

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**Институт повышения квалификации и переподготовки кадров**  
**Учреждения образования**  
**«Брестский государственный технический университет»**  
**Кафедра управления, экономики и финансов**

**РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С**  
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ EXCEL**

**Учебное пособие**  
*для самостоятельной работы студентов*  
*заочной формы обучения*  
специальности **25 01 04 «Финансы и кредит»**

УДК 004 (75)

Пособие представляет собой руководство по изучению курса *«Решение математических задач с использованием электронных таблиц Excel»*, выполнению контрольной и лабораторных работ по курсу для студентов заочной формы обучения специальности «Финансы и кредит». В пособии приводится содержание программы курса, перечень заданий, требования и методические указания для выполнения контрольной работы, перечень заданий и рекомендации для выполнения лабораторных работ во время аудиторных занятий, список литературы для самостоятельного изучения дисциплины и вопросы к зачету.

Составитель: Аверина Ирина Николаевна

Рецензент: С.А.Тузик, к.ф.-м.н., доцент, зав.кафедрой математического моделирования Учреждения образования «Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина»

© Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Институт повышения квалификации и переподготовки кадров, 2005

## Введение

Дисциплина «Решение математических задач с использованием электронных таблиц Excel» входит в курс дисциплин непрерывной компьютерной подготовки экономиста-финансиста, способного применить полученные знания по использованию персональных ЭВМ в своей будущей профессиональной деятельности.

Целью дисциплины «Решение математических задач с использованием электронных таблиц Excel» является подготовка студентов экономических специальностей к умелому и эффективному использованию современного программного обеспечения ЭВМ, в частности - табличного процессора *Microsoft Excel*, для решения математических и других задач вычислительного характера.

Задачи курса:

- приобретение навыков самостоятельной алгоритмизации прикладных математических и других расчетных задач;
- освоение возможностей использования электронной таблицы *Microsoft Excel* для реализации собственных и известных алгоритмов и методов решения прикладных экономико-математических задач;
- выработка умения оценки, анализа и обобщения полученных результатов решения.

Изучение дисциплины опирается на соответствующие разделы курсов:

- Высшей математики
- Основы информатики и вычислительной техники.
- Технологии организации, хранения и обработки данных
- Статистика

Знания, полученные при изучении данной дисциплины, закрепляются и развиваются в процессе выполнения типовых расчетов и курсовых работ по специальным дисциплинам, а также должны использоваться при изучении следующих дисциплин:

- Решение экономических задач с использованием ЭТ Excel
- Методы финансовых и коммерческих расчетов
- Анализ хозяйственной деятельности
- Экономико-математические методы и модели
- Компьютерные информационные технологии
- Компьютерные информационные системы финансовой деятельности

Выполнение практической контрольной работы и ее письменное оформление способствует лучшему освоению материала курса и является основой систематизации полученных знаний с целью выработки практических навыков и умений, а также проверки степени усвоения студентом приобретенных знаний.

## **Программа курса** **«Решение математических задач с использованием** **электронных таблиц Excel»**

### **Наименование тем и содержание лекционных занятий**

#### **1. Введение. Построение таблиц значений и графиков функций и поверхностей в Excel.**

Понятие табулирования функции. Шаг табулирования. Способы построения столбца аргументов и значений функции. Логические функции *Excel* для вычисления значений кусочно-непрерывных (разветвляющихся) функций. Особенности построения таблицы значений функции двух переменных. Использование мастера диаграмм для построения графиков функций и поверхностей.

#### **2. Обработка массивов в Excel. Операции над матрицами.**

Понятие массива в *Excel*. Простейшие операции над массивами в *Excel*. Особенности формул для обработки массивов. Операции над матрицами. Встроенные функции массивов для работы с матрицами в *Excel*. Обработка массивов с помощью Специальной вставки.

#### **3. Решение систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений в Excel.**

Понятие системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Критерий разрешимости СЛАУ. Точность решения. Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Прямые методы решения СЛАУ в *Excel*: матричный метод, метод Крамера. Решение систем в *Excel* средством Поиск решения.

#### **4. Решение задачи линейного программирования в Excel.**

Общая постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Примеры задач линейного программирования. Общий вид математической модели ЗЛП. Методы решения ЗЛП. Ввод исходных данных в *Excel* для решения ЗЛП. Использование команды пункта меню *Сервис Поиск решения* для решения ЗЛП. Анализ полученных результатов.

### **Наименование тем и содержание лабораторных занятий**

#### **1. Построение графиков функций и поверхностей. Поиск корней функции в Excel.**

Построение таблицы значений функции одной переменной. Построение графика функций. Построение таблицы значений функции двух переменных. Построение поверхностей.

Отделение корней нелинейной функции при помощи табулирования и графически. Использование средства Подбора параметра для решения нелинейного уравнения.

## **2. Операции над матрицами в Excel. Решение системы линейных алгебраических уравнений в Excel.**

Функции массивов. Встроенные в Excel матричные функции. Вычисление матричного выражения. Решение системы линейных алгебраических уравнений в Excel матричным методом, методом Крамера и с помощью средства Поиск решения. Проверка найденного решения.

## **3. Решение задачи линейного программирования в Excel. Метод наименьших квадратов в Excel.**

Математическая модель задачи оптимального распределения ресурсов. Ввод исходных данных в Excel для решения ЗЛП. Использование средства Поиск решения для решения ЗЛП.

Формулировка метода наименьших квадратов в Excel. Использование средства Поиск решения для решения метода наименьших квадратов. Анализ полученных результатов при помощи графиков и статистических функций.

### **Наименование и содержание тем**

#### **для самостоятельной работы над курсом**

*Для самостоятельной работы предлагается использовать литературу [1.1-1.18, 2.1-2.6]*

### **1. Основы работы в Microsoft Excel.**

Типы данных в Excel. Виды адресация ячеек в Excel. Создание и использование имен диапазонов ячеек. Способы ввода данных и их редактирования. Форматирование и условное форматирование ячеек. Организация контроля и проверки ввода данных. Манипулирование данными: выделение, перемещение, копирование, автозаполнение, вставка, очистка и удаление. Возможности специальной вставки. Создание и копирование простых формул. Принципы использования Мастера функций. Подготовка и печать готовой таблицы.

### **2. Построение таблиц значений и графиков функций и поверхностей в Excel.**

Использование встроенных математических функций для вычисления значений функции. Построение таблицы значений разветвляющейся функции.

Особенности построения таблицы значений поверхности. Использование таблицы подстановок для построения таблиц значений.

Построение графиков функции в Excel. Мастер диаграмм. Редактирование диаграммы: изменение вида диаграммы, подписей, шкалы осей, текста легенды. Отображение нескольких графиков функций на одних осях координат. Особенности построения поверхностей.

### **3. Решение нелинейных уравнений в Excel.**

Определение нелинейного уравнения - алгебраического и трансцендентного. Понятие корня. Точность решения. Методы отделения корней: последовательное табулирование, графический метод. Прямые и итерационные методы решения уравнений. Решение квадратного уравнения в Excel.

Специфика решения в Excel нелинейных уравнений средством *Подбор параметра*.

Исследование функции на отрезке. Уточнение корня нелинейного уравнения методами Ньютона, хорд и простой итерации.

Реализация итерационных методов в Excel с помощью формул с циклическими ссылками. Организация итерационных вычислений в Excel.

### **4. Операции над матрицами в Excel.**

Использование Специальной вставки для операций над матрицами.

### **5. Решение систем линейных алгебраических уравнений.**

Решение СЛАУ методом Гаусса в Excel. Итерационные методы решения СЛАУ. Сущность метода простой итерации. Нормы векторов и матриц. Системы нелинейных уравнений. Методы решения систем нелинейных уравнений. Связка приближенного решения системы.

### **6. Решение задач оптимизации в Excel.**

Элементы диалогового окна *Поиск решения*. Параметры *Поиска решения*. Формирование отчетов по пределам, устойчивости и результатам решения и их анализ. Решение двойственной задачи линейного программирования в Excel.

### **7. Аппроксимация зависимостей. Метод наименьших квадратов в Excel.**

Постановка задачи аппроксимации. Графическая интерпретация задачи аппроксимации. Метод наименьших квадратов для линейной аппроксимации. Реализация метода наименьших квадратов в Excel. Использование средства *Поиск решения* для метода наименьших квадратов. Применение встроенных статистических функций *ЛИНЕЙН()*, *НАКЛОН()*, *ОТРЕЗОК()* для нахождения коэффициентов уравнения линейной регрессии. Графическая иллюстрация метода наименьших квадратов.

## Контрольная работа

**Тема контрольной работы:** “Использование электронных таблиц Excel для решения математических задач”.

Контрольная работа состоит из следующих заданий:

1. Построение таблицы значений и графиков функций и поверхностей;
2. Операции над матрицами;
3. Решение нелинейных уравнений;
4. Решение систем линейных алгебраических уравнений;
5. Решение задачи линейного программирования;
6. Построение уравнения линейной регрессии.

**Номер варианта контрольной работы определяется по номеру студента в списке группы**

### Требования к оформлению контрольной работы

Студент должен выполнить контрольную работу, строго придерживаясь указанных ниже требований. Работа, выполненная без их соблюдения, к защите не допускается и возвращается студенту на доработку.

1. Контрольная работа должна быть выполнена строго по варианту. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, возвращается студенту без проверки и к защите не допускается.
2. Контрольную работу можно выполнять в любой версии *Microsoft Excel*.
3. Контрольная работа должна быть оформлена на отдельных листах формата А4 и жестко скреплена.
4. Контрольная работа должна включать:
  - **титульный лист**, содержащий:
    - название дисциплины,
    - Фамилию, Имя, Отчество студента без сокращений,
    - номер группы,
    - номер варианта
  - **полное условие каждого задания;**
  - **распечатки таблиц с выводом заголовков строк и столбцов (без сетки) с решением и результатом** по каждому заданию;
  - **описание математических методов и теоретических формул**, а также краткое описание действий, применяемых для решения каждого задания.
  - **описание** подстановочных формул Excel, применяемых в таблицах для решения каждого задания

**Распечатки таблиц в формульном виде не требуются!**

Все используемые для решения математические формулы и методы, а также подстановочные формулы могут быть описаны либо в файле с решением и видны в распечатке, либо от руки на отдельных листах.

- **перечень** используемой литературы

- личную подпись студента;
- сквозную нумерацию всех страниц.

5. Контрольная работа должна быть выполнена и представлена на проверку до начала сессии.

Студент обязан учесть все замечания рецензента и внести необходимые исправления в файлы с решением и, не расширяя работу, приложить к контрольной работе распечатки с правильным решением и листы с исправленным описанием решения.

При условии правильности выполнения контрольная работа должна быть защищена студентом. Защита контрольной работы предполагает ответ на любой вопрос по ходу выполнения работы или выполнение аналогичного задания за компьютером в присутствии преподавателя.

Студенты, защитившие контрольную работу и успешно выполнившие лабораторные работы в сессию, допускаются к сдаче зачета по дисциплине. Зачет по дисциплине проводится за компьютером. На зачете предлагается выполнить одно задание, аналогичное заданиям из контрольной работы.

**Варианты заданий, требования к выполнению и оформлению контрольной работы, рабочую программу дисциплины, вопросы к зачету и список рекомендуемой литературы можно просмотреть в электронном виде в компьютерной сети Брестского государственного технического университета в специальной папке, находящейся по адресу:**  
 U:\VT&PM\IPK\Фик\РешМатЗадач

### Задания контрольной работы

#### Задание 1

Построить таблицы значений и графики заданных по варианту функций одной и двух переменных на отрезке  $[a, b]$  при числе разбиений  $n = 20$ . Для функции двух переменных  $Z$  отрезки для  $x [a_x; b_x]$  и  $y [a_y; b_y]$  – произвольные, число разбиений по осям  $n_x = n_y = 10$ .

Вариант	Функции для задания 1		
1.	$y = \sin \frac{\pi}{ x +1}$ $[-1; 1]$	$y = \begin{cases} -\sin(x^2) & x < 0 \\ \cos(x) & 0 \leq x \leq 0.3 \\ \ln(x) & x > 0.3 \end{cases}$ $[-1; 1]$	$z = \sin^2(x+y)$
2.	$y = x^2 e^{2x}$ $[-1; 2]$	$y = \begin{cases}  x  & x < -1 \\ \sin(x) + 5\cos(x) & -1 \leq x \leq 3 \\ \ln(x) & x > 3 \end{cases}$ $[-2; 4]$	$z = \sqrt[3]{x^2 + y^2}$

3.	$y = x \left( 2 + \sin \frac{1}{2x} \right)$ [1; 3]	$y = \begin{cases} 7x^4 - 2x^2 + 4 & x < -8 \\ 2e^x & -8 \leq x \leq 6 \\ \lg x & x > 6 \end{cases}$ [-9; 9]	$z = \sqrt{x^2 + y^2}$
4.	$y = \cos^2 \frac{\pi}{ x +1}$ [-1; 3]	$y = \begin{cases} 7x^2 + 3x - 7 & x < 2 \\ e^x & 2 \leq x \leq 4 \\ 2x & x > 4 \end{cases}$ [1; 5]	$z = \sin(x + y)$
5.	$y = \frac{\sqrt[3]{x} \cdot e^{-2x}}{ x +1}$ [0; 2]	$y = \begin{cases} e^x & x < -2 \\ x+3 & -2 \leq x \leq 2 \\ \sqrt[3]{x} & x > 2 \end{cases}$ [-3; 3]	$z = x^3 + 3 y $
6.	$y = \frac{\sin x^2}{2 x }$ [1; 3]	$y = \begin{cases} 5,3 & x \leq 2 \\ e^x + 1 & 2 < x < 4 \\ 2\lg x^2 - 4 & x \geq 4 \end{cases}$ [1; 5]	$z = \cos \pi \sqrt{x^2 + y^2}$
7.	$y = \frac{\cos x^2}{3x^2}$ [-1; 3]	$y = \begin{cases} \frac{ x }{8x^2 + 2} & x < 4 \\ \sqrt[3]{x+8} & 4 \leq x \leq 5 \\ e^x \cdot \pi & x > 5 \end{cases}$ [3; 6]	$z = \sin^2(x + y)$
8.	$y = e^{\sin x} - \sqrt[3]{x^2}$ [0; 1]	$y = \begin{cases} \frac{1}{2 x } & x < -2 \\ x^2 + 12x + 4 & -2 \leq x \leq 0 \\ 3 \ln x & x > 0 \end{cases}$ [-1; 3]	$z = \cos(x^2 + y^2)$
9.	$y = \frac{\sqrt{x^2}}{(1-x)(1+x)^2}$ [0; 0,9]	$y = \begin{cases} \sin 2x & x \leq -1,5 \\ \frac{2}{e^x} & -1,5 < x < 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} & x \geq 0 \end{cases}$ [-2; 2]	$z = \sin^2 \sqrt{x + y^2}$
10.	$y = \sqrt[3]{x(1-x^2)} + e^{2x}$ [0; 2]	$y = \begin{cases} \frac{1}{2x^2} & x < 0 \\ x^3 + 3 & 0 \leq x \leq 0,3 \\ -\cos x & x > 0,3 \end{cases}$ [-1; 1]	$z = \ln^2  x + y $
11.	$y =  x  \sin^2(x+1)$ [-1; 1]	$y = \begin{cases} \cos 2x & x \leq -1 \\ e^x & -1 < x < 0 \\ x^2 + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ [-2; 1]	$z = \frac{y}{9 + x^2 + y^2}$
12.	$y =  2x-1  e^{2x-1}$ [-1; 1]	$y = \begin{cases} 2x^3 - x^2 - 4 & x > 5 \\ \ln x - 4 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0,2 \cos x^2 & x < 2 \end{cases}$ [0; 6]	$z = \sqrt[3]{x} - y$

13.	$y = \sin(2x+1)^2$ [0; 2]	$y = \begin{cases}  x  & x \leq 2 \\ \cos^2 x & 2 < x < 3 \\ e^x + \pi & x \geq 3 \end{cases}$ [1; 4]	$z = 7x^2 - y^3$
14.	$y = \arcsin(2x+1)^2$ [-1; 0]	$y = \begin{cases} \sin^2 x & x < -1 \\ \cos x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x + 1 & x > 0 \end{cases}$ [-2; 1]	$z = y^2 -  x $
15.	$y = \operatorname{tg}^3(x-1)$ [1; 2]	$y = \begin{cases} \ln x & x \leq 1 \\ \frac{x^2 + x - 1}{2x} & 1 < x < 3 \\ \sin x^2 - \pi/2 & x \geq 3 \end{cases}$ [0.5; 4]	$z = \sqrt{ x } + e^x$
16.	$y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ [0; 2]	$y = \begin{cases}  x  & x \leq -3 \\ (x-2)^2 & -3 < x < 1 \\ \sqrt[3]{6+x} & x \geq 1 \end{cases}$ [-4; 2]	$z = \frac{y^2}{2(x^2+1)}$
17.	$y = x^2 e^{2x}$ [1; 2]	$y = \begin{cases}  x^3  & x \leq -2 \\ \sqrt{x} & -2 < x < 3 \\ \frac{\ln x}{2x} & x > 3 \end{cases}$ [-3; 4]	$z = \cos^2 x + \sin y^2$
18.	$y = \frac{\ln x}{2x}$ [1; 2]	$y = \begin{cases}  x  & x \leq -1 \\ \cos^2 x & -1 < x < 3 \\ \frac{\pi}{(x+1)^2} & x \geq 3 \end{cases}$ [-1; 4]	$z = e^y$
19.	$y = \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos(x-2)$ [1; 2]	$y = \begin{cases} \ln x  & x \leq 1 \\ \sqrt[3]{e^x + 1} & 1 < x < 3 \\ 2\operatorname{tg} x^2 - \pi & x \geq 3 \end{cases}$ [0.5; 4]	$z = e^x \cos^2 y$
20.	$y = \arccos(2x+1)^2$ [-1; 0]	$y = \begin{cases} \frac{x-1}{2\pi} & x \leq -1 \\ x^2 + 2 & -1 < x < 2 \\ \sqrt[3]{e^x} & x \geq 2 \end{cases}$ [-2; 3]	$z = \sqrt{ xy }$
21.	$y = \frac{e^{2x^2}}{2\sqrt[3]{x^2}}$ [1; 2]	$y = \begin{cases} e^x & x \leq -3 \\ ( x -2)^2 & -3 < x < 1 \\ \sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$ [-4; 2]	$z = \frac{3\pi}{2} x \cdot \sin y$

22.	$y = \sin x^2 + e^{2x} \quad [-1; 1]$	$y = \begin{cases} \operatorname{ctg} \frac{x}{2\pi} & x \leq -2 \\ (x-2)^2 & -2 < x < 0 \\ 2,5 & x \geq 0 \end{cases} \quad [-3; 1]$	$z = -y\sqrt{ x }$
23.	$y = \frac{\sin x + \cos 3x}{x \sin x} \quad [1; 2]$	$y = \begin{cases}  x  & x \leq 2 \\ \sqrt{x} & 2 < x < 3 \\ \lg x & x \geq 3 \end{cases} \quad [1; 4]$	$z = x + \sin^2 \frac{y}{2}$
24.	$y = 2e^{-2x} \quad [-1; 1]$	$y = \begin{cases}  x  & x \leq -3 \\ (\sin x - 2)^2 & -3 < x < 1 \\ \sqrt[3]{6 \cdot \ln x} & x \geq 1 \end{cases} \quad [-4; 2]$	$z = \frac{y}{2x}$
25.	$y = \frac{\sin x^1 + e^{2x}}{2x} \quad [1; 2]$	$y = \begin{cases} \ln  x  & x < -1 \\ \arccos^2 x & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases} \quad [-2; 1]$	$z = \sqrt{y^x}$
26.	$y = \sin x^3 + \cos^3 x \quad [-1; 1]$	$y = \begin{cases} \ln  x  & x \leq 1 \\ \sqrt[3]{x} & 1 < x < 3 \\ \operatorname{ctg} x & x \geq 3 \end{cases} \quad [0,5; 3,5]$	$z = \frac{e^x}{2} + y$
27.	$y = e^x - \sin^2 x \quad [-1; 2]$	$y = \begin{cases} \frac{\ln  x }{2x} & x \leq -2 \\ \sqrt[3]{x} & -2 < x < 3 \\ e^{2x} & x \geq 3 \end{cases} \quad [-3; 4]$	$z = \cos y$
28.	$y = \ln  x - \sin^2 x  \quad [-1; 2]$	$y = \begin{cases} \frac{x}{2} & x \leq 1 \\ \sqrt[3]{x} & 1 < x < 3 \\ 2^x & x \geq 3 \end{cases} \quad [0; 4]$	$z = \frac{y^2}{2 \operatorname{tg} x}$
29.	$y = 1 + \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{x}} \quad [1; 2]$	$y = \begin{cases}  x  & x \leq -2 \\ \ln x^2 & -2 < x < -1 \\ \sin^3 x & x \geq -1 \end{cases} \quad [-3; 0]$	$z = \frac{y^2}{2+x}$
30.	$y = e^x - \log x \quad [1; 2]$	$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x+2} & x \leq -1 \\ \cos x^2 & -1 < x < 0 \\ \operatorname{arcsin}^3 x & x \geq 0 \end{cases} \quad [-2; 1]$	$z = \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4}$

### Задание 2

На указанном отрезке  $[a; b]$  отделить корень функции  $f(x)$  и при помощи последовательного табулирования уточнить его значение с точностью  $\varepsilon=0,001$  для числа разбиений  $n=10$ . Выполнить проверку решения с помощью средства *Подбор параметра*

Вариант	Функция	Отрезок	Вариант	Функция	Отрезок
1	$f(x) = x^2 + \frac{16}{x} - 16$	[2, 4]	16	$f(x) = \frac{4x-3}{x^2+4}$	[-1, 2]
2	$f(x) = 4 - x - \frac{4}{x^2}$	[2, 4]	17	$f(x) = \frac{10x}{x^2+1} - 3$	[0, 2]
3	$f(x) = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$	[6, 5]	18	$f(x) = 1 + \sqrt[3]{2x^2(x-6)}$	[0, 2]
4	$f(x) = \frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5} - 2$	[-3, 3]	19	$f(x) = \frac{2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$	[-4, -1]
5	$f(x) = 2\sqrt{x} - x - 0,5$	[1, 4]	20	$f(x) = -\frac{2(x^2-3)}{x^2+2x+5} + 2$	[-5, -2]
6	$f(x) = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$	[0, 2]	21	$f(x) = 8 + \frac{8}{x} - \frac{x^3}{2}$	[2, 5]
7	$f(x) = x - 4\sqrt{x} + 3$	[0, 3]	22	$f(x) = x - \cos x$	[-1, 1]
8	$f(x) = 2 - x - \frac{4}{(x+2)^2}$	[0, 2,5]	23	$f(x) = 3x + \cos x + 1$	[-2, 1]
9	$f(x) = -2 + \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}$	[-3, -1]	24	$f(x) = \ln(x) + (x-1,5)^1$	[1, 2]
10	$f(x) = 2x^2 + \frac{108}{x^2} - 59$	[1, 4]	25	$f(x) = 3x - e^{x^2}$	[0, 3]
11	$f(x) = 2x - \cos \sqrt{x} - 0,5$	[0, 2]	26	$f(x) = x - 4\sqrt{x+2} + 5,5$	[4, 7]
12	$f(x) = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}$	[2, 6]	27	$f(x) = (2-x)e^x - 0,5$	[1, 2]
13	$f(x) = \frac{2(-x^2+7x-7)}{x^2-2x+2} - 1$	[0, 4]	28	$f(x) = x^2 - \ln x-2 $	[-1, 1]
14	$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - \sin^2 x$	[-1, 1]	29	$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - \frac{1}{x}$	[0,5, 2]
15	$f(x) = 1 - \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$	[1, 2]	30	$f(x) = x + \cos x^2 - 1$	[1,5, 2,5]

### Задание 3

Для заданных матриц **A** и **B**, вектора  $\vec{d}$  и числа **k** (равному номеру варианта)

вычислить:

- 1)  $A+B$
- 2)  $A-B$
- 3)  $k \cdot B$
- 4)  $k \cdot \vec{d}$
- 5)  $A / k$
- 6)  $A \cdot B$
- 7)  $B \cdot A$

- 8)  $A \cdot \vec{d}$
- 9)  $A^2$
- 10)  $\Delta A$  (определитель матрицы)
- 11)  $B^{-1}$  (обратная матрица)
- 12)  $A^T$  (транспонированная матрица)
- 13) значение матричного выражения

Вариант	Матрица A	Матрица B	Вектор d	Матричное выражение
№ 1	$A = \begin{pmatrix} 23 & -1 \\ 45 & 2 \\ -10 & 7 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -1 & 05 \\ 0 & 13 \\ 2 & -24 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$2(A+B)(2B-A)$
№ 2	$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$3A - (\Lambda + 2B)B$
№ 3	$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$2(\Lambda - B)(A^2 + B)$
№ 4	$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$(\Lambda^2 - B^2)(A+B)$
№ 5	$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$(\Lambda - B^2)(2A+B)$
№ 6	$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$(\Lambda - B)A + 2B$
№ 7	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$2(\Lambda - 0.5B) + AB$
№ 8	$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$(\Lambda - B)A + 3B$
№ 9	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ -5 \end{pmatrix}$	$2\Lambda - (\Lambda^2 + B)B$
№ 10	$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 5 & -7 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix}$	$3(\Lambda^2 - B^2) - 2AB$

Вариант	Матрица A	Матрица B	Вектор d	Матричное выражение
№ 11	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$(2A - B)(3A + B) - 2AB$
№ 12	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 21 \end{pmatrix}$	$A(A^2 - B) - 2(B + A)B$
№ 13	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix}$	$(A + B)A - B(2A + 3B)$
№ 14	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\Lambda(2\Lambda + B) - B(A - B)$
№ 15	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 22 & -14 & 3 \\ 6 & -7 & 0 \\ 11 & 3 & 15 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$3(A + B)(AB - 2A)$
№ 16	$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$2AB - (A + B)(A - B)$
№ 17	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$2A + 3B(AB - 2A)$
№ 18	$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$(A - B)(A + B) - 2AB$
№ 19	$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$2A - AB(B - A) + B$
№ 20	$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\bar{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$A^2 - (A + B)(A - 3B)$

Вариант	Матрица А	Матрица В	Вектор d	Матричное выражение
№ 21	$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$B(A + 2B) - 3AB$
№ 22	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$3(A + B) - (A - B)A$
№ 23	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\Lambda(\Lambda - B) + 2B(A + B)$
№ 24	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$(2\Lambda + B)B - 0.5A$
№ 25	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\Lambda B - 2(\Lambda + B)A$
№ 26	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$(\Lambda + 2B)(3A - B)$
№ 27	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$2\Lambda B + \Lambda(B - A)$
№ 28	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$(3\Lambda + 0.5B)(2B - A)$
№ 29	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$2\Lambda(A + B) - 3AB$
№ 30	$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$3\Lambda B + (\Lambda - B)(A + 2B)$

### Задание 4

Решить систему линейных алгебраических уравнений следующими способами:

1. Матричным методом
2. Методом Крамера
3. При помощи пункта меню Сервис, Поиск решения

Выполнить проверку найденного решения.

$$1. \begin{cases} 0,05x_1 + 0,04x_2 + 1,5x_3 = 0,57 \\ -0,9x_1 - 0,33x_2 + 0,067x_3 - 0,98x_4 = -0,98 \\ 1,5x_1 + 0,33x_2 + 0,5x_3 = 1,83 \\ 2,857x_1 + x_2 - 3x_3 + 0,25x_4 = -0,41 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 0,1x_1 + 0,08x_2 + 2x_3 + 0,5x_4 = 1,86 \\ -0,8x_1 + 0,13x_2 + 0,5x_3 = -1,26 \\ 2,5x_1 + 0,67x_2 + 0,67x_3 + 0,69x_4 = 6,46 \\ 0,057x_1 + 1,5x_2 - 2,67x_3 + 0,5x_4 = 0,086 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 0,15x_1 + 0,12x_2 + 2,5x_3 + x_4 = 3,88 \\ 0,7x_1 + 0,33x_2 + 0,2x_3 + 0,75x_4 = -0,84 \\ 3,5x_1 + x_2 + 0,75x_3 + 1,1x_4 = 13,57 \\ 0,086x_1 + 2x_2 - 2,33x_3 + 0,75x_4 = 1,49 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 0,2x_1 + 0,16x_2 + 3x_3 + 1,5x_4 = 6,62 \\ -0,6x_1 + 0,67x_2 + 0,27x_3 + x_4 = 0,29 \\ 4,5x_1 + 1,33x_2 + 0,8x_3 + 1,39x_4 = 23,12 \\ 0,11x_1 + 2,5x_2 - 0,2x_3 + x_4 = 3,79 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 0,25x_1 + 0,2x_2 + 3,5x_3 + 2x_4 = 10,08 \\ -0,5x_1 + x_2 + 0,33x_3 + 1,25x_4 = 2,12 \\ 5,5x_1 + 1,67x_2 + 0,83x_3 + 1,61x_4 = 35,07 \\ 0,14x_1 + 3x_2 - 1,67x_3 + 1,25x_4 = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 0,3x_1 + 0,24x_2 + 4x_3 + 2,5x_4 = 14,27 \\ -0,4x_1 + 1,33x_2 + 0,4x_3 + 0,15x_4 = -4,65 \\ 6,5x_1 + 2x_2 + 0,86x_3 + 1,79x_4 = 49,40 \\ 0,17x_1 + 3,5x_2 - 1,33x_3 + 1,5x_4 = 11,11 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 0,35x_1 + 0,28x_2 + 4,5x_3 + 3x_4 = 19,18 \\ -0,3x_1 + 1,67x_2 + 0,47x_3 + 1,75x_4 = 7,88 \\ 7,5x_1 + 2,33x_2 + 0,88x_3 + 1,95x_4 = 66,11 \\ 0,2x_1 + 4x_2 - x_3 + 1,75x_4 = 16,13 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 0,4x_1 + 0,32x_2 + 5x_3 + 3,5x_4 = 24,81 \\ -0,2x_1 + 2x_2 + 0,53x_3 + 2x_4 = 11,82 \\ 8,5x_1 + 2,67x_2 + 0,89x_3 + 2,08x_4 = 85,2 \\ 0,23x_1 + 4,5x_2 - 0,67x_3 + 2x_4 = 22,05 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 0,45x_1 + 0,36x_2 + 5,5x_3 + 4x_4 = 31,17 \\ -0,1x_1 + 2,33x_2 + 0,6x_3 + 2,25x_4 = 16,46 \\ 9,5x_1 + 3x_2 + 0,9x_3 + 2,2x_4 = 106,64 \\ 0,26x_1 + 5x_2 - 0,33x_3 + 2,25x_4 = 28,88 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 0,5x_1 + 0,4x_2 + 6x_3 + 4,5x_4 = 38,25 \\ 0,33x_2 + 2,67x_3 + 2,5x_4 = 21,81 \\ 10,5x_1 + 3,33x_2 + 0,91x_3 + 2,3x_4 = 130,45 \\ 0,29x_1 + 5,5x_2 + 2,5x_4 = 36,61 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 0,55x_1 + 0,144x_2 + 6,5x_3 + 5x_4 = 46,05 \\ 0,1x_1 + 3x_2 + 0,73x_3 + 2,75x_4 = 27,85 \\ 11,5x_1 + 3,67x_2 + 0,92x_3 + 2,4x_4 = 156,62 \\ 0,31x_1 + 6x_2 + 0,33x_3 + 7,5x_4 = 45,24 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 0,6x_1 + 0,48x_2 + 7x_3 + 5,5x_4 = 54,58 \\ 0,2x_1 + 3,3x_2 + 0,8x_3 + 3x_4 = 34,6 \\ 12,5x_1 + 4x_2 + 0,92x_3 + 2,48x_4 = 185,15 \\ 0,34x_1 + 6,5x_2 + 0,367x_3 + 3x_4 = 54,78 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 0,65x_1 + 0,52x_2 + 7,5x_3 + 6x_4 = 63,83 \\ 0,3x_1 + 3,67x_2 + 0,87x_3 + 3,25x_4 = 42,05 \\ 13,5x_1 + 4,33x_2 + 0,93x_3 + 2,56x_4 = 216,03 \\ 0,37x_1 + 7x_2 + x_3 + 3,25x_4 = 65,22 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 0,7x_1 + 0,56x_2 + 8x_3 + 6,5x_4 = 73,80 \\ 0,4x_1 + 4x_2 + 0,93x_3 + 3,5x_4 = 50,21 \\ 14,5x_1 + 4,67x_2 + 0,93x_3 + 2,64x_4 = 249,26 \\ 0,4x_1 + 7,5x_2 + 1,33x_3 + 3,5x_4 = 76,57 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 0,75x_1 + 0,6x_2 + 8,5x_3 + 7x_4 = 84,5 \\ 0,5x_1 + 4,33x_2 + x_3 + 3,75x_4 = 59,06 \\ 15,5x_1 + 5x_2 + 0,94x_3 + 2,48x_4 = 284,84 \\ 0,43x_1 + 8x_2 + 1,67x_3 + 3,75x_4 = 88,82 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 0,8x_1 + 0,64x_2 + 9x_3 + 7,5x_4 = 95,92 \\ 0,6x_1 + 4,67x_2 + 1,07x_3 + 4x_4 = 68,62 \\ 16,5x_1 + 5,33x_2 + 0,94x_3 + 2,77x_4 = 322,78 \\ 0,46x_1 + 8,5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 101,98 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 0,85x_1 + 0,68x_2 + 9,5x_3 + 8x_4 = 108,06 \\ 0,7x_1 + 5x_2 + 1,13x_3 + 4,25x_4 = 78,88 \\ 17,5x_1 + 5,67x_2 + 0,94x_3 + 2,83x_4 = 363,06 \\ 0,49x_1 + 9x_2 + 2,33x_3 + 4,25x_4 = 116,04 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 0,9x_1 + 0,72x_2 + 10x_3 + 8,5x_4 = 120,93 \\ 0,8x_1 + 5,33x_2 + 1,2x_3 + 4,5x_4 = 89,85 \\ 18,5x_1 + 6x_2 + 0,95x_3 + 2,89x_4 = 405,69 \\ 0,51x_1 + 9,5x_2 + 2,67x_3 + 4,5x_4 = 131,01 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 0,95x_1 + 0,76x_2 + 10,5x_3 + 9x_4 = 134,52 \\ 0,9x_1 + 5,67x_2 + 1,27x_3 + 4,75x_4 = 101,52 \\ 19,5x_1 + 6,33x_2 + 0,95x_3 + 2,94x_4 = 450,67 \\ 0,54x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 4,75x_4 = 146,88 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 0,8x_2 + 11x_3 + 9,5x_4 = 148,83 \\ x_1 + 6x_2 + 1,33x_3 + 5x_4 = 113,89 \\ 20,5x_1 + 6,67x_2 + 0,95x_3 + 3x_4 = 497,99 \\ 0,57x_1 + 10,5x_2 + 3,33x_3 + 5x_4 = 163,65 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 0,18x_1 + 0,19x_2 + 0,2x_3 - 0,21x_4 = 0,22 \\ 0,51x_1 - 0,5x_2 + 0,49x_3 - 0,48x_4 = 0,47 \\ 0,61x_1 + 0,62x_2 - 0,63x_3 + 0,64x_4 = 0,65 \\ 0,11x_1 - 0,15x_2 + 0,22x_3 - 0,38x_4 = 0,42 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 0,17x_1 - 0,18x_2 + 0,19x_3 - 5,74x_4 = 1,00 \\ 0,11x_1 - 0,43x_2 + 0,15x_3 - 0,17x_4 = 1,9 \\ 0,12x_1 + 0,14x_2 - 0,16x_3 + 0,18x_4 = 2,00 \\ 0,71x_1 - 0,13x_2 - 0,41x_3 + 0,52x_4 = 1,00 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 - 2,01x_2 + 2,04x_3 + 0,17x_4 = 0,18 \\ 0,33x_1 - 0,77x_2 + 0,44x_3 - 0,51x_4 = 0,19 \\ 0,31x_1 + 0,17x_2 - 0,21x_3 + 0,54x_4 = 0,21 \\ 0,17x_1 + x_2 - 0,13x_3 + 0,21x_4 = 0,31 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2,34x_1 - 1,42x_2 - 0,54x_3 + 0,21x_4 = 0,66 \\ 1,44x_1 - 0,53x_2 + 1,43x_3 - 1,27x_4 = -1,44 \\ 0,63x_1 - 1,32x_2 - 0,65x_3 + 1,43x_4 = 0,94 \\ 0,56x_1 + 0,88x_2 - 0,67x_3 - 2,38x_4 = 0,73 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 0,63x_1 - 0,76x_2 + 1,34x_3 + 0,37x_4 = 1,21 \\ 0,54x_1 + 0,83x_2 - 0,74x_3 - 1,27x_4 = 0,86 \\ 0,24x_1 - 0,44x_2 + 0,35x_3 + 0,55x_4 = 0,25 \\ 0,43x_1 - 1,21x_2 + 2,32x_3 - 1,41x_4 = -1,55 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 1,43x_1 + 0,87x_2 - 1,57x_3 - 0,58x_4 = -2,34 \\ 0,63x_1 - 0,57x_2 - 2,34x_3 + 0,66x_4 = 0,77 \\ 1,57x_1 + 0,66x_2 - 0,57x_3 + 1,15x_4 = -0,24 \\ 0,88x_1 - 0,67x_2 + 0,55x_3 - 0,45x_4 = 0,56 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 1,71x_1 - 0,83x_2 + 1,44x_3 - 0,72x_4 = 1,35 \\ 0,64x_1 - 0,85x_2 - 0,43x_3 + 0,88x_4 = 0,77 \\ 0,38x_1 + 1,42x_2 + 0,63x_3 - 1,55x_4 = 0,28 \\ 0,83x_1 - 0,66x_2 + 0,58x_3 + 1,22x_4 = -0,47 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 0,85x_1 + 1,27x_2 - 2,37x_3 + 0,57x_4 = 1,48 \\ 1,48x_1 - 0,28x_2 + 0,56x_3 - 1,21x_4 = -0,86 \\ 0,66x_1 + 1,31x_2 - 0,63x_3 + 0,43x_4 = -0,55 \\ 0,57x_1 - 0,78x_2 - 0,56x_3 - 0,83x_4 = 0,27 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 0,68x_1 + 1,32x_2 - 0,63x_3 - 0,87x_4 = 1,43 \\ 0,57x_1 + 0,36x_2 - 1,24x_3 - 0,23x_4 = 0,33 \\ 0,82x_1 - 0,32x_2 + 1,42x_3 + 1,48x_4 = -0,84 \\ 0,56x_1 - 1,2x_2 + 1,5x_3 - 0,64x_4 = 0,45 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 1,42x_1 + 2,34x_2 - 0,88x_3 + 0,53x_4 = 0,72 \\ 0,71x_1 - 1,15x_2 + 0,53x_3 - 0,67x_4 = -0,18 \\ 0,55x_1 + 0,93x_2 - 1,42x_3 + 1,32x_4 = 0,68 \\ 0,44x_1 - 0,25x_2 + 1,92x_3 - 1,08x_4 = 0,43 \end{cases}$$

### Задание 5

Составить и записать математическую модель приведенной по варианту экономической ситуации:

*Завод выпускает продукцию двух типов: А и В. При этом используется сырье четырех видов. Расход сырья каждого вида на изготовление единицы продукции, запасы сырья и цены единицы продукции А и В заданы в таблицах с вариантами. Составить план производства по выпуску продукции А и В, обеспечивающий максимальную выручку.*

Найти ее решение в Excel как задачи линейного программирования (ЗЛП) при помощи надстройки Excel *Поиск решения*.

Оформить решение ЗЛП и результаты по образцу для аналогичной задачи (рис. 24).

Варианты 1, 11, 21			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	2	3	21
2	1	0	4
3	0	1	6
4	2	1	10
Цены	3	2	

Варианты 5, 15, 25			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	3	4	150
2	2	5	80
3	4	6	120
4	2	3	100
Цены	5	9	

Варианты 2, 12, 22			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	2	3	17
2	5	1	4
3	0	2	6
4	2	1	10
Цены	4	1	

Варианты 6, 16, 26			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	3	4	100
2	5	2	80
3	4	8	120
4	1	3	150
Цены	12	7	

Варианты 3, 13, 23			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	1	3	17
2	5	1	12
3	1	6	8
4	2	3	10
Цены	8	2	

Варианты 7, 17, 27			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	3	1	100
2	5	2	80
3	4	2	120
4	2	3	50
Цены	5	3	

Варианты 4, 14, 24			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	1	4	17
2	5	2	8
3	1	6	3
4	2	3	10
Цены	7	3	

Варианты 8, 18, 28			
Продукция \ Сырье	А	В	Запасы сырья
1	3	4	80
2	5	2	60
3	4	8	140
4	1	3	90
Цены	8	5	

**Варианты 9, 19, 29**

Продукция Сырье	А	В	Запасы сырья
1	3	4	80
2	2	5	60
3	4	8	140
4	1	3	90
<b>Цены</b>	5	8	

**Варианты 10, 20, 30**

Продукция Сырье	А	В	Запасы сырья
1	4	1	65
2	2	5	70
3	9	1	140
4	1	3	90
<b>Цены</b>	3	7	

**Задание 6**

1. Для заданного по варианту набора ежемесячных значений показателя найти уравнение линейной регрессии вида  $Y = a \cdot X + b$ , для которого параметры  $a$  и  $b$  определить следующими способами:

- методом наименьших квадратов (СЛАУ решить любым из способов)
- с помощью средства Поиск решения
- встроенными статистическими функциями.

№ вариантов	Месяц								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1, 2, 3	Кол-во заказов								
4, 5, 6	Выручка, млн. руб.								
7, 8, 9	Объем продаж, шт.								
10, 11, 12	Спрос, шт.								
13, 14, 15	Потребность сырья в тоннах								
16, 17, 18	Потребление воды								
19, 20, 21	Потребление э/энергии								
22, 23, 24	Объем запасов, т								
25, 26, 27	Уровень доходов, тыс.р.								
28, 29, 30	Уровень затрат на единицу, руб.								

2. Сравнить полученные результаты.

3. На точечной диаграмме построить три линии:

- линию фактической зависимости  $Y$  от  $X$  по исходным данным
- линию для зависимости  $Y$  от  $X$ , рассчитанной в п. 1
- линию тренда с выводом уравнения линейной зависимости на диаграмме.

## Методические рекомендации к выполнению контрольной работы

*В рекомендациях для выполнения контрольной работы адресация ячеек выбрана условно!*

Для выполнения контрольной работы запускают табличный процессор Microsoft Excel с помощью экранной кнопки **Пуск** → **Программы** → **Microsoft Excel**.

Для создания нового документа в Excel дают команду пункта меню **Файл** → **Создать**.

Для решения каждого задания контрольной работы отводят отдельный лист. Каждому листу задают в качестве имени номер задания. Для переименования листа дают команду пункта меню **Формат** → **Лист** → **Переименовать**.

На каждом листе записывают номер варианта и условие задания.

Задания рекомендуется выполнять в приведенном порядке, так как их выполнение часто основано на навыках, приобретенных в предыдущих заданиях.

### ЗАДАНИЕ № 1

Построить таблицы значений и графики заданных по варианту функций и поверхности для  $x \in [a_x; b_x]$  и  $y \in [a_y; b_y]$  при числе разбиений отрезков  $n_x = n_y = 10$ .

Предложенные варианты задания содержат:

1. непрерывную функцию;
2. кусочно-непрерывную функцию, в описании которой применяется разветвляющийся алгоритм;
3. функцию с двумя переменными, описывающую поверхность.

Процесс построения таблицы значений функции другими словами называется *табулированием*. Этот процесс является обязательным этапом, предшествующим построению графика функции в Excel.

Для построения таблицы значений функции или поверхности необходимо владеть следующими двумя навыками:

- правильно задавать формулу с выражением для вычисления функции в одной точке;
- выполнять копирование этой формулы на весь диапазон изменения аргумента функции или аргументов поверхности. Копирование выполняется рациональнее, если при этом формула содержит комбинацию абсолютных и относительных адресов ячеек.

Для построения *графика* функции в Excel необходима таблица ее значений при различных значениях аргумента  $x$ , который обычно изменяется равномерно, то есть с фиксированным шагом  $h$ .

Метод решения поставленной задачи заключается в вычислении значений зависимости  $y=f(x)$  на отрезке, где  $x$  принимает значения от  $a$  до  $b$  с шагом  $h$ . Значение

шага  $h$  находится по формуле:  $h = \frac{(b-a)}{n}$ , где  $a$  - начальное значение отрезка,  $b$  - конечное значение отрезка,  $n$  - заданное число разбиений отрезка.

Рекомендуется значения концов отрезка  $a$  и  $b$  и число разбиений  $n$  задавать в отдельных ячейках. Шаг  $h$  изменения аргумента  $x$  следует рассчитывать по формуле также в отдельной ячейке (рис. 1).

**Создание столбца аргумента  $x$ .** В верхние две ячейки столбца заносят формулы:

для  $x_0 = a$

для  $x_1 = x_0 + h$ ,

используя вместо  $a$ ,  $x_0$  и  $h$  ссылки на ячейки, содержащие соответствующие значения.

Последнюю формулу видоизменяют, применяя для ячейки с шагом абсолютную адресацию (для этого удобно использовать функциональную клавишу  $F4$ ) (рис. 1). Эту формулу копируют с помощью маркера заполнения до конца отрезка  $b$ . Для этого курсором мыши при нажатой левой клавише выделяют ячейку-источник и отпускают клавишу мыши. Затем ставят курсор мыши на маркер заполнения (квадратик в правом нижнем углу рамки выделения), и при нажатой левой клавише мыши расширяют рамку выделения на весь диапазон аргумента  $x$ , а затем клавишу мыши отпускают.

**Для создания столбца значений функции  $Y$**  в первую клетку заносят формулу с выражением для функции, используя вместо  $x$ , адрес ячейки, содержащей конкретное значение аргумента  $x$ .

При записи выражения удобно использовать *Мастер функций* (пункт меню Вставка → Функция или кнопка  $f_x$  на панели инструментов Стандартная), однако, можно названия встроенных функций задавать и с клавиатуры. При этом необходимо следить за синтаксисом функций и скобками. Надо помнить, что обращение к функции состоит из двух частей: имени функции и аргументов (исключения составляют такие функции, как ПИ( ), ИСТИНА( ), не имеющие аргументов).

При задании аргументов нужно не забывать следующие правила:

- аргументы функции заключаются в круглые скобки;
- аргументы функции отделяются друг от друга точкой с запятой;
- число аргументов функции должно быть не более 30;
- в качестве аргументов функции в зависимости от ее смысла могут быть использованы ссылки, числа, текст, арифметические или логические выражения, имена диапазонов и другие функции.

Ввод ссылок и имен диапазонов при задании функции осуществляется непосредственно с клавиатуры или щелчком мыши на соответствующей ячейке. Несомненно, удобнее во все диалоговые окна мастера функций адреса ячеек вводить не с клавиатуры, а протаскивая мышью по ячейкам, чьи адреса следует ввести. *При ручном вводе адресов ячеек и функций в формулах лучше использовать малые буквы*, так как по завершении ввода такие элементы все равно будут отображаться большими буквами. Это позволит легко обнаружить ошибки – ошибочные вводы не будут преобразованы в верхний регистр. Так, например, если при вводе адреса  $a8$  он

не преобразовался в А8, значит при наборе символа а был использован русский алфавит вместо английского. Ввод имен диапазонов также может осуществляться либо вручную, либо используя раскрывающийся список поля имени строки формул, либо с помощью команды пункта меню **Вставка→Имя→Вставить**.

Если в качестве аргумента используется функция, то такая функция называется *вложенной*. В этом случае сначала выполняются функции «внутри» конструкции, а затем – внешние функции. Например, для записи выражения кусочно-непрерывных функций используется вложенная друг в друга встроенная в Excel функция ЕСЛИ( ) (Рис.2). Порядок действий в выражении для сложных функций регулируется круглыми скобками.

Редактирование формулы можно выполнять в строке формул или прямо в ячейке при помощи функциональной клавиши [F2].

Синтаксис наиболее часто используемых математических функций Excel приведен в таблице 1. В тригонометрических функциях подразумевается радианная мера угла!

Таблица 1

Математическая запись функции	Синтаксис функции в Excel
$\pi$	ПИ( ) (возвращает 3.14159286)
$\sin x$	SIN(число)
$\cos x$	COS(число)
$\operatorname{Tg} x$	TAN(число)
$\operatorname{Ctg} x$	1/TAN(число)
$\operatorname{Arcsin} x$	ASIN(число)
$\operatorname{Arccos} x$	ACOS(число)
$\operatorname{Arctg} x$	ATAN(число)
$\operatorname{Arctg} x \cdot \pi/2 - \operatorname{Arctg} x$	ПИ()/2 – ATAN(число)
$ x $ (модуль)	ABS(число)
$\sqrt{x}$	КОРЕНЬ (число)
$\sqrt[n]{x}$	$x^{1/n}$
$x^n$	$x^n$ или СТЕПЕНЬ(число; n)
$e^x$	EXP(число)
$\ln x$	LN(число)
$\lg x$	LOG10(число)
$\log_n x$	LOG(число; n)

**Пример 1.** Построить таблицу значений функции  $y = \sin^2 x - \cos x^2$  для  $x \in [-1; 1]$  при числе разбиений  $n = 10$ .

	A	B	C
1		a= -1	
2		b= 1	
3		n= 10	
4		h= (B2-B1)/B3	
5	x	y	
6	=B1	=SIN(A6)^2-COS(A6^2)	
7	=A6+\$B\$4	=SIN(A7)^2-COS(A7^2)	

Рис.1

Формула ячейки B6 копируется на диапазон B7:B16.

**Пример 2.** Построить таблицу значений функции  $y = \begin{cases} e^{2x} & x \leq 2 \\ \ln x & 2 < x < 4 \\ \sqrt[3]{x^2} & x \geq 4 \end{cases}$

на отрезке для  $x \in [-3; 5]$  при числе разбиений  $n = 10$ .

	A	B
1		
2	a = -3	
3	b = 5	
4	n = 10	
5	h = =(B2-B1)/B3	
6	x	y
7	=B1	=ЕСЛИ(A6<=2;EXP(2*A6);ЕСЛИ(A6<4;LN(A6);A6^(2/3)))
8	=A6+\$B\$4	=ЕСЛИ(A7<=2;EXP(2*A7);ЕСЛИ(A7<4;LN(A7);A7^(2/3)))

Рис.2

Формула ячейки B6 копируется на диапазон B7:B16.

**Замечание 1.** Для записи выражения разветвляющейся функции проверку принадлежности значения аргумента  $x$  различным интервалам рекомендуется проводить строго в одном направлении по оси OX, например, в сторону увеличения, т.е. слева направо, используя знак сравнения  $<$  (*меньше*). Это позволит избежать проверки двойных неравенств и тем самым упростит выражение.

**Замечание 2.** При необходимости использовать вложенные функции их названия можно задавать с клавиатуры, отслеживая при этом количество открытых и закрытых скобок.

Кроме того, можно в процессе набора выражения использовать мастер функций, который при формировании функции располагается на месте поля имени в строке формул (см. рис.3). Возврат к внешней функции осуществляется щелчком мыши на имени функции в строке формул.

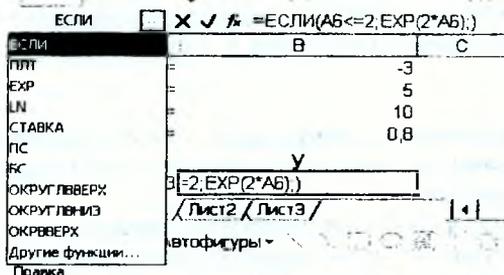


Рис.3

Функция с двумя переменными  $Z = F(x, y)$  – это **поверхность**. Таблица значений поверхности  $Z = F(x, y)$  представляет собой прямоугольную область, где в 1-ом столбце изменяется 1-ый аргумент  $x$  на отрезке от  $a_x$  до  $b_x$  с шагом  $h_x$ , а в 1-ой строке изменяется 2-ой аргумент  $y$  на отрезке от  $a_y$  до  $b_y$  с шагом  $h_y$ .

Рекомендуется значения концов отрезков  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $a_y$ ,  $b_y$  и число разбиений  $n$  задавать в отдельных ячейках. Шаг  $h_x$  изменения аргумента  $x$  и шаг  $h_y$  изменения аргумента  $y$  следует рассчитывать по формуле также в отдельной ячейке (рис.4).

В ячейке на пересечении строки и столбца с аргументами задается формула с выражением для поверхности, где вместо переменных указываются ссылки на соответствующие ячейки со значениями аргументов. Для последующего копирования в формуле расставляют *абсолютную адресацию*, пользуясь клавишей **F4**, принимая во внимание что:

– при копировании формулы вниз не должен изменяться *номер строки* с аргументом  $y$ ;

– при копировании вправо не должно меняться *название столбца* с аргументом  $x$ .

Для окончательного создания таблицы значений поверхности формулу копируют на весь диапазон аргументов сначала вправо, а затем всю строку вниз или наоборот.

**Пример 3.** Построить таблицу значений и график поверхности  $Z = \sin x * \cos y$  на отрезке  $x \in [-1; 1]$  и  $y \in [-1; 1]$  при числе разбиений  $n_x = n_y = 10$ .

	A	B	C
1			
2		$ax=ay= -1$	
3		$bx=by= 1$	
4		$nx=ny= 10$	
		$hx=hy= =(B2-B1)/B3$	
5	$x$	$y$	$Z$
6	$=B1$	$=B1$	$=B5+\$B\$4$
7	$=A6+\$B\$4$	$=\text{SIN}(\$A6)*\text{COS}(B\$5)$	$=\text{SIN}(\$A6)*\text{COS}(C\$5)$
		$=\text{SIN}(\$A7)*\text{COS}(B\$5)$	$=\text{SIN}(\$A7)*\text{COS}(C\$5)$

Рис.4

Первое значение поверхности  $Z$  вычисляется в ячейке B6 по формуле:  $=\text{SIN}(\$A6)*\text{COS}(B\$5)$  (рис.4). Знаки доллара перед меткой столбца A и перед номером строки 5 в выражении введены в формулу для того, чтобы при копировании формулы в другие ячейки прямоугольного диапазона **B6:L16** значение функции Sin всегда вычислялось от значений  $x$  из столбца A, а функции Cos – от значений  $y$  из строки 5.

**Построение графика функции и поверхности** в Excel осуществляется при помощи **Мастера диаграмм** по точкам, представленным в уже готовой таблице значений функции или поверхности.

Для построения графика функции или поверхности сначала выделяют исходные данные, по которым нужно построить диаграмму. Мастер диаграмм позволяет это сделать и в процессе диалога, но предварительное выделение упрощает процесс создания диаграммы.

**Этап 1. Выделение исходных данных.** Определение диапазона (интервала) данных является самым ответственным моментом построения диаграммы. Здесь необходимо указать только те данные, которые должны быть изображены на диаграмме.

Так, для построения *графиков* функций в примерах 1 и 2 должен быть выделен весь столбец значений функции и, кроме того, для введения поясняющей надписи (легенды) в диапазон также может быть включена ячейка, содержащая текстовое название столбца (в примерах 1 и 2 – у).

В рассматриваемых примерах 1 и 2 диапазон выделения – *интервал B5:B16*.

Для построения *поверхности* следует выделять только область значений *Z*, *не захватывая первый столбец с аргументом x и первую строку с аргументом y*.

В рассматриваемом примере 3 диапазон выделения – *интервал B6:L16*.

**Этап 2. Запуск Мастера диаграмм.** Мастер диаграмм вызывается командой пункта меню **Вставка** → **Диаграмма** или соответствующей кнопкой на панели инструментов **Стандартная**. Мастер открывает последовательность из пяти диалоговых окон, которые служат руководством по созданию диаграммы требуемого вида. Эти диалоговые окна содержат кнопки (Рис. 5), позволяющие переходить от одного окна к другому либо досрочно завершить построение диаграммы.

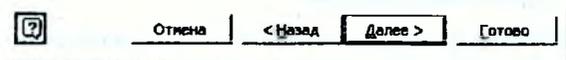


Рис.5

**Этап 3. Выбор типа диаграммы** осуществляется в появившемся сразу после запуска диалоговом окне **Мастер диаграмм (шаг 1 из 4)**: тип диаграммы, в котором слева приведен список типов диаграмм, а справа предлагаются для выбора виды диаграмм каждого типа. Для указания типа диаграммы необходимо вначале выбрать тип в левом списке (с помощью указателя мыши и щелчка левой кнопкой), а затем выбрать подтип диаграммы в правом окне (щелчком левой кнопки мыши на выбранном подтипе). Экранная кнопка **Просмотр результата** позволит просмотреть результат выбора на исходных данных, если они были предварительно выделены.

В рассматриваемых примерах 1 и 2 следует выбрать на вкладке **Стандартные** тип – **График**, вид – **График с маркерами**. Кроме того, можно использовать тип диаграммы – **Точечная** или на вкладке **Нестандартные** тип – **Гладкие графики**.

В примере 3 выбирают тип – **Поверхность**, вид – **Проволочная (прозрачная)**.

**Замечание.** Для отображения зависимости с непостоянным шагом применяется, как правило, точечная диаграмма, а не график.

**Этап 4. Указание источника данных.** Диалоговое окно **Мастер диаграмм (шаг 2 из 4)**: **источник данных диаграммы** позволяет откорректировать неправильно выделенные данные или выделить данные для построения диаграммы, если они не были выделены до вызова мастера диаграмм. Для этого на вкладке **Диапазон данных** в поле ввода **Диапазон**: вносят необходимые исправления или указывают новый интервал данных, то есть вводят ссылку на ячейки, содержащие данные, которые необходимо представить на диаграмме. Для этого можно свернуть окно мастера диаграмм, нажав кнопку свертывания окна рядом с полем ввода **Диапазон**: (см.рис.6) и, находясь в рабочем поле Диапазон, навести указатель мыши на левую верхнюю ячейку данных (в примерах 1 и 2 это ячейка B6), нажать левую кнопку мыши и, не отпуская ее, протянуть указатель мыши к правой нижней ячейке, со-

державшей выносимые на диаграмму данные (в примерах 1 и 2 это ячейка В16), затем отпустить левую кнопку мыши. По окончании восстанавливают окно мастера диаграмм повторным нажатием кнопки разворачивания окна.

Далее необходимо указать в строках или столбцах расположены ряды данных. В рассматриваемых примерах значения точек функции расположены в столбце, поэтому переключатель Ряды в с помощью указателя мыши следует установить около слова столбцах.

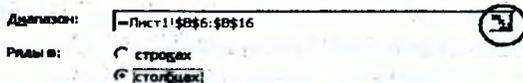


Рис.6

**Замечание.** Для выделения нескольких несмежных рядов данных используют клавишу **Ctrl** (это может понадобиться, например, для отображения нескольких графиков на одной координатной плоскости).

**Этап 5. Ввод подписей по оси X** (горизонтальной). В диалоговом окне **Мастер диаграмм** (шаг 2 из 4): источник данных диаграммы необходимо выбрать вкладку **Ряд**, щелкнув на ней указателем мыши, и в поле ввода **Подписи оси X** указать диапазон столбца со значениями аргумента  $x$ . В рассматриваемых примерах 1, 2 и 3 должна появиться запись: Лист1!\$A\$6:\$A\$16.

В этом же окне можно задать имя каждому ряду данных. Это имя будет выведено в легенде, а также в качестве подписей по оси **OY** на трехмерных диаграммах. Так в примере 3 для вывода подписей по оси **OY** в отображении поверхности надо для каждого Ряд данных (то есть для каждого столбца прямоугольного диапазона данных) в поле ввода **Имя** задать ссылку на ячейку со значением аргумента  $y$  (то есть ячейку из первой строки таблицы значений поверхности) (Рис.7).

После присвоения имени последнему ряду диапазона необходимо нажать кнопку **Далее>**.

**Этап 6. Введение заголовков.** В третьем окне **Мастер диаграмм** (шаг 3 из 4): параметры диаграммы можно ввести заголовок диаграммы и названия осей. Для этого надо выбрать вкладку **Заголовки**, щелкнув на ней указателем мыши, и ввести с клавиатуры в поле **Название диаграммы**: график функции. Затем аналогичным образом ввести в поля ввода **Ось X (категорий)** и **Ось Y (значений)** соответствующие названия для осей.

Далее в данном окне можно изменить либо удалить оси, добавить либо удалить линии сетки. На вкладке **Легенда** можно либо удалить легенду либо изменить ее расположение. (**Легенда** – это расшифровка цветовых обозначений на диаграмме).

После настройки параметров диаграммы нажимают кнопку **Далее>**.

**Этап 7. Выбор места размещения диаграммы.** В четвертом окне **Мастер диаграмм** (шаг 4 из 4): размещение диаграммы необходимо указать место размещения диаграммы. Для этого переключатель **Поместить диаграмму на листе** надо установить в нужное положение, выбрав **на отдельном** или **на текущем** листе должна быть выведена диаграмма.

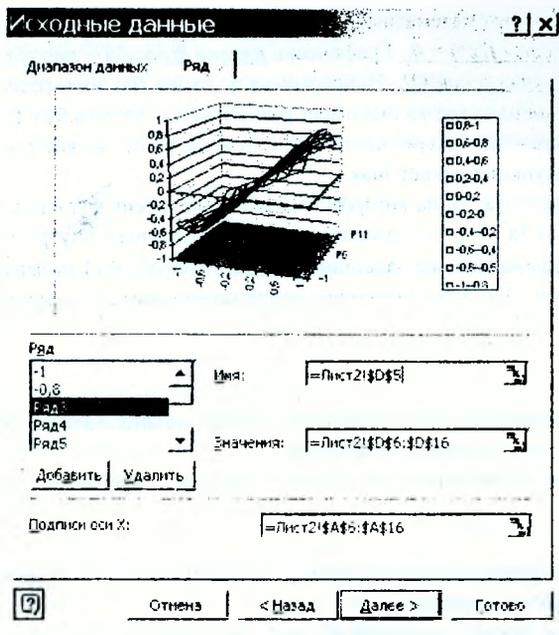


Рис.7

**Этап 8. Завершение.** Если диаграмма в демонстрационном поле имеет желаемый вид, необходимо нажать кнопку [Готово]. В противном случае следует нажать кнопку [Назад] и изменить установки.

Всплывающая диаграмма является частью рабочего листа, сохраняется, открывается и распечатывается вместе с ним. Диаграмму можно перемещать или изменять ее размеры. Чтобы переместить диаграмму, надо выделить ее щелчком мыши (при этом вокруг области диаграммы появится рамка с черными маркерами), установить указатель мыши внутри рамки и перетащить диаграмму на новое место. Для изменения размера или пропорции диаграммы указатель мыши помещают на один из маркеров выделения и перетаскивают его до достижения необходимого размера рамки. Удалить диаграмму можно после ее выделения нажатием клавиши [Delete].

**Замечание.** В отличие от специализированных математических систем в Excel на графике разрывных функций точки разрыва соединяются линиями.

### ЗАДАНИЕ №2

На указанном отрезке  $[a; b]$  отделить корень функции  $f(x)$  и при помощи последовательного табулирования уточнить его значение с точностью  $\varepsilon=0,001$  для числа разбиений  $n=10$ . Выполнить проверку решения с помощью средства *Подбор параметра*.

Для выполнения задания следует руководствоваться следующими теоретическими сведениями.

Как известно из курса математики, корнем функции  $f(x)$  называется такое значение  $x^*$ , при котором  $f(x^*) = 0$ . Графически корень функции – это точка пересечения графика функции и оси  $OX$ . Непрерывная функция  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  имеет корень, если на концах отрезка она имеет разные знаки, то есть  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

**Отделить корень** – это значит найти такой отрезок  $[a, b]$ , на котором существует корень, то есть функция меняет знак.

Если найден отрезок  $[a, b]$ , на котором имеется один корень функции, то задача нахождения отрезка  $[a^*, b^*]$ , содержащего корень и лежащего внутри отрезка  $[a, b]$ , такого что его длина меньше заданной точности ( $|b^* - a^*| \leq \epsilon$ ) называется **задачей уточнения корня**. При этом значением корня можно считать середину отрезка, то есть:

$$x^* = a^* + \frac{b^* - a^*}{2} \quad (1)$$

Для выполнения задания следует применить **метод последовательного табулирования**, который заключается в следующем:

- на отрезке  $[a, b]$  строится таблица значений заданной функции с шагом

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (\text{в задании } n=10);$$

- по таблице определяется отрезок  $[a_1, b_1] \subset [a, b]$ , на концах которого значения функции разных знаков;

- следующая таблица значений функции строится на отрезке  $[a_1, b_1]$  с шагом

$$h_1 = \frac{b_1 - a_1}{n} \quad \text{при } n=10;$$

- по таблице определяется отрезок  $[a_2, b_2] \subset [a_1, b_1]$ , на концах которого значения функции разных знаков;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	<b>Уточнение корня функции <math>f(x)=x^2+0,3x+1,2</math> на <math>[-10, 10]</math></b>													
2	<b>методом табулирования с точностью <math>\epsilon \leq 0,001</math> при числе разбиений <math>n=10</math></b>													
3														
4														
5	a=	-10		a=	-2		a=	-1		a=	-0.98		a=	-0.97
6	b=	10		b=	0		b=	-0.8		b=	-0.96		b=	-0.968
7	n=	10		n=	10		n=	10		n=	10		n=	10
8	h=	2		h=	0.2		h=	0.02		h=	0.002		h=	0.0002
9	x	y		x	y		x	y		x	y		x	y
10	-10	-1001.8		-2	-7.4		-1	-0.1		-0.98	-0.03519		-0.97	-0.003673
11	-8	-513.2		-1.8	-5.172		-0.98	-0.03519		-0.978	-0.02884		-0.9698	-0.0030486
12	-6	-216.6		-1.6	-3.376		-0.96	0.027264		-0.976	-0.02251		-0.9696	-0.0024244
13	-4	-64		-1.4	-1.964		-0.94	0.087416		-0.974	-0.01621		-0.9684	-0.0018004
14	-2	-7.4		-1.2	-0.888		-0.92	0.145312		-0.972	-0.00993		-0.9692	0.0011767
15	0	1.2		-1	-0.1		-0.9	0.201		-0.97	-0.00367		-0.969	-0.0005532
16	2	9.8		-0.8	0.448		-0.88	0.254528		-0.968	0.002561		-0.9688	7.005E-05
17	4	66.4		-0.6	0.804		-0.86	0.305844		-0.966	0.008771		-0.9686	0.00069311
18	6	219		-0.4	1.016		-0.84	0.355286		-0.964	0.014959		-0.9684	0.0013159
19	8	515.6		-0.2	1.132		-0.82	0.402632		-0.962	0.021123		-0.9682	0.0019384
20	10	1004.2		-2.8E-16	1.2		-0.8	0.448		-0.96	0.027264		-0.968	0.0025608
21														
22	<b>Корень функции <math>f(x) = -0.9689</math></b>													
23														

Рис.8

Процесс повторяется до тех пор, пока длина отрезка, на концах которого функция имеет противоположные знаки, не станет меньше заданной точности  $\epsilon$  ( $|b^* - a^*| \leq \epsilon$ ).

Тогда в качестве значения корня функции можно принять середину отрезка и окончательно рассчитать по формуле (1).

Как видно, для реализации метода необходимо владеть навыком построения таблицы значения функции на заданном отрезке и с заданным числом разбиений, который должен быть приобретен после выполнения задания №1 данной контрольной работы.

Для оформления решения задачи в Excel рекомендуется руководствоваться образцом, приведенным на рис. 8.

**Подбор параметра** – это инструмент Excel, позволяющий целенаправленно перебрать множество значений одиночного параметра с одновременным контролем результирующего значения. По сути, этот механизм «подгоняет» исходные данные под желаемый ответ. При этом очередное значение параметра подставляется в формулу, выполняется вычисление, и полученный результат сравнивается с искомым (целевым) значением. Если на очередном шаге вычислений разница между текущим результатом и целевым значением стала меньше заданной величины, то есть достигнута заданная точность решения, то вычисления прекращаются, и текущее значение предлагается как итоговый результат подбора.

Для нахождения корня функции решают уравнение вида  $f(x) = 0$ .

Для решения уравнения с помощью средства Excel **Подбор параметра** сперва надо выполнить следующие преобразования: в левую часть уравнения перенести все неизвестные, в правой части можно оставить только константу или ноль.

Например, уравнение  $x^3 + 3x^2 - 8x + 2$  должно быть преобразовано к виду:  $x^3 + 3x^2 - 8x$

$- 2 = 0$ , а для нахождения корня функции  $f(x) = \sin x + \cos x$  следует решить уравнение  $\sin x + \cos x = 0$ .

Затем, в Excel одну ячейку – отводят под искомое неизвестное значение  $x$ , а в другую – записывают формулу для левой части уравнения, ссылаясь вместо  $x$  на отведенную ячейку (рис. 9).

	А	В	С
1	x	$f(x)$	
2		$=\text{SIN}(A2)+\text{COS}(A2)$	

Рис. 9

Далее, чтобы найти заданное значение формулы, изменяя значение отдельной влияющей ячейки дают команду: **пункт меню Сервис → Подбор параметра**.

На экране появляется диалоговое окно (рис. 10), где

Подбор параметра

Установить в ячейке: B2

Значение: 0

Изменяя значение ячейки: \$A\$2

ОК Отмена

Рис. 10

- в поле *Установить в ячейке* указывают адрес ячейки, которая содержит формулу;
- в поле *Значение* указывают число, которое надо получить по формуле;
- в поле *Изменяя ячейку* указывают адрес изменяемой ячейки (влияющей на формулу).

Для решения нажимают кнопку **OK**. Если процесс не сходится, то с помощью кнопок **Пауза** и **Шаг** можно регулировать подбор параметра.

**Замечание.** При подборе параметра практически всегда получаются приближенные значения результата с точностью, достаточной для типичных экономических задач. В то же время, если речь идет о высокоточных инженерных или научных вычислениях точность полученных результатов может быть недостаточна.

Для уравнений, имеющих несколько решений, **Подбор параметра** находит только одно решение, ближайшее к первоначальному значению подбираемого параметра. Если надо найти корень функции на отрезке, в качестве начального значения параметра следует задавать левый конец отрезка.

### ЗАДАНИЕ №3

Для заданных матриц  $A$  и  $B$ , вектора-столбца  $\bar{d}$  и числа  $k$  (равного номеру варианта) вычислить:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $A+B$<br>2) $A - B$<br>3) $k \cdot B$<br>4) $k \cdot \bar{d}$<br>5) $A / k$<br>6) $A \cdot B$<br>7) $B \cdot A$ |  | 8) $A \cdot \bar{d}$<br>9) $A^2$<br>10) $\Delta A$ (определитель матрицы)<br>11) $B^{-1}$ (обратная матрица)<br>12) $A^T$ (транспонированная матрица)<br>13) значение матричного выражения по варианту |
|--|--|--|

Для выполнения задания следует руководствоваться следующими теоретическими сведениями.

**Матрицей**  $A_{m \times n}$  называется прямоугольная таблица чисел, содержащая  $m$  строк и  $n$  столбцов. Матрица, состоящая из одной строки или одного столбца, называется **вектором-строкой** или **вектором-столбцом**.

В Excel такие объекты рассматриваются как **массивы**. **Массив** – это блок клеток с числовыми значениями, обрабатываемый в Excel как единый элемент. Обращение к массиву записывается в виде адресов угловых ячеек диапазона массива, перечисленных через двоеточие. К массиву в целом могут быть применены математические операции. Формулы и функции, возвращающие массивы значений, называются **формулами** и **функциями массива**. Они обычно вводятся во все клетки некоторого блока по определенным правилам.

**Для ввода формулы или функции массива необходимо:**

1. Выделить диапазон клеток для будущего результата.
2. Ввести формулу или функцию.

3. По окончании ввода нажать комбинацию трех клавиш – **Ctrl+Shift+Enter**. После этого во все клетки области будет введена одинаковая формула с фигурными скобками, например {=B1:C2+E1:F2}. Фигурные скобки возникли автоматически, как следствие нажатия **Ctrl+Shift+Enter**.

При работе с массивами нельзя изолированно редактировать ни одну из формул массива. В таком случае появится предупреждение Excel как на рис. 11.



Рис. 11

Для редактирования формулы массива надо:

1. Выделить все ячейки массива с формулой.
2. Нажать клавишу **F2** или активизировать формулу в строке формул.
3. Внести исправления в формулу.
4. После завершения редактирования нажать комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.

Чтобы удалить формулу массива также выделяют все ячейки с формулой, а затем нажимают клавишу **Del**.

Для быстрого и точного выделения группы ячеек, содержащих формулу массива, следует:

1. Выбрать любую ячейку массива формул.
2. Выполнить команду пункта меню Правка → Перейти (рис. 12).
3. Нажать кнопку **Выделить**. Появится окно Выделение группы ячеек (рис. 13), в котором следует указать
  - Выделить текущий массив.
4. Нажать кнопку **OK**.

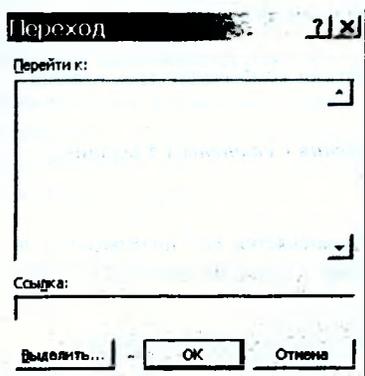


Рис. 12

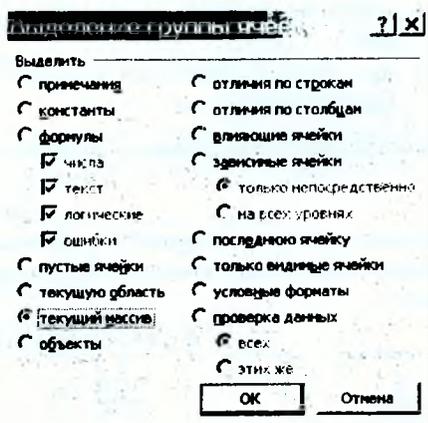


Рис. 13

При сложении и вычитании матриц (п.1 и 2 задания) операция выполняется над соответствующими парами элементов массивов при условии, что исходные матрицы одинаковой размерности. В результате применения формулы массива получается матрица такой же размерности, как и исходные.

Пример выполнения операции сложения матриц в Excel приведен на рис.14.

		B4			fx (=B1:C2+E1:F2)		
		A	B	C	D	E	F
1	A =	3	5	B =	1	6	
2		-1	4		9	-3	
3							
4	A + B =	4	11				
5		B	1				
6							

Рис. 14

Аналогично поэлементно выполняются **умножение и деление матрицы или вектора на число** (п.3–5 задания).

**Умножение двух матриц** (п.6–8 задания) возможно, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй. Размерность результата произведения двух матриц определяется по формуле:

$$A_{m \times n} \times B_{n \times k} = C_{m \times k}.$$

Например,  $A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2} = C_{2 \times 2}$ .

При этом каждый элемент  $c_{ij}$  результирующей матрицы равен сумме произведений элементов  $i$ -той строки матрицы  $A$  на соответствующие элементы  $j$ -того столбца матрицы  $B$ .

Для вычисления произведения двух матриц в Excel:

- выделяют диапазон для будущего результата произведения;
- вызывают встроенную функцию массива **МУМНОЖ(массив1; массив2)**, которая в мастере функций находится в категории **Математические**;
- в качестве массива1 и массива2 указывают диапазоны перемножаемых матриц;
- ввод формулы обязательно завершают нажатием комбинации трех клавиш – **[Ctrl]+[Shift]+[Enter]**.

Для квадратных матриц возможна операция **возведения в степень** (п.9 задания):

$$A^m = \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{m \text{ раз}}$$

Результат возведения матрицы  $A$  в степень  $m$  вычисляется как произведение  $m$  матриц  $A$  при помощи вложенной друг в друга  $(m - 1)$ -раз функции МУМНОЖ (рис.15).

		E1										fx (=МУМНОЖ(МУМНОЖ(МУМНОЖ(B1:C2;B1:C2);B1:C2);B1:C2))									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	A =	3	5	A <sup>4</sup> =	-229	525															
2		-1	4		-105	-124															
3																					

Рис.15

**Замечание 1.** Результатом умножения матрицы на вектор-столбец является вектор-столбец:  $A_{m \times n} \times b_{n \times 1} = c_{m \times 1}$ . Матрицу умножить на вектор-строку нельзя.

**Замечание 2.** Возможно умножение вектора-строки на матрицу – в результате получится вектор-строка:  $b_{1 \times n} \times A_{n \times k} = c_{1 \times k}$ . Вектор-столбец умножить на матрицу нельзя.

**Замечание 2.** В результате произведения вектора-строки на вектор-столбец получается одно число:  $a_{1 \times n} \times b_{n \times 1} = c$ , а в результате произведения вектора-столбца на вектор-строку – матрица:  $a_{m \times 1} \times b_{1 \times k} = C_{m \times k}$ .

Для вычисления **определителя матрицы**  $\Delta A$  (п.10 задания) в Excel предназначена специальная встроенная функция **МОПРЕД(массив)**, где массив – это диапазон исходной матрицы. Эта функция применима только для квадратных матриц и в результате возвращает одно число (рис.16).

E2		=МОПРЕД(B1:C2)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	A =	3	5				
2		-1	4	$\Delta A =$	17		

Рис.16

**Обратной** к матрице  $A$  называется матрица  $A^{-1}$ , если  $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = E$ , где  $E$  – единичная матрица. Обратная матрица существует только для квадратных матриц с ненулевым определителем. В Excel для **вычисления обратной матрицы** (п.11 задания) используется функция массива **МОБР(массив)**, где массив – это диапазон исходной матрицы. Ввод формулы начинается с выделения области результата и заканчивается нажатием комбинации клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.

**Транспонированной** ( $A^T$ ) называется матрица, в которой столбцы – это строки исходной матрицы  $A$ . Так, если размерность исходной матрицы  $m \times n$ , то транспонированной  $n \times m$ . Для **вычисления транспонированной матрицы** (п.12 задания) в Excel используется встроенная функция массива **ТРАНСП(массив)**, где массив – это диапазон исходной матрицы. Ввод формулы начинается выделением области результата и заканчивается нажатием комбинаций клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.

При **вычислении матричного выражения** (п.13 задания) важно соблюдать порядок действий и не забывать об особенностях умножения матриц. Важно предварительно определить размерность результата. Пример вычисления матричного выражения приведен на рис.17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1		3	5	B =	1	6			
2	A =	-1	4		9	-3			
3									
4		=МУМНОЖ(МУМНОЖ(B1:C2,E1:F2),2*B1:C2+E1:F2)							
5	AB(2A+B)=	119 470							
6									

Рис.17

Во избежание ошибок вычисления можно производить последовательно по действиям.



3. Выделить диапазон для вектора-столбца с будущим результатом решения и вычислить в нем произведение обратной матрицы на вектор-столбец свободных членов, пользуясь встроенной функцией МУМНОЖ(массив1; массив2), где в качестве массива1 – задать диапазон обратной матрицы, а в качестве массива2 – вектора свободных членов. В конце формулы нажать **Ctrl+Shift+Enter**.

Возможно более рациональное решение при использовании вложенных друг в друга функций в формуле (рис.18).

	A	B	C	D	E
1	Решение системы $x+7y=23$				
2	$3x+5y=21$				
3	Матрица A		вектор b		
4	1	7	23		
5	3	5	21		
6					
7	Решение	x	=МУМНОЖ(МОБР(A4:B5);C4:C5)		
8		y	3		

Рис.18

**Метод Крамера** (иное название – *метод определителей*) для решения СЛАУ заключается в вычислении ряда определителей:

$\Delta$  - определителя матрицы  $A$

$\Delta_i$  - определителей вспомогательных матриц  $A_i$ , получаемых заменой в исходной матрице  $A$   $i$ -го столбца при неизвестном  $x_i$  столбцом свободных членов  $\bar{b}$  исходной системы.

Если  $\Delta \neq 0$ , то система называется невырожденной. Такая система имеет единственное решение, которое можно получить по **формулам Крамера**:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad (3),$$

где  $\Delta_i$  и  $\Delta$  в Excel могут быть вычислены с помощью встроенной функции МОПРЕД(массив), где массив – это диапазон матрицы  $A$  или  $A_i$ .

В Excel для реализации метода Крамера (определителей) необходимо:

1. В отдельные ячейки занести исходную матрицу коэффициентов  $A$  при известных и правую часть системы – вектор-столбец свободных членов  $\bar{b}$ .
2. В отдельные ячейки скопировать  $i$  раз диапазон ячеек с исходной матрицей коэффициентов  $A$ .
3. При помощи копирования заменить поочередно в каждой вспомогательной матрице  $A_i$   $i$ -тый столбец вектором-столбцом свободных членов  $\bar{b}$ .
4. С помощью встроенной функции МОПРЕД( ) в отдельных ячейках вычислить определители матриц  $A$  и  $A_i$ .
5. В отдельных ячейках вычислить значения корней СЛАУ по формулам Крамера (3) (Рис.19).

	A	B	C	D	E
1	Решение системы $x+7y=23$				
2	методом Крамера $3x+5y=21$				
3	Матрица A		вектор b	определители	
4	1	7	23	$\Delta$	-16
5	3	5	21		
7	$A_1$	23	7	$\Delta_1$	-32
8		21	5		
10	$A_2$	1	23	$\Delta_2$	-48
11		3	21		
13	Решение системы			$x_1$	2
14				$x_2$	=E10/E\$4

Рис.19

### Решение СЛАУ в Excel с помощью Поиска решения

**Поиск решения** - представляет собой набор управляемых пользователем алгоритмов решения оптимизационных задач. При поиске решения целенаправленному изменению подвергаются несколько параметров (ячеек). Кроме того, на диапазоны изменения параметров могут быть наложены ряды ограничений, которые выражаются в виде формул, описывающих отношения (системы уравнений или неравенств) между значениями параметров и некоторыми величинами. Значения целевой функции получаются в результате вычисления формулы, расположенной в отдельной целевой ячейке, которая должна быть обязательно связана с изменяемыми параметрами.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью средства Excel **Поиск решения** надо:

1. Занести в отдельные ячейки матрицу коэффициентов при неизвестных и вектор-столбец свободных членов.
2. Отвести  $i$  пустых ячеек для искомых неизвестных значений  $x_i$ .
3. Занести формулы для левой части уравнений системы в отдельный столбец, ссылаясь вместо  $x_i$  на отведенные ячейки (рис. 20).

	A	B	C	D
1	Решение системы $x+7y=23$			
2	$3x+5y=21$			
3	Матрица A		вектор b	формулы
4	1	7	23	=A4*A7+B4*B7
5	3	5	21	=СУММПРОИЗВ(A5:B5;A7:B7)
6	$x_1$	$x_2$		
7				

Рис.20

При этом может быть использована встроенная функция **СУММПРОИЗВ(массив1; массив2)**, где массив1 – строка матрицы коэффициентов A, массив2 – диапазон ячеек, отведенных для  $x_i$ .

Чтобы начать решение системы дают команду пункта меню Сервис → Поиск решения.

На экране появится диалоговое окно, в котором следует задать исходные данные, как на рис. 21.

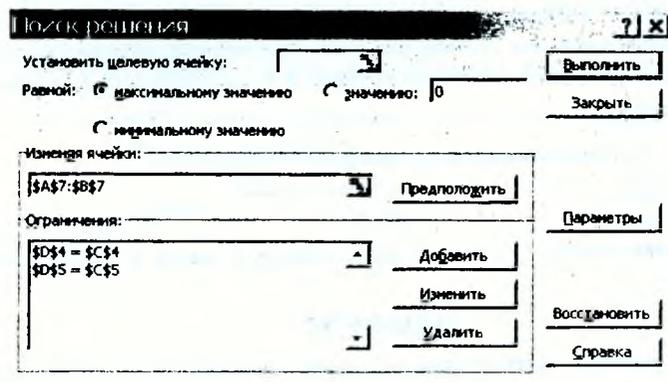


Рис. 21

По окончании нажимают экранную кнопку **Выполнить**. В результате появится окно, в котором сохраняют найденное решение нажатием кнопки **ОК**.

**Замечание 1.** При решении системы уравнений *целевая ячейка не задается*. Ввод ограничений осуществляется экранной кнопкой **Добавить**.

**Замечание 2.** Поиск решения может быть применен и для решения нелинейных систем уравнений. В этом случае экранной кнопкой **Параметры** (рис. 21) вызывает-

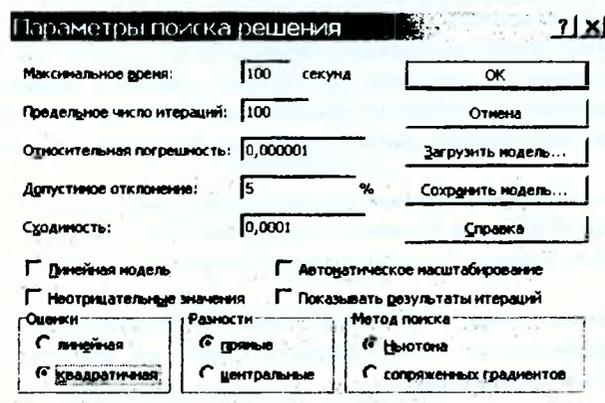


Рис. 22

ся диалоговое окно «Параметры поиска решения», в котором отключают флажок *Линейная* и устанавливают вид оценки – *Квадратичная*, которая служит для ис-

пользования квадратичной экстраполяции, дающей лучшие результаты при решении нелинейных задач (Рис. 22).

### **Выполнение проверки решения СЛАУ.**

Для проверки правильности полученного результата следует подставить в исходную систему  $A \cdot \bar{x} = \bar{b}$  найденные решения  $x_i$  и убедиться, что в результате подстановки получилось тождество. В Excel для этого надо, воспользовавшись функцией МУМНОЖ( ), перемножить исходную матрицу  $A$  и вектор-столбец с найденным решением  $\bar{x}$  (Рис.23).

15	Проверка решения системы	=МУМНОЖ(A4:B5;E13:E14)	
16			21
17			

Рис.23

Если в результате получится вектор-столбец свободных членов  $\bar{b}$ , значит система решена верно.

### **ЗАДАНИЕ №5**

**Составить и записать математическую модель приведенной по варианту экономической ситуации:**

Завод выпускает продукцию двух типов: **A** и **B**. При этом используется сырье **четырёх** видов. Расход сырья каждого вида на изготовление единицы продукции, запасы сырья и цены единицы продукции **A** и **B** заданы в таблицах с вариантами. Составить план производства по выпуску продукции **A** и **B**, обеспечивающий максимальную выручку.

**Найти ее решение в Excel как задачи линейного программирования при помощи надстройки Excel Поиск решения.**

Для составления математической модели задачи следует:

1. Ввести обозначения искомым величин (для этого обычно используются индексированные буквы латинского алфавита, например,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ).
2. Записать математическое выражение для целевой функции и указать ее направление (*max*, *min* или конкретное числовое значение). Обычно в качестве цели выступают максимальная прибыль, максимальная выручка, минимальные затраты и т.п.
3. Записать математические выражения для ограничений, которым должны удовлетворять искомые значения. В качестве ограничений могут выступать запасы сырья и других ресурсов, ограниченные фонды времени загрузки оборудования и т.п.
4. Записать граничные условия для искомым величин. В экономических ситуациях – это неотрицательность искомым значений. Кроме того, могут быть наложены условия целочисленности и др.

На рис. 24 приведен образец составления математической модели и *образец оформления таблицы*, которую следует организовать в Excel для решения задачи линейного программирования, аналогичной заданной в контрольной работе. Для создания такой таблицы можно руководствоваться **ИНСТРУКЦИЕЙ** для решения в Excel **ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**.

### Решение задачи линейного программирования

#### Условие задачи:

При производстве продукции двух видов П1 и П2 используют 4 типа оборудования – А, В, С, D.

На выпуск единицы продукции П1 расходуется 1; 0,5; 2 и 0 единиц времени оборудования А, В, С и D соответственно, а для единицы продукции П2 – 1; 1; 0 и 2 единицы времени оборудования А, В, С и D соответственно

Фонд рабочего времени оборудования А - 18, В - 12, С - 24 и D - 18 единиц времени.

Предприятие реализует единицу продукции П1 по цене 40 ден. ед., П2 - 60 ден. единиц.

Требуется найти

план выпуска продукции, при котором выручка предприятия будет максимальной.

**ОБРАЗЕЦ**  
**оформления**

#### Математическая модель задачи

Продукция \ Тип оборудования	П1	П2	Фонд рабочего времени
А	1	1	18
В	0,5	1	12
С	2	0	24
D	0	2	18
Цена реализации продукции	40	60	

**Переменные:**

$x_1$  - количество продукции вида П1

$x_2$  - количество продукции вида П2

**Целевая функция (ЦФ):**

$I = 40 \cdot x_1 + 60 \cdot x_2 \rightarrow \max$

**Ограничения:**

$x_1 + x_2 \leq 18$

$0,5 \cdot x_1 + x_2 \leq 12$

$2 \cdot x_1 \leq 24$

$2 \cdot x_2 \leq 18$

**Граничные условия:**

$x_1 > 0$ ;  $x_2 > 0$

#### Решение задачи линейного программирования

Наименование продукции	Переменные		ЦФ	направление	
	П1	П2			
Коэфф. в ЦФ	40	60			
Результаты	12	6	840	→	<b>max</b>
Ограничения					
Тип оборудования	Нормативы		Потребности (формулы)	Знак ограни- чения	Фонд раб. времени
А	1	1	18	≤	18
В	0,5	1	12	≤	12
С	2	0	24	≤	24
D	0	2	12	≤	18

#### Результаты решения задачи ЛП:

Количество продукции вида П1	12 (ед.)
Количество продукции вида П2	6 (ед.)
Максимальная выручка предприятия	840 (ден. ед.)

Рис. 24

## ИНСТРУКЦИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ в EXCEL ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ (ЗЛП).

Решение задачи оптимизации в Excel состоит из следующих основных этапов:

1. Создание формы для ввода исходных данных задачи.
2. Ввод исходных данных.
3. Запуск команды пункта меню **Сервис** → **Поиск решения**.
4. Ввод зависимостей из математической модели в диалоговое окно *Поиска решений*:
  - 4.1. Назначение ячейки с целевой функцией.
  - 4.2. Назначение ячеек для искомого результата.
  - 4.3. Ввод ограничений и граничных условий.
5. Настройка параметров для решения задачи
6. Выполнение решения.
7. Формирование отчетов и анализ полученных результатов

Последовательность решения продемонстрирована примере **Задачи линейного программирования**. исходные данные которой и математическая модель приведены в **ОБРАЗЦЕ** (рис.24).

1 этап. *Создание формы для ввода исходных данных задачи линейного программирования*

Форма для размещения исходных данных на листе Excel для решения ЗЛП может иметь вид как на рис. 25.

	A	B	C	D	E	F
1		<b>Переменные</b>				
2	<i>Наименование продукции</i>	П1	П2			
3	<i>Коэффициенты Целевой функции</i>			<i>Значение Целевой функции</i>	<i>Направление Целевой функции</i>	
4	<i>Результаты</i>				→	<i>max</i>
5		<b>Ограничения</b>				
6	<i>Тип оборудования</i>	<i>Нормативы</i>		<i>Потребности (формулы)</i>	<i>Знак ограничения</i>	<i>Фонд рабочего времени</i>
7	A					
8	B					
9	C					
10	D					

Рис. 25

Весь текст на рис.25 является комментарием и на решение задачи не влияет.

2 этап. *Ввод исходных данных задачи линейного программирования*

Исходные данные и зависимости из математической модели вносят в подготовленную на 1 этапе форму (рис.25).

**1. Ввод исходных значений из условия задачи.**

- 1.1. В ячейки **В3:С3** вводят значения цен единицы продукции каждого вида.
- 1.2. Ячейки с искомым результатом **В4:С4** заполнять необязательно, хотя можно первоначально занести произвольные значения, например, 1.

- 1.3. В ячейки **В7:С10** вводят матрицу норм расхода времени каждого типа оборудования на выпуск единицы каждого вида продукции.
- 1.4. В ячейки **Г7:Г10** вводят значения фондов рабочего времени для каждого типа оборудования.
- 1.5. В ячейки **Е7:Е10** заносят знак ограничения на фонды рабочего времени в виде  $\leq$ .

**2. Ввод зависимостей согласно математической модели задачи (рис. 24).**

2.1. В ячейку **D4** вводят формулу для целевой функции в одном из двух видов:

$$= B3 * B4 + C3 * C4$$

либо

$$= СУММПРОИЗВ(B3:C3;B4:C4)$$

Функция **СУММПРОИЗВ(массив1; массив2; массив3;...)** вычисляет сумму попарных произведений элементов массивов, указанных в параметрах функции. **СУММПРОИЗВ( )** находится в **Мастере функций** в категории *Математические*.

Для ее ввода необходимо (Рис. 26):

- в массив1 ввести диапазон **В3:С3**.
- в массив2 ввести диапазон **В4:С4**.
- нажать экранную кнопку **ОК**

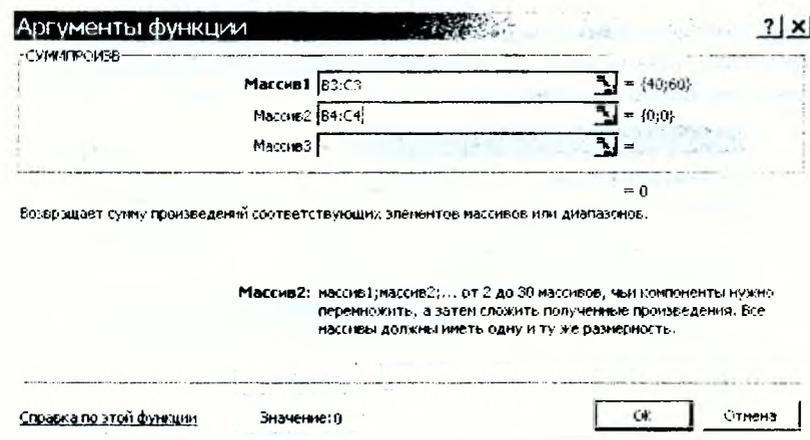


Рис. 26

2.2. В ячейку **D7** вводят формулу для первого ограничения в одном из двух видов:

$$= B7 * B4 + C7 * C4$$

либо

$$= СУММПРОИЗВ(B7:C7;B4:C4)$$

2.3. Для дальнейшего копирования формулы из ячейки **D7** вводят в формулу абсолютную адресацию для ячеек **В4:С4**:

$$= B7 * \$B\$4 + C7 * \$C\$4$$

либо

$$= СУММПРОИЗВ(B7:C7; \$B\$4: \$C\$4)$$

2.4. Копируют формулу из ячейки D7 в диапазон ячеек D8:D10.

После 2 этапа таблица для решения ЗЛП в Excel в режиме отображения формул будет иметь вид как на рис. 27.

	A	B	C	D	E	F
1		Переменные				
2	Наименование продукции	P1	P2			
3	Кoeffициенты Целевой функции	40	60	Значение Целевой функции	Направление Целевой функции	
4	Результаты			=СУММПРОИЗВ(B3:C3; B4:C4)	→	max
5		Ограничения				
6	Тип оборудования	Нормативы		Потребности (формулы)	Знак ограничения	Фонд рабочего времени
7	A	1	1	=СУММПРОИЗВ(B7:C7; \$B\$4:\$C\$4)	<=	18
8	B	0,5	1	=СУММПРОИЗВ(B8:C8; \$B\$4:\$C\$4)	<=	12
9	C	2	0	=СУММПРОИЗВ(B9:C9; \$B\$4:\$C\$4)	<=	24
10	D	0	2	=СУММПРОИЗВ(B10:C10; \$B\$4:\$C\$4)	<=	18

Рис. 27

**3 этап.** Выполнение команды пункта меню Сервис → Поиск решения.

Дают команду пункта меню Сервис → Поиск решения. На экране появится диалоговое окно *Поиска решения* (рис.28).

Рис. 28

**Замечание.** Описание назначения рабочих полей и экранных кнопок диалогового окна «Поиск решения» приведено в **Приложении** к инструкции для решения в Excel ЗЛП.

**4 этап.** Ввод зависимостей из математической модели в диалоговое окно *Поиска решений* (рис. 28).

1. Назначение ячейки с целевой функцией.

- Курсор помещают в поле *Установить целевую ячейку*.
- Мышью указывают ячейку: **D4**.
- Выбирают направление целевой функции:  
**Равной:** • *Максимальному значению*.

**2. Назначение ячеек для искомого результата.**

- Курсор помещают в поле *Изменяя ячейки*.
- Мышью указывают диапазон ячеек: **\$B\$4:\$C\$4**.

**3. Ввод ограничений и граничных условий.**

- Нажимают экранную кнопку **Добавить**.

На экран появится диалоговое окно *Добавление ограничений* (Рис. 29).

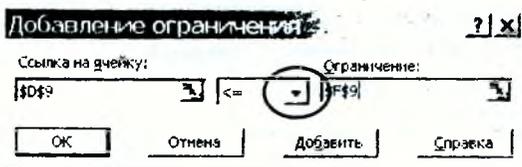


Рис. 29

- Вводят ограничение **D7<=F7**. Для этого:
  - в поле **Ссылка на ячейку**: мышью указывают на ячейку **D7**;
  - из раскрывающегося списка знаков выбирают **<=**;
  - в поле **Ограничение**: мышью указывают на ячейку **F7**;
  - нажимают экранную кнопку **Добавить**.
- Аналогично вводят ограничения **D8<=F8**, **D9<=F9**, **D10<=F10** и граничные условия на искомые переменные: **B4>=0**, **C4>=0**. После ввода последнего ограничения вместо **Добавить** нажимают **ОК**.

Если при вводе ограничений возникает необходимость в изменении или удалении уже введенных ограничений или граничных условий, то это делается с помощью экранных кнопок **Изменить**, **Удалить**.

**5 этап. Настройка параметров для решения задачи оптимизации.**



Рис. 30

1. Экранной кнопкой **Параметры** вызывают диалоговое окно **Параметры поиска решения** (рис. 30). Установленные по умолчанию значения подходят для решения большинства задач.
2. Устанавливают флажок **Линейная модель**, что обеспечивает применение симплекс-метода для решения ЗЛП.
3. Нажимают **ОК**.

### **6 этап. Решение задачи оптимизации.**

Решение задачи производится после ввода данных, когда на экране находится диалоговое окно **Поиск решения** (рис. 31).

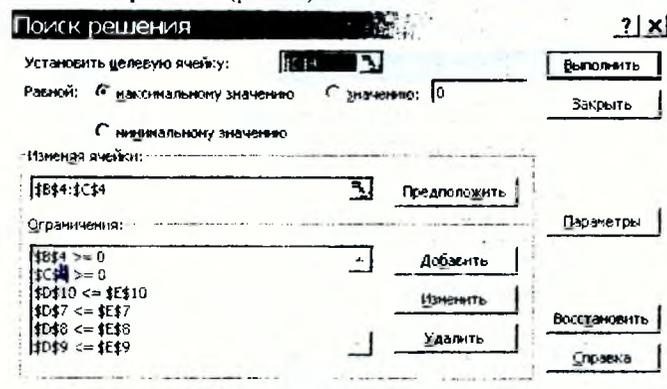


Рис. 31

В диалоговом окне **Поиск решения** нажимают экранную кнопку **Выполнить**. В результате успешного решения появится окно **Результаты поиска решения** (рис. 32), в котором сохраняют найденное решение нажатием кнопки **ОК**.

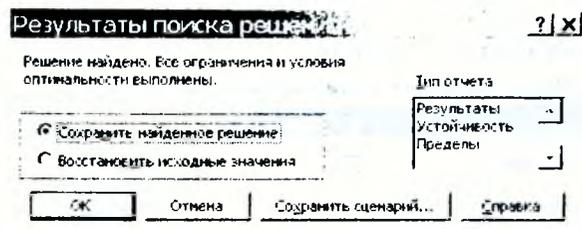


Рис. 32

Результат оптимального решения задачи будет находиться в ячейках **B4:C4**. План выпуска продукции, при котором выручка предприятия будет максимальной можно вынести за пределы расчетной таблицы (рис. 33).

	A	B	C	D	E
13	<b>Результаты решения задачи ЛП:</b>				
14	Количество продукции вида П1			=B4	(ед.)
15	Количество продукции вида П2			=C4	(ед.)
16	Максимальная выручка предприятия			=D4	(ден. ед.)

Рис. 33

Если решение не найдено (рис. 34), нажимают кнопку **Отмена**.

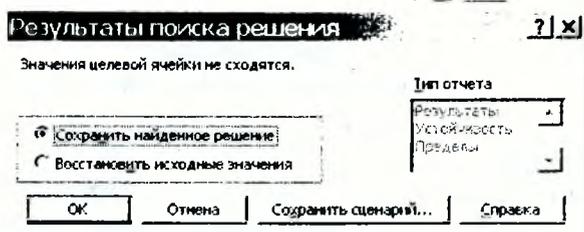


Рис. 34

В окне **Поиск решения** проверяют правильность всех ссылок на ячейки. Если все ссылки верны, нажимают экранную кнопку **Закрыть** и выходят из окна Поиска решения. Далее в таблице для решения ЗЛП (рис.27) проверяют правильность всех формул в ячейках, участвующих в диалоговом окне Поиска решения.

**Следует помнить**, что для успешного решения задачи оптимизации в Excel

**Целевая ячейка обязательно должна содержать формулу!**

В этой формуле должны участвовать ячейки, адреса которых перечисляются в поле **Изменяя ячейки**.

В **ограничениях** также обязательно должны участвовать ячейки с **формулами**, в которых должны быть задействованы адреса изменяемых ячеек.

**Недостаточное количество ограничений делает задачу линейного программирования неразрешимой!**

### 7 этап. Формирование отчетов и анализ полученных результатов

В окне **Результаты поиска решения** в результате успешного решения задачи линейного программирования Excel предлагает сформировать отчеты по **Результатам, Устойчивости и Пределам** (Рис. 32).

Сформированные отчеты откроются на дополнительных листах с соответствующими названиями в текущей книге Excel. Эти отчеты используются для анализа полученного решения [18, с. 128-132].

Экранная кнопка **Сохранить сценарий** даст возможность сохранить решение задачи в виде сценария с уникальным именем. Команда пункта меню **Сервис** → **Сценарии** запускает **Диспетчер сценариев** (рис.35), в котором экранной кнопкой **Отчет** можно создать **Итоговый сценарий**. Итоговый сценарий применяется для графического анализа результатов решения.

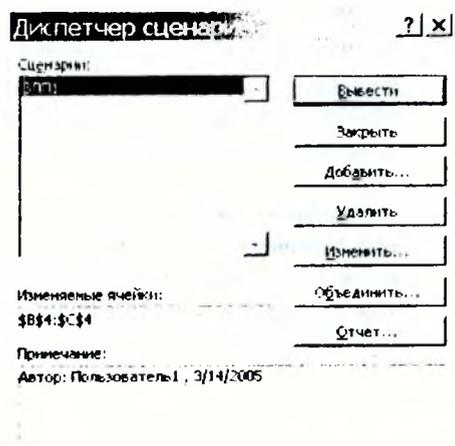


Рис. 35

## ПРИЛОЖЕНИЕ к Инструкции для решения в EXCEL ЗЛП

Диалоговое окно «Поиск решения» (рис. 28) содержит следующие рабочие поля и экранные кнопки:

**Установить целевую ячейку** — служит для указания целевой ячейки, значение которой необходимо максимизировать, минимизировать или установить равным заданному числу. Эта ячейка должна содержать формулу.

**Равной** — служит для выбора варианта оптимизации значения целевой ячейки (максимизация, минимизация или подбор заданного числа). Чтобы установить число, необходимо ввести его в поле **Значение**.

**Изменяя ячейки** — служит для указания ячеек, значения которых изменяются в процессе поиска решения до тех пор, пока не будут выполнены наложенные ограничения и условие оптимизации значения ячейки, указанной в поле **Установить целевую ячейку**.

**Предположить** — используется для автоматического поиска ячеек, влияющих на формулу, ссылка на которую дана в поле **Установить целевую ячейку**. Результат поиска отображается в поле **Изменяя ячейки**.

**Ограничения** — служит для отображения списка граничных условий поставленной задачи.

**Добавить** — выводит диалоговое окно «Добавление ограничения»: используется для ввода ограничений решаемой задачи оптимизации.

**Изменить** — выводит диалоговое окно «Изменение ограничения»: используется для редактирования введенных ограничений.

**Удалить** — служит для снятия указанного ограничения.

**Выполнить** — используется для запуска поиска решения поставленной задачи.

**Закрыть** — служит для выхода из окна диалога без запуска поиска решения поставленной задачи. При этом сохраняются установки, сделанные в окнах диалога, появившихся после нажатий на кнопки **Параметры**, **Добавить**, **Изменить** или **Удалить**.

**Параметры** — применяется для отображения диалогового окна «Параметры поиска решения», в котором можно загрузить или сохранить оптимизируемую модель и указать предусмотренные варианты поиска решения:

**Восстановить** — служит для очистки полей окна диалога и восстановления значений параметров поиска решения, используемых по умолчанию.

## ЗАДАНИЕ №6

1. Для заданного по варианту набора ежемесячных значений показателя найти уравнение линейной регрессии вида  $Y = a \cdot X + b$ , для которого параметры  $a$  и  $b$  определить следующими способами:

- методом наименьших квадратов (СЛАУ решить любым из способов)
- с помощью средства Поиск решения
- встроенными статистическими функциями

2. Сравнить полученные результаты.

3. На точечной диаграмме построить три линии:

- линию фактической зависимости  $Y$  от  $X$  по исходным данным
- линию зависимости  $Y$  от  $X$ , рассчитанной в п.1.
- линию тренда с выводом уравнения линейной зависимости на диаграмме.

Для выполнения задания следует руководствоваться следующими теоретическими сведениями.

Построить уравнение регрессии – значит, решить *задачу аппроксимации* экспериментальных данных. Задача аппроксимации возникает в случае необходимости аналитически, то есть в виде математической зависимости, описать реальные явления, наблюдения за которыми заданы в виде таблицы, содержащей значения показателя в разные моменты времени или при разных значениях независимого аргумента. Например,

– известны показатели прибыли (их можно обозначить  $Y$ ) в зависимости от размера капиталовложений ( $X$ );

– известны объемы реализации фирмы ( $Y$ ) за шесть недель ее работы. В этом случае,  $X$  – это последовательность недель.

Иногда говорят, что требуется построить *эмпирическую модель*. Эмпирической называется модель, построенная на основе реальных наблюдений. Если модель удастся найти, можно сделать прогноз о поведении исследуемого явления и процесса в будущем и, возможно, выбрать оптимальное направление ее развития.

В общем случае *задача аппроксимации* экспериментальных данных имеет следующую постановку:

*Пусть известны данные, полученные практическим путем (в ходе  $n$  экспериментов или наблюдений), которые можно представить парами чисел  $(x_i; y_i)$ . Зависимость между ними отражает таблица:*

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$
$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_n$

*Имеется класс разнообразных функций  $F$ . Требуется найти аналитическое (т.е. математическое) выражение зависимости между этими показателями, то есть надо подобрать из множества функций  $F$  функцию  $f$ , такую что  $Y = f(X)$ , которая наилучшим образом сглаживала бы экспериментальную за-*

зависимость между переменными и по возможности точно отражала общую тенденцию зависимости между  $X$  и  $Y$ , исключая погрешности измерения и случайные отклонения.

Выяснить вид функции можно либо из теоретических соображений, либо анализируя расположение точек  $(x_i; y_i)$  на координатной плоскости.

Графически решить задачу аппроксимации означает, провести такую кривую  $\tilde{Y} = f(X)$ , точки которой  $(x_i; \tilde{y}_i)$  находились бы как можно ближе к исходным точкам  $(x_i; y_i)$ , отображающим экспериментальные данные.

Для решения задачи аппроксимации используют метод наименьших квадратов.

При этом функция  $\tilde{Y} = f(X)$  считается наилучшим приближением к  $Y = f(X)$ , если для нее сумма квадратов отклонений «теоретических» значений  $\tilde{Y}_i$ , найденных по эмпирической формуле, от соответствующих опытных значений  $Y_i$ , имеет наименьшее значение по сравнению с другими функциями, из числа которых выбирается искомое приближение.

Математическая запись метода наименьших квадратов имеет вид:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i \text{ наблюдаемые} - \tilde{Y}_i \text{ рассчитанные по формуле})^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где  $n$  – количество наблюдений показателей.

Таким образом, задача аппроксимации распадается на две части.

Сначала устанавливают вид зависимости  $Y = f(X)$  и, соответственно, вид эмпирической формулы, то есть решают, является ли она линейной, квадратичной, логарифмической или какой-либо другой. Если нет каких-либо теоретических соображений для подбора вида формулы, обычно выбирают функциональную зависимость из числа наиболее простых, сравнивая их графики с графиком заданной функции.

После этого определяют численные значения неизвестных параметров выбранной эмпирической формулы, для которых приближение к заданной функции оказывается наилучшим.

Простейшим видом эмпирической модели с двумя параметрами, используемой для аппроксимации результатов экспериментов, является линейная регрессия, описываемая линейной функцией:

$$Y = a \cdot X + b,$$

где  $a, b$  – искомые параметры.

Для модели линейной регрессии метод наименьших квадратов (1) запишется:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i \text{ наблюдаемые} - (a * X_i \text{ наблюдаемые} + b))^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для решения (2) относительно  $a$  и  $b$  приравняют к нулю частные производные:

$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \frac{\partial S}{\partial b} = 0$ . В итоге для нахождения  $a$  и  $b$  надо решить систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i, \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i, \end{cases} \quad (3)$$

Реализовать метод наименьших квадратов в случае линейной регрессии в Excel можно различными способами.

**1 способ.** Построить систему линейных алгебраических уравнений, подставив в (3) все известные значения (рис.36), и решить ее, например, матричным методом (см. зад. 4).

B13		=СЧЕТ(A5:A11)					
A	B	C	D	E	F	G	H
<b>1 способ. Построение уравнения линейной регрессии вида <math>Y=a \cdot X+b</math> методом наименьших квадратов</b>							
3	Исходные данные		Вспомогательные вычисления		Расчетные значения $Y=aX+b$		
4	Xi	Yi	Xi^2	Xi*Yi	Yi расч		
5	1,00	1,09	1,00	1,09	1,10		
6	1,02	1,13	1,04	1,15	1,14		
7	1,05	1,19	1,10	1,25	1,21		
8	1,06	1,25	1,12	1,33	1,23		
9	1,09	1,31	1,19	1,43	1,29		
10	1,13	1,40	1,28	1,58	1,38		
11	1,16	1,42	1,35	1,65	1,45		
12	7,51	8,79	8,08	9,47			
13	n=	7					
14	<b>СПАУ для нахождения a и b по МНК</b>						
15	7,51	*a+	7	*b=	0,79		
16	8,08	*a+	7,51	*b=	9,47		
17	Матрица коэффициентов		вектор свободных членов		Решение СПАУ как матричного уравнения		
18	7,51	7	8,79	Искомые значения		a= 2,195559	
19	8,08	7,51	9,47			b= -1,09981	

Рис. 36

В формульном виде элемент расчетной таблицы приведен на рис. 37.

	A	B	C	D	E	
5	Xi	Yi	Xi^2	Xi*Yi	Yi расч	
6	1	1,09	=A6^2	=A6*B6	=A6*\$H\$22+\$J\$22	
7	1,02	1,13	=A7^2	=A7*B7	=A7*\$H\$22+\$J\$22	
8	1,05	1,19	=A8^2	=A8*B8	=A8*\$H\$22+\$J\$22	
9	1,06	1,25	=A9^2	=A9*B9	=A9*\$H\$22+\$J\$22	
10	1,09	1,31	=A10^2	=A10*B10	=A10*\$H\$22+\$J\$22	
11	1,13	1,4	=A11^2	=A11*B11	=A11*\$H\$22+\$J\$22	
12	1,16	1,42	=A12^2	=A12*B12	=A12*\$H\$22+\$J\$22	
13	=СУММ(A6:A12)	=СУММ(B6:B12)	=СУММ(C6:C12)	=СУММ(D6:D12)		
14	n=		=СЧЕТ(A6:A12)			

Рис. 37

**2 способ.** Решить в Excel задачу оптимизации, описанную формулой (2)(рис. 38), применив для этого **Поиск решения** (см. зад. 5).

F30		=СУММКВРАЗН(В28:В34;D30*А28:А34+Е30)															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J							
24	2 способ. Построение уравнения линейной регрессии МНК с помощью средства <b>Поиск решения</b>																
26	Исходные данные		Формула МНК														
27	Xi	Yi	$S = \sum (Y_i - (aX_i + b))^2 \rightarrow \min$														
28	1,00	1,09	<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2,19533</td> <td>-1,09957</td> <td>0,0022373</td> </tr> </tbody> </table>									a	b	S	2,19533	-1,09957	0,0022373
a	b	S															
2,19533	-1,09957	0,0022373															
29	1,02	1,13															
30	1,05	1,19															
31	1,06	1,25															
32	1,09	1,31															
33	1,13	1,40															
34	1,16	1,42															
36	Уравнение линейной регрессии имеет вид:					$Y = 2,195331 * X + -1,09957$											

Рис. 38

**Замечание 1.** Следует обратить внимание, что для целевой функции S удобно применить востребованную математическую функцию СУММКВРАЗН(массив1;массив2), в результате которой как раз и вычисляется сумма квадратов разностей двух массивов. В нашем случае следует в качестве массива1 указать диапазон исходных значений  $Y_i$ , а в качестве массива2 – «теоретические» значения  $\tilde{Y}_i$ , рассчитанные по формуле  $a \cdot x_i + b$ , где  $a$  и  $b$  – это адреса ячеек с искомыми значениями.

**Замечание 2.** В диалоговом окне команды **Поиск решения** следует задать целевую ячейку, направление цели – на минимум и изменяемые ячейки (рис. 39). Данная задача ограниченной не содержит.

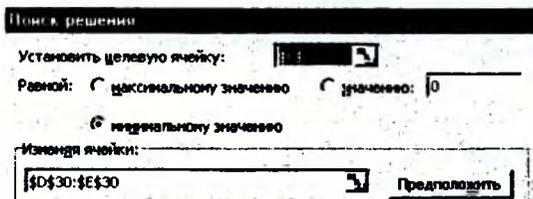


Рис. 39

**Замечание 3.** В качестве эмпирических моделей с двумя параметрами могут использоваться и нелинейные модели вида:

$$Y = \frac{1}{a + bX}, \quad Y = a + \frac{b}{X}, \quad Y = \frac{X}{a + bX}, \quad Y = \frac{X}{a + bX^2}$$

$$Y = ae^{bX}, \quad Y = aX^b, \quad Y = ae^{bX}, \quad Y = aXe^{bX}, \quad Y = ab^X$$

Описанный способ решения метода наименьших квадратов применим и для нелинейных зависимостей.

**3 способ.** Для нахождения значений параметров  $a$  и  $b$  в случае линейной регрессии можно использовать следующие встроенные в Excel статистические функции:

**НАКЛОН**(известные\_значения\_У; известные\_значения\_Х)

**ОТРЕЗОК**(известные\_значения\_У; известные\_значения\_Х)

**ЛИНЕЙН** (известные\_значения\_У; известные\_значения\_Х)

Примеч. функция **НАКЛОН** ( ) возвращает значение параметра  $a$ , функция **ОТРЕЗОК** ( ) возвращает значение параметра  $b$ . Функция **ЛИНЕЙН** ( ) возвращает одновременно оба параметра линейной зависимости, так как является функцией массива. Поэтому для ввода функции **ЛИНЕЙН**( ) в таблицу надо соблюдать следующие правила:

- выделить две рядом стоящие ячейки,
- ввести формулу,
- по окончании нажать одновременно комбинацию клавиш **Ctrl**+**Shift**+**Enter**.

В результате в левой ячейке получится значение параметра  $a$ , а в правой – значение параметра  $b$ .

Для решения задачи аппроксимации **графическим способом** в Excel надо построить по исходным данным график, например, *точечную диаграмму* со значениями, соединенными сглаживающими линиями (см. зад. 1). На эту диаграмму Excel может нанести **Линию тренда**. Линию тренда можно добавить к любому ряду данных, использующему следующие типы диаграмм: диаграммы с областями, графики, гистограммы, линейчатые или точечные диаграммы.

При создании линии тренда в Excel на основе данных диаграммы применяется та или иная аппроксимация. Excel позволяет выбрать один из пяти аппроксимирующих линий или вычислить линию, показывающую скользящее среднее.

Кроме того, Excel предоставляет возможность выбирать значения пересечения линии тренда с осью  $Y$ , а также добавлять к диаграмме уравнение аппроксимации и величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ ). Также, можно определять будущие и прошлые значения данных, исходя из линии тренда и связанного с ней уравнения аппроксимации.

#### **Чтобы добавить линию тренда к ряду данных надо**

1. Активизировать щелчком мыши диаграмму.
2. Выполнить команду **Диаграмма, Добавить линию тренда** или переместить указатель на ряд данных, щелкнуть правой кнопкой мыши, а затем в контекстном меню выбрать команду **Добавить линию тренда**. В появившемся окне **Линия тренда** раскрыть вкладку **Тип** (рис. 40)
3. В списке **Построен на ряде** – выделить ряд данных, к которому нужно добавить линию тренда (рис. 40).
4. В группе **Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)** выбрать один из шести типов аппроксимации (сглаживания). – линейная, логарифмическая, полиномиальная, степенная, экспоненциальная, скользящее среднее (рис. 40).

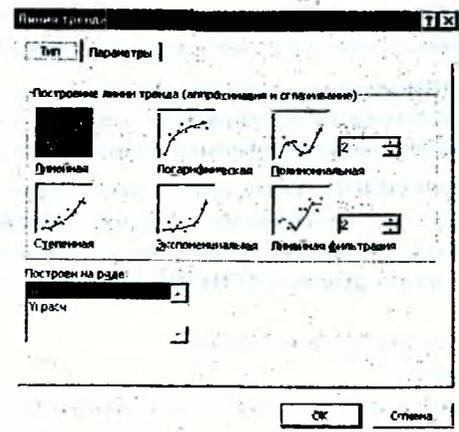


Рис. 40

5. Чтобы установить параметры линии тренда надо раскрыть вкладку **Параметры** диалогового окна **Линия тренда** (рис. 41)

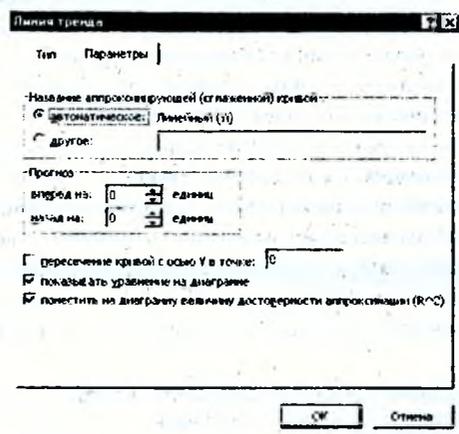


Рис. 41

**Показывать уравнение на диаграмме** – осуществляет вывод уравнения аппроксимации на диаграмму в виде текстового поля.

**Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации  $R^2$**  – осуществляет вывод на диаграмму достоверности аппроксимации в виде текста. Чем ближе к 1 коэффициент корреляции  $R$ , тем более достоверна используемая модель и ее можно использовать для составления прогнозов.

6. По окончании нажимают экранную кнопку **OK**.

Пример результирующей диаграммы приведен на рис. 42.

### Линейная регрессия и прогнозирование

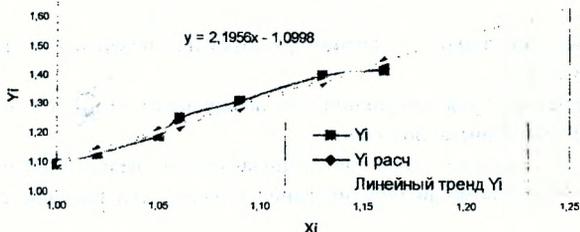


Рис. 42

### Рекомендации по распечатке результатов расчетов в Excel

При оформлении контрольной работы требуется прилагать **распечатки** таблиц с решением и результатами с **выводом заголовков строк и столбцов (без сетки)** (стр.7).

Для получения распечатки в требуемом виде сначала необходимо выполнить настройку параметров печати. Для этого в Excel надо дать команду: **пункт меню Файл → Параметры страницы**. В появившемся окне на вкладке **Лист** включить флажок для печати заголовков строк и столбцов, как показано на рис. 43.

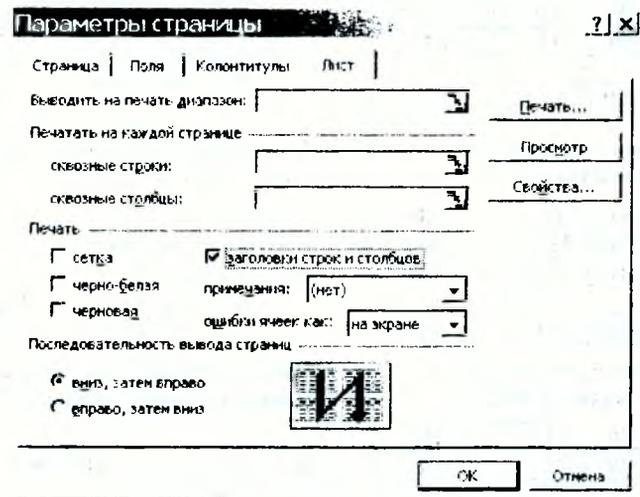


Рис. 43

**Лабораторная работа №1**  
**Построение графиков функций и поверхностей.**  
**Поиск корней функции в Excel.**

**Задание**

1. Построить таблицу значений функции или поверхности, заданной преподавателем.
2. Построить график функции или поверхности из п.1. На диаграмме нанести все необходимые подписи.
3. Отделить корень заданной преподавателем нелинейной функции графически и при помощи табулирования уточнить его значение с заданной точностью.
4. Использовать средство Подбора параметра для проверки решения нелинейного уравнения из п.3.
5. Создать в Excel двумерную таблицу, выполняющую заданные по варианту расчеты. Формула для расчетов и копирования должны быть продумана самостоятельно.
6. Полученные результаты продемонстрировать преподавателю.

**Варианты расчетов к пункту 5**

1. Таблица квадратов двузначных чисел в виде:

	0	1	...	9
1	100	121	...	361
2	400	441	...	841
...	...	...	...	...
9	8100	8281	...	9801

6. Таблица корней двузначных чисел с точностью до 4 знаков в виде:

	0	1	...	9
1	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	...	$\sqrt{19}$
...	...	...	...	...
9	$\sqrt{90}$	$\sqrt{91}$	...	$\sqrt{99}$

2. Таблица умножения чисел в пределах десятка в виде:

	10	11	...	20
10	100	110	...	200
11	110	121	...	220
...	...	...	...	...
20	200	220	...	400

7. Таблица корней 3-ей степени двузначных чисел с точностью до 4 знаков:

	0	1	...	9
1	$\sqrt[3]{10}$	$\sqrt[3]{11}$	...	$\sqrt[3]{19}$
...	...	...	...	...
9	$\sqrt[3]{90}$	$\sqrt[3]{91}$	...	$\sqrt[3]{99}$

3. Таблица сложения чисел в пределах десятка в виде:

	10	11	...	20
10	20	21	...	30
11	21	22	...	31
...	...	...	...	...
20	30	31	...	40

8. Таблица расчета цены продукта в зависимости от веса порции и цены 1 кг в виде:

	г	0	50	100	...	950
кг		цена 1кг	...	...	...	...
1		...	...	...	...	...
...		...	...	...	...	...
9		...	...	...	...	...

4. Таблица кубов двузначных чисел в виде:

	0	1	...	9
1	$10^3$	$11^3$	...	$19^3$
...	...	...	...	...
9	$90^3$	$91^3$	...	$99^3$

9. Таблица расчета стоимости покупки разных товаров в зависимости от количества в виде.

	Кол-во, шт				
Наименование		1	2	...	10
...	Цена 1шт.	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

5. Таблица степеней от 2 до 9 для чисел в пределах десятка:

	2	3	...	9
11	$11^2$	$11^3$	...	$11^9$
...	...	...	...	...
20	$20^2$	$20^3$	...	$20^9$

10. Таблица значений  $\log_a x$  для чисел от 1 до 9 в виде:

$a$	2	Exp(1)	3	...	9	10
$x$						
1	$\log_2 1$	$\ln 1$	$\log_3 1$	...	$\log_9 1$	$\lg 1$
...	...	...	...	...	...	...
9	$\log_2 9$	$\ln 9$	$\log_3 9$	...	$\log_9 9$	$\lg 9$

### Лабораторная работа №2

#### Операции над матрицами в Excel.

#### Решение системы линейных алгебраических уравнений в Excel.

##### Задание

1. Вычислить значение матричного выражения, заданного преподавателем.
2. Пользуясь возможностью Excel **Поиск решения**, выполнить решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), заданного преподавателем.
3. Проверить найденное решение подстановкой.
4. Полученные результаты продемонстрировать преподавателю.

### Лабораторная работа №3

#### Решение задачи линейного программирования в Excel.

#### Метод наименьших квадратов в Excel.

##### Задание

1. Записать математическую модель предложенной преподавателем задачи оптимального распределения ресурсов.
2. Оформить ввод исходных данных в Excel для решения ЗЛП.
3. Использовать средство **Поиск решения** для решения ЗЛП.
4. Для заданного набора значений показателя построить линию аппроксимации. Использовать средство **Поиск решения** для реализации метода наименьших квадратов.
5. Выполнить анализ полученных результатов при помощи графиков и статистической функции ЛИНЕЙН( ).
6. Полученные результаты продемонстрировать преподавателю.

## Литература

### 1. Основная литература

- 1.1. Гельман В.Я. Решение математических задач средствами Excel. Практикум. – СПб.: Питер, 2003.
- 1.2. Попов А.А. Excel: практическое руководство. -- М: ДЕСС КОМ, 2000.
- 1.3. Высшая математика для экономистов / Ред.И.И. Кремер. М.: банки и биржи, 1999.
- 1.4. Долженков В.А., Колесников Ю.В. Microsoft Excel 2000. – СПб.: ВИУ-С-Петербург, 1999.
- 1.5. Поситер. Excel 7.0 для Windows'95 (серия "Без проблем!"): – М.: Бином, 1996.
- 1.6. Персон. Excel для Windows'95 в подлиннике: ВИУ-С-П., 1996.
- 1.7. Персон. Microsoft Excel 97 в подлиннике: В 2 т. СПб: ВИУ-С-Петербург, 1997.
- 1.8. Экономическая информатика / Ред. П.В.Копуховский, Д.И. Колесов. СПб.: Питер, 2000.
- 1.9. Долж М., Стинсон К. Эффективная работа: Microsoft Excel 2002. СПб.: Питер, 2003.
- 1.10. Н.Дж.Бернс, Дж.Р.Николсон. Секреты Excel для Windows'95. Киев: Диалектика, 1996.
- 1.11. Лаврепов С.М. Excel: Сборник примеров и задач. – М.: Финансы и статистика, 2001.
- 1.12. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде Excel: Практикум. Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Финстат Информ, 2000.
- 1.13. Гусева О.Л., Миронова Н.И. Практикум по Excel. – М.: Финансы и статистика, 1997.
- 1.14. Лаврепов С.М. Excel: Сборник примеров и задач. – М.: Финансы и статистика, 2001.
- 1.15. Контрольные задания и методические указания по курсу «Решение математических задач с использованием электронных таблиц Excel» для студентов экономических специальностей 25 01 08 «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», 25 01 04 «Финансы и кредит» заочной формы обучения. Составитель Аверина И.Н. Учреждение образования БГТУ, Брест, 2003.
- 1.16. Инженерные расчеты в электронной таблице Excel. Методические указания для выполнения лабораторных работ по дисциплинам «Информатика, вычислительная техника, программирование и математическое моделирование»

ние”, “Вычислительная техника и программирование” для всех специальностей. Часть 1. Составитель Быков В.Л. – БГТУ, Кафедра ВТиИМ, 2001.

- 1.17. Орвис В. Excel для ученых, инженеров и студентов. – К.: Юниор, 1999.
- 1.18. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. – СПб: ВНУ-Санкт-Петербург, 1997.
- 1.19. Рудикова Л.В. Microsoft Excel для студента. – СПб: ВНУ-Петербург, 2005.
- 1.20. Дубина А.Г., Орлова С.С., Шубина И.Ю., Хромов А.В. Excel для экономистов и менеджеров. – СПб.: Питер, 2004.

## **2. Дополнительная литература**

- 2.1. Гарнаев А.Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. – СПб: ВНУ-С-Петербург, 1999.
- 2.2. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003.
- 2.3. Пикуза В., Гаращенко А. Экономические и финансовые расчеты в Excel: Самоучитель. СПб.: Питер, 2002.
- 2.4. Ларсен Рональд У. Инженерные расчеты в Excel. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.
- 2.5. Минько А. Статистический анализ в MS Excel. Профессиональная работа.– М.: Вильямс, Диалектика, 2005.
- 2.6. Левит Б. Ю. Диаграммы в Excel в экономических моделях. – М.: Финансы и статистика, 2004.

### **Вопросы к зачету по курсу**

#### **"Решение математических задач с использованием электронных таблиц Excel"**

1. Принципы использования Мастера функций.
2. Синтаксис основных математических и тригонометрических функций в Excel.
3. Понятие табулирования функции. Табулирование функции двух переменных.
4. Способы формирования столбца аргумента и значения функции.
5. Использование функции ЕСЛИ( ) для вычисления значений кусочно-непрерывной (разветвляющейся) функции.
6. Особенности построения таблицы значений поверхности в Excel.
7. Принципы использования Мастера диаграмм. Выполнение подписей на диаграмме.
8. Порядок построения графиков нескольких функций на одних координатных осях.
9. Порядок создания графика функции (поверхности).

10. Возможности редактирования диаграмм в Excel.
11. Что называется корнем функции?
12. Что такое отделение корней? Перечислить методы отделения корней.
13. Если на отрезке  $[a, b]$  существует корень, что можно сказать о знаках функции в точках  $a$  и  $b$  и о знаке  $f'(x)$ .
14. Что такое уточнение корня? Что такое точность найденного решения?
15. Уточнение корня методом последовательного табулирования. До каких пор выполняются вычисления?
16. Применение в Excel средства **Подбор параметра**.
17. Как оформить таблицу для нахождения одного корня функции с одной переменной командой **Подбор параметра**?
18. Как решить любое уравнение, пользуясь средством Excel **Подбор параметра**.
19. Что получается в результате: *умножения матрицы  $A_{5 \times 6}$  на  $B_{6 \times 3}$ ; умножения матрицы  $A_{5 \times 6}$  на вектор-столбец  $b_5$ ; умножения вектора-строки  $b_5$  на вектор-столбец  $d_5$  и т.п.*
20. Выполнение в Excel сложения, вычитания матриц, умножения матрицы на число.
21. Перечислить известные матричные функции Excel и вид результата.
22. Что такое формула массивов. Как осуществляется ввод формул массивов?
23. Понятие функции массива в Excel.
24. Порядок ввода и редактирования функции массива в Excel.
25. Что такое решение системы линейных алгебраических уравнений? Необходимое условие разрешимости системы.
26. Перечислить известные прямые методы решения СЛАУ.
27. Решение уравнения в Excel матричным способом.
28. Метод Крамера. Встроенная функция Excel для вычисления определителя.
29. Использование средства **Поиск решения** для решения СЛАУ.
30. Понятие аппроксимации зависимостей.
31. Сущность метода наименьших квадратов и его математическая запись.
32. Графическая интерпретация аппроксимации.
33. Использование средства **Поиск решения** для решения метода наименьших квадратов в Excel.
34. Встроенные статистические функции Excel для получения параметров линейной регрессии: ПЯКЛОН( ), ОТРЕЗОК( ), ЛИНЕЙН( ).
35. Возможности Мастера диаграмм для получения линии тренда и его уравнения.

## Содержание

Введение	3
Программа курса «Решение математических задач с использованием ЭТ Excel».....	4
....	
Наименование тем и содержание лекционных занятий.....	4
Наименование тем и содержание лабораторных занятий.....	5
Наименование и содержание тем для самостоятельной работы над курсом...	5
Контрольная работа (тема, номера вариантов).....	7
Требования к оформлению контрольной работы.....	7
Задания контрольной работы. Задание 1.....	8
Задание 2.....	12
Задание 3.....	12
Задание 4.....	16
Задание 5.....	18
Задание 6.....	19
Методические рекомендации к выполнению контрольной работы.....	20
Задание 1.....	20
Задание 2.....	27
Задание 3.....	30
Задание 4.....	34
Задание 5.....	38
Инструкция для решения в EXCEL ЗЛП.....	40
ПРИЛОЖЕНИЕ к Инструкции для решения в EXCEL ЗЛП...	46
Задание 6.....	47
Рекомендации по распечатке результатов расчетов в Excel.....	53
Лабораторная работа №1.....	54
Лабораторная работа №2.....	55
Лабораторная работа №3.....	55
Литература. 1. Основная литература.....	56
2. Дополнительная литература.....	56
Вопросы к зачету по курсу «Решение математических задач с использованием ЭТ Excel».....	57

Учебное издание

Составитель: Ирина Николаевна Аверина

**РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ EXCEL**

Учебное пособие

для самостоятельной работы студентов

заочной формы обучения

специальности 25 01 04 «Финансы и кредит»

Ответственный за выпуск: Аверина И.Н.

Набор и верстка: Аверина И.Н.

Издается в авторской редакции

---

Подписано к печати	Формат	Бумага	Гарнитура
Усл. п.л. Уч. изд. л.	Тираж	экз. Заказ №	
Отпечатано			