- 3. Мельянцова, И.И. Прочностные и деформативные характеристики керамзитобетона класса 10/12,5 по результатам испытаний / И.И. Мельянцова, Г.А. Дивакова, М.Г. Мамочкина // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.техн. конф., Могилев, 24—25 апр. 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И.С. Сазонов [и др.]. Могилев, 2014. С. 289—290.
- 4. Мельянцова, И.И. Прочностные и деформативные характеристики керамзитобетона класса 16/20 по результатам испытаний / И.И. Мельянцова, Г.А. Дивакова, М.Г. Мамочкина // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.техн. конф., Могилев, 24—25 апр. 2014 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И.С. Сазонов [и др.]. Могилев, 2014. С. 291—292.
- 5. Семенюк, С.Д. Прочность и деформативность керамзитобетона классов 10/12,5 и 16/20 по результатам испытаний / С.Д. Семенюк, И.И. Мельянцова, Г.А. Дивакова, М.Г. Мамочкина. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будовлі та споруди: збірник наукових працъ. Ровно, 2014. Вып. 28. С. 67-75.
- 6. Берг, О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О.Я. Берг. М.: Госстройиздат, 1962. 96 с.
- 7. Голишев, О.Б. Курс лецій з основ розрахунку конструкцій і з опору залізобетону / О.Б. Голишев, А.Н. Бамбура. К.: Логос, 2004. 340 с.
- 8. Семенюк, С.Д. Прогнозирование работы и расчет железобетонных пространственных конструкций на неравномерно деформируемом основании: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01; 05.23.02 / С.Д. Семенюк. Могилев, 2004. 381 с.
- 9. Блохин, А.В. Теория эксперимента: курс лекций в двух частях. Ч. 1. Научно-методический центр «Электронная книга БГУ» [Электронный ресурс]. Электрон. текст. дан. (1,1 Мб). Минск, 2003. Режим доступа: http://anubis.bsu.by/publications/elresources/Chemistry/blohin1.pdf. Электрон. версия печ. публикации, 2002.
- 10. Болошенко, Ю.Г. Определение модуля упругости и упругопластических характеристик бетона методом линейного корреляционного анализа / Ю.Г. Болошенко // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. мол. ученых, Могилев, 20–21 нояб. 2008 г. / Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: И.С. Сазонов [и др.]. Могилев, 2008. С. 106.
- 11. Семенюк, С.Д. К определению модуля упругости и упругопластических характеристик бетона при кратковременном центральном сжатии // Вестник Брестского государственного технического университета. Брест, 2001. № 1. С. 40–44.
- 12. Бабич, Е.М. Конструкции из легких бетонов на пористых заполнителях: учебн. пособие. K.: Выща шк. Головное изд-во, 1988.-208 с.

УДК 624.016:624.046.2

Семко А.В. Воскобойник Е.П., Лазарев Д.Н., Скиба А.В.

К ВОПРОСУ РАСЧЁТА ЛЁГКИХ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ, РАБОТАЮЩИХ НА КРУЧЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Постановка проблемы в общем виде

Любое современное строительство – индивидуальное, муниципальное или коммерческое – нуждается в новых прогрессивных энергоэкономных проектно-конструктивных решениях с использованием теплоэффективных конструкций. Среди них выгодно отличается применение легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) и использование легких бетонов.

В настоящее время в Украине, России, и Белоруссии увеличивается количество европейских и отечественных производителей холодногнутых и холоднокатаных стальных конструкций, а также производство разнообразных лёгких бетонов. Но применение сочетания таких современных конструкций в качестве несущих, в большинстве случаев, затруднено из-за нерешенного вопроса их проектирования [1].

В целом использование ЛСТК в несущих конструкциях имеет ряд особенностей, обусловленных прежде всего их тонкостенностью и специфической формой сечения, вследствие чего для таких элементов характерны: возможность потери местной устойчивости полок и стенок профилей при продольном изгибе; работа изгибаемых и сжатых элементов с эксцентриситетами, что ведет к необходимости учета при расчете деформаций стесненного кручения; существенная теплопроводность сплошных профилей, образующих «мостики холода» в ограждающих конструкциях. В связи с этим одним из путей повышения несущей способности рассматриваемого типа конструктивных элементов может быть их заполнение легкими бетонами. В этом случае образованные таким способом комплексные (по сути – легкие сталежелезобетонные (СЖБ)) конструкции, совмещая несущую и теплоизоляционную функции, позволяют наиболее эффективно использовать преимущества каждого из их компонентов.

Целью данной работы является разработка общего алгоритма расчёта лёгких сталежелезобетонных конструкций, работающих на кручение с изгибом.

Изложение основного материала

На основе проведенных экспериментальных исследований легких сталежелезобетонных балок, работающих в условиях совместного действия изгиба с кручением [2-5], предложена методика расчета таких конструкций. Для примера, были использованы ЛСТ балки с разнообразным поперечным сечением, с наличием и отсутствием разного типа анкеровки (рис. 1).

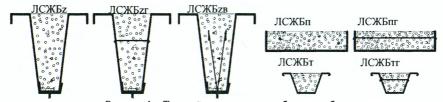


Рисунок 1 - Типы лёгких сталежелезобетонных балок

Результаты эксперимента свидетельствуют о существенном качественном и количественном влияние наличия анкеровки составляющих комплексного сечения между собой на характер их работы под нагрузкой.

Ведь в случае отсутствия или наличия анкеровки внешнего листового армирования и бетона усиления и, наоборот, при обеспечении их совместной работы на всех этапах загрузки имеет место различный характер работы и разрушения такого типа конструктивных элементов.

Таким образом, в связи с установленными в результате проведения экспериментальных исследований особенностями работы предложенного типа легких сталежелезобетонных балок при действии изгиба с кручением, для конструкций без анкерующих средств во время их нагружения, можно выделить три характерные стадии напряженно-деформированного состояния:

I стадия (стадия совместной работы комплексного элемента) характеризует напряженно-деформированное состояние легкой сталежелезобетонной балки на начальных этапах нагружения (до нарушения совместной работы составляющих комплексного сечения) сопровождается отслоением внешнего листового армирования от бетона усиления, то есть достижением предельного момента совместной работы (M_{ult}). При этом бетон сохраняет целостность и работает под нагрузкой квазиупруго;

II стадия характеризует напряженно-деформированное состояние легкой СЖБ балки после достижения предельного момента совместной работы (M_{ult}) при условии отдельной работы составляющих комплексного сечения: внешнего листового армирования и бетона усиления. На этой стадии загрузки в бетоне образуются спиральные трещины, образующие в пределах трех граней элемента вместе с четвертой замыкающей ее сжатой зоной пространственное сечение;

III стадия имеет пластический характер и происходит вследствие раздавливания бетона между пространственными трещинами при одновременном достижении текучести в наиболее напряженной фибре стального тонкостенного профиля.

Зависимо от рассматриваемого вида предельного состояния (достижения предельного момента совместной работы либо разрушения) расчет рекомендуется выполнять согласно следующим гипотезам и предпосылкам.

- 1. Предпосылки расчета предельного момента совместной работы (M_{ult}) при отсутствии или неполной анкеровки (взаимном смещении) составляющих комплексного сечения легких сталежелезобетонных балок:
- 1.1. В основу расчета положена I стадия работы при условии совместимости деформаций внешнего стального армирования и бетона усиления.
- 1.2.Расчет предельного момента совместной работы (M_{ult}) легкой СЖБ балки выполняется как для сплошного однородного упругого тела, имеющего сечение к бетону согласно схеме, приведенной на рисунке 2.

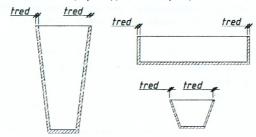


Рисунок 2 - Схемы приведения легких СЖБ балок к бетону

При этом учитывается полное сечение бетона усиления и площадь сечения всего внешнего листового армирования $(A_{s,f})$, умноженная на соотношение модуля упругости стали (E_s) к по модулю деформаций бетона (E'_{cm}) , то есть приведена площадь сечения внешнего листового армирования $(A_{s,red})$:

$$A_{s,red} = \alpha_E \cdot A_{s,f}, \tag{1}$$

где $A_{s,red}$ – приведённая к бетону расчетная площадь внешнего листового армирования;

 $A_{s,f}$ — фактическая площадь сечения внешнего листового армирования;

 α_E – коэффициент приведения:

$$\alpha_E = E_s / (v \cdot E_{cm}), \qquad (2)$$

где $E_{\it cm}$ — среднее значение начального модуля упругости бетона;

 ν — коэффициент упругих характеристик бетона, что в соответствии рекомендаций [6] принимается равным 0,85 при кратковременном и 0,4 при длительном действии нагрузки.

1.3. Для приведенного расчетного сечения, имеющего форму равнобедренной трапеции, максимальные касательные напряжения τ_{max} и углы закручивания θ определяются как для стержня прямоугольного эквивалентного сечения шириной b_{red} , полученного по схеме приведения, что представлено на рисунке 3 [7].

$$\tau_{max}^{\kappa p} = \frac{M_{\kappa p}}{W_{\kappa}} , \qquad (3)$$

где M_{κ} – значение внешнего крутящего момента;

 W_{κ} – момент сопротивления поперечного сечения балки при кручении.

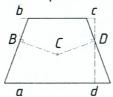


Рисунок 3 – Схема приведения трапециевидного сечения к прямоугольному

1.4. Критерием достижения предельного состояния по предельному моменту совместной работы (M_{ult}) следует считать превышение максимальными касательными напряжениями предельных значений контактных касательных напряжений сцепления составляющих комплексного сечения, то есть:

$$\tau_{max}^{\kappa p} \le \tau_{3y} \quad , \tag{4}$$

где au_{max} — максимальные касательные напряжения, возникающие в эквивалентном приведенном поперечном сечении СЖБ балки;

- au_{34} предельное значение контактных касательных напряжений сцепления составляющих комплексного сечения.
- 2 Предпосылки расчета прочности легких сталежелезобетонных балок при действии изгиба с кручением:
- 2.1. В основу расчета положена III стадия напряженно-деформированного состояния ЛСЖБ балки.
- 2.2. Поперечное сечение балки принимается в виде составного бруса при отдельной работе составляющих комплексного сечения: внешнего листового армирования (ЛСТК) и бетона усиления.
- 2.3. Прочность по интегральному значению предельного момента (M_R) определяется исходя из принципа суперпозиций составляющих комплексного сечения как сумма величин интегральных моментов, воспринимаются внешним листовым армированием стальным тонкостенным профилем $(M_{R,s})$ и бетоном усиления $(M_{R,s})$ при условии их отдельной работы:

$$M_R = M_{R,s} + M_{R,c}. (5)$$

- 2.4. Вследствие особенностей геометрии поперечного сечения балка испытывает деформации ограниченного кручения, когда сечения плоские до приложения нагрузки при загрузке перестают быть плоскими, что имеет место при невыполнении гипотезы плоских сечений.
- 2.5. Внешнее листовое армирования работает как тонкостенный профиль открытого сечения, расчет прочности которого выполняется по теории В.З. Власова [8]. При этом деформации сдвига срединной поверхности стержня равны нулю. Контур поперечного сечения стержня считается недеформированным.

2.6. Бетон усиления работает как анизотропный прямолинейный брус, касательные напряжения, возникающие в нем при воздействии кручения не зависят от упругих постоянных материала и определяются по известным зависимостям для однородных изотропных материалов с учетом момента сопротивления поперечного сечения бетона усиления при кручении, равному эквивалентному ($W_{c,ek}^{\kappa p}$).

С другой стороны, при наличии средств анкеровки, обеспечивающих совместную работу составляющих комплексного сечения на всех этапах загрузки, характерные стадии напряженно-деформированного состояния легких сталежелезобетонных балок при действии изгиба с кручением будут отличаться по качественным и количественным показателям, а именно:

I стадия характеризует напряженно-деформированное состояние легкой СЖБ балки на начальных этапах загрузки. При этом бетон и стальной профиль рабо-

тают упруго – эпюры нормальных напряжений близки к треугольным;

II стадия характеризует напряженно-деформированное состояние легкой СЖБ балки, когда в бетоне усиления образуются спиральные трещины, которые в пределах трех граней элемента вместе с четвертой замыкающей ее сжатой зоной образуют пространственное сечение. Переход к следующей стадии напряженно-деформированного состояния при дальнейшем нагружении обусловлен нарушением совместной работы составляющих комплексного сечения - отслоением внешнего листового армирования от бетона усиления, то есть достижением предельного момента совместной работы (M_{ult});

III стадия разрушения имеет пластический характер и происходит вследствие раздавливания бетона между пространственными трещинами при одновременном достижении текучести в наиболее напряженной фибре стального тонкостенного профиля.

Несмотря на это, основной предпосылкой расчета прочности легких сталежелезобетонных балок при действии изгиба с кручением следует считать допущение о совместной работе составляющих комплексного сечения на всех этапах загрузки, то есть:

1. Справедливо условие совместности деформаций внешнего стального армирования и бетона усиления.

2. В основу расчета положена III стадия напряженно-деформированного состояния ЛСЖБ балки.

3. Расчет прочности легкой СЖБ балки выполняется как для сплошного однородного упругого тела, имеющего сечение, приведенное к стальному согласно схеме на рисунке 2. При этом учитывается площадь сечения всего внешнего листового армирования $(A_{s,f})$ и полное сечение бетона усиления $(A_{c,f})$, умноженная на соотношение модуля деформаций бетона (E_{cm}^{\prime}) к модулю упругости стали (E_s), то есть приведена площадь сечения ($A_{c,red}$):

$$A_{c,red} = \alpha_E \cdot A_{c,f}, \tag{6}$$

где $A_{c,red}$ – приведена к стали расчетная площадь бетона усиления;

 $A_{c,f}$ – фактическая площадь сечения бетона усиления;

 α_{E} – коэффициент приведения:

$$\alpha_E = v \cdot E_{cm} / E_s, \tag{7}$$

где E_{cm} – среднее значение начального модуля упругости бетона;

 ν – коэффициент упругих характеристик бетона, что в соответствии рекомендаций [6] принимается равным 0,85 при кратковременной и 0,4 при длительном действии нагрузки.

4. Все необходимые геометрические характеристики при изгибе и кручении Рисунок 4

определяются для приведенного к стали сечения согласно схеме на рисунке 4.

Учитывая принятые предпосылки, расчет легких сталежелезобетонных балок без средств

обеспечения совместной работы составляющих комплексного сечения при действии изгиба с кручением выполняется для двух стадий загрузки:

- расчет предельного момента совместной работы (M_{ult});
- расчет прочности по предельному интегральному моменту, воспринимающему расчетным поперечным сечением (M_R).
- 1. Расчет предельного момента совместной работы (M_{ult}) для легких сталежелезобетонных балок без средств обеспечения совместной работы составляющих комплексного сечения при действии изгиба с кручением рекомендуется выполнять по приведенному к бетону сечению с учетом момента сопротивления эквивалентного приведенного сечения при изгибе $W_{x,red}^{ek}$ и кручении $W_{w,red}^{ek}$.

Момент сопротивления эквивалентного сечения при кручении $W^{\kappa p}_{ek,red}$ определяется по упрощенным зависимостям сопротивления материалов, как для элементов прямоугольного сечения:

$$W_{ek,red}^{\kappa p} = \alpha_{\kappa} \cdot h \cdot b_{red}^{ek} \,. \tag{8}$$

где h — высота (длинная сторона) элемента;

 b_{red}^{ek} – эквивалентна приведена ширина (короткая сторона) элемента;

 $\pmb{\alpha}_{\kappa}$ – коэффициент, зависящий от соотношения сторон h и b_{rsd}^{ek} .

Таким образом, критерий достижения предельного состояния по предельному моменту совместной работы (M_{yy}) лёгких СЖБ балок при действии изгиба и кручения имеет вид:

- по теории наибольших нормальных напряжений (первая теория прочности):

$$\frac{1}{2} \left[\frac{M_{3c}}{W_{x,red}^{ek}} + \sqrt{\left(\frac{M_{3c}}{W_{x,red}^{ek}} \right)^2 + 4 \left(\frac{M_{\kappa p}}{W_{ek,red}^{\kappa p}} \right)^2} \right] \le f_{ym}; \tag{9}$$

по теории наибольших удлинений (вторая теория прочности):

$$0.35 \frac{M_{ge}}{W_{x,red}^{ek}} + 0.65 \sqrt{\left(\frac{M_{ge}}{W_{x,red}^{ek}}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{\kappa p}}{W_{ek,red}^{\kappa p}}\right)^2} \le f_{ym}; \tag{10}$$

- по теории наибольших касательных напряжений (третья теория прочности):

$$\sqrt{\left(\frac{M_{3c}}{W_{x,red}^{ek}}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{\kappa p}}{W_{ek,red}^{\kappa p}}\right)^2} \le f_{ym}; \tag{11}$$

по теории потенциальной энергии формоизменения (четвертая теория прочности):

$$\sqrt{\left(\frac{M_{yz}}{W_{x,red}^{ek}}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{\kappa p}}{W_{ek,red}^{\kappa p}}\right)^2} \le f_{ym}, \tag{12}$$

где f_{vm} – среднее значение сопротивления стали на границе текучести;

 $M_{_{3c}}$ и $M_{\kappa p}$ – соответственно значение внешнего иггибающего и крутящего момента.

2. Расчет прочности по предельному интегральному моменту воспринимающим расчетным поперечным сечением (M_R).

Пластический момент сопротивления сечения бетона при изгибе $W_{c,pl}$ определяется с учетом неупругих деформаций растянутого бетона:

$$W_{c,pl} = \gamma \cdot W_c, \tag{13}$$

где γ – коэффициент, учитывающий форму поперечного сечения, принимается равным 1,75, аналогично рекомендациям [6].

Тогда предельный изгибающий момент, воспринимаемый бетоном усиления при воздействии сгиба с кручением ($M_{R,c}$), определяется по одной из теорий прочности, с учетом неупругих деформаций растянутого бетона с помощью пластического момента сопротивления бетонного сечения ($W_{c,pl}$):

- по теории наибольших нормальных напряжений (первая теория прочности):

$$M_{R,c}^{(1)} = \frac{1}{2} \left[f_{cm} \cdot W_{c,pl} + \sqrt{\left(f_{cm} \cdot W_{c,pl} \right)^2 + 4 \left(2 f_{ctm} \cdot W_{c,ek}^{\kappa p} \right)^2} \right]; \tag{14}$$

- по теории наибольших удлинений (вторая теория прочности):

$$M_{R,c}^{(II)} = 0.35 f_{cm} \cdot W_{c,pl} + 0.65 \sqrt{(f_{cm} \cdot W_{c,pl})^2 + 4(2 f_{cim} \cdot W_{c,ek}^{\kappa p})^2};$$
 (15) $V &$

- по теории наибольших касательных напряжений (третья теория прочности):

$$M_{R,c}^{(III)} = \sqrt{(f_{cm} \cdot W_{c,pl})^2 + 4(2f_{cim} \cdot W_{c,ek}^{sp})^2};$$
 (16)

 по теории потенциальной энергии формоизменения (четвертая теория прочности):

$$M_{R,c}^{(IV)} = \sqrt{(f_{cm} \cdot W_{c,pl})^2 + 3(2f_{ctm} \cdot W_{c,ek}^{\kappa p})^2},$$
 (17)

где $f_{\mathit{уm}}$ и f_{cim} – соответствующие средние значения прочности бетона на осевое сжатие и растяжение.

Условие прочности внешнего листового армирования при действии изгиба с кручением согласно одной из принятых теорий прочности имеет вид:

- по теории наибольших нормальных напряжений (первая теория прочности):

$$\frac{1}{2} \left[\sigma_{max}^{3c} + \sqrt{\left(\sigma_{3ac}^{3c}\right)^2 + 4\left(\tau_{\omega}\right)^2} \right] \le f_{ym}; \tag{18}$$

- по теории наибольших удлинений (вторая теория прочности):

$$0.35\sigma_{max}^{3\varepsilon} + 0.65\sqrt{(\sigma_{max}^{3\varepsilon})^2 + 4(\tau_{\omega})^2} \le f_{ym};$$
 (19)

- по теории наибольших касательных напряжений (третья теория прочности):

$$\sqrt{\left(\sigma_{max}^{3^2}\right)^2 + 4(\tau_{\omega})^2} \le f_{ym};$$
 (20)

по теории потенциальной энергии формоизменения (четвертая теория прочности):

 $\sqrt{\left(\sigma_{max}^{3c}\right)^2 + 3\left(\tau_{\omega}\right)^2} \le f_{ym},\tag{21}$

где σ_{max}^{32} — величина полных нормальных напряжений в опасной точке расчетного сечения тонкостенного открытого профиля;

 t_{ω} – секториальные касательные напряжения, возникающие в результате воздействия изгибно-крутящего момента M_{ω} .

Величина полных нормальных напряжений в опасной точке расчетного сечения внешнего листового армирования в виде тонкостенного открытого профиля равен:

$$\sigma_{3az} = \sigma_{3z} + \sigma_{\omega} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{B}{W_{\omega}}, \qquad (22)$$

где σ_{32} и σ_{a0} – максимальные нормальные напряжения от действия изгибающего момента и бимомент (секториальные нормальные напряжения);

В – бимомент;

 W_{o} – секториальный момент сопротивления сечения.

Вывол

На основе полученных результатов проведённых экспериментальных исследований [2–5] конструкций на кручение с изгибом, разработана методика рационального проектирования лёгких сталежелезобетонных балок для разного типа сечения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Семко, О.В. Легкий бетон для заповнення порожнин сталевих тонкостінних конструкцій / О.В. Семко, Д.М. Лазарєв, Ю.О. Авраменко // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: міжвід. наук.-техн. зб. К.: ДП НДБІК, 2011. Вип. 74 С. 659–666.
- 2. Воскобійник, О.П. Методика експериментальних досліджень сталезалізобетонних балок, що працюють на згин з крученням в незнімній опалубці / О.П. Воскобійник, О.В. Скиба, А.В. Бакош, Т.С. Страшко, Н.С. Пащенко // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури до 100-річчя від дня народження Заслуженого діяча науки України, доктора технічних наук, професора Прокоповича Ігоря Євгенович. Одеса: ОДАБА 2013 Вип. 49, Ч. 1—С.72—79.
- 3. Воскобійник, О.П. Методика експериментальних досліджень надлегких сталезапізобетонних балок незнімній опалубці, що працюють на згин з крученням / О.П. Воскобійник, О.В. Скиба // Строительство, материаловедение, машиностроени: сборник научных трудов; под общей редакцией доктора технических наук профессора В.И. Большакова Днепропетровск: ГВУЗ "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", 2013 Вып. 68 С. 98–103.
- 4. Семко, А.В. О результатах экспериментальных исследований сталежелезобетонных балок на изгиб с кручением. / А.В. Семко, Е.П. Воскобойник, А.В. Скиба // Международное научное издание: сборник научных трудов S World. Иваново: Маркова АД, 2014. Том 19: Искусствоведение, архитектура и строительство. С. 87–92.
- 5. Воскобійник, О.П Експериментальні дослідження легких сталевих та сталезалізобетонних конструкцій із Z-подібних профілів, що працюют на згин з крученням / О.П. Воскобійник, О.В. Скиба, К.О. Шумейко, Д.О. Авраменко, Н.С. Пащенко, В.В. Голяк // Науковий вісник будівництва: збірник наукових праць ХНУБА, 2014. № 2(76). С. 78–81.
- 6. Руководство по проектированию железоетонных конструкций с жёсткой арматурой. М.: Стройиздат, 1978. 55 с. (Науч. –исслед. ин-т бетона и железобетона Гостроя СССР. Центр. Науч.-исслед. и проектно-эксперим. ин-т промзданий и сооружений Госстроя СССР).
- 7. Писаренко, Г.С. Сопротивление материалов: учебник для вузов / Под общ. ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко. 4-е изд., перераб. и доп. Киев: Вища школа. Гловное изд-во, 1979. 696 с.
- 8. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни. Избранные труды / Издательство Академии Наук СССР Москва, 1963. С. 507.