{\theta_{\Delta}}^{\theta_q} Q_{q(I)} \bar{Q}_{\Delta z(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} Q_{q(II)} \bar{Q}_{\Delta z(II)} r d\theta \right] + \frac{1}{EA} \left[\int_{\theta_{\Delta}}^{\theta_q} N_{q(I)} \bar{N}_{\Delta z(II)} r d\theta + \int_{\theta_q}^{\theta_0} N_{q(II)} \bar{N}_{\Delta z(II)} r d\theta \right].$$

2) при положении единичной силы за пределами действия нагрузки

$$\Delta_q^{zop} = \Delta_{q(M)}^{zop} + \Delta_{q(Q)}^{zop} + \Delta_{q(N)}^{zop} = \frac{1}{EJ} \left(\int_{\theta_A}^{\theta_0} M_{\theta(II)} \bar{M}_{\Delta z(II)} r d\theta \right) + \frac{\eta}{GA} \left[\int_{\theta_A}^{\theta_0} Q_{q(II)} \bar{Q}_{\Delta z(II)} r d\theta \right] + \frac{1}{EA} \left[\int_{\theta_A}^{\theta_0} N_{q(II)} \bar{N}_{\Delta z(II)} r d\theta \right]. \quad (11)$$

На основе полученных зависимостей выполняем расчет перемещений сечений арки, представленной на рисунке 4. Расчет выполняем в системе компьютерной алгебры «Mathcad». Результаты расчета представлены в таблице.

Таблица – Перемещения узловых точек арки, м

№ узла	1	2	3	4	5	6	7	8
Перемещение:								
по вертикали	0	0,0192	0,0576	0,0631	0,00314	-0,1086	-0,2172	-0,2622
по горизонтали	0	-0,0472	-0,107	-0,116	-0,0778	-0,0285	-0,00179	0
полное	0	0,0510	0,1215	0,1321	0,0779	0,1123	0,2172	0,2622

№ узла	9	10	11	12	13	14	15
Перемещение:							
по вертикали	-0,2172	-0,1086	0,00314	0,0631	0,0576	0,0192	0
по горизонтали	-0,00179	-0,0285	-0,0778	-0,116	-0,107	-0,0472	0
полное	0,2172	0,1123	0,0779	0,1321	0,1215	0,0510	0

На основании полученных результатов строим в выбранном масштабе деформированный вид оси арки:

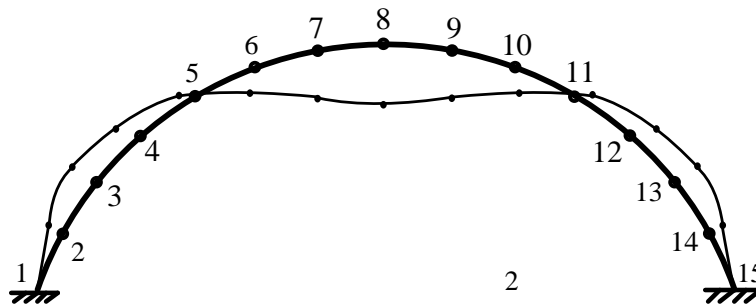


Рисунок 4 – Деформированный вид арки (в масштабе перемещений 7:1)

Список цитированных источников

1. Дарков, А. В. Строительная механика : учебник / А. В. Дарков. – М. : Высшая школа, 1976. – 600 с.
2. Демяник, Ю. В. Определение усилий в бесшарнирных круговых арках, нагруженных вертикальными нагрузками, распределенными по параболической зависимости / Ю. В. Демяник // Сб. конкурс. науч. работ студ. и магистр. / Брест. гос. техн. ун-т. – Брест, 2023.