

На основании построенных зависимостей можно сделать вывод, что наибольшее изменение величин изгибающих моментов происходит при изменении значений упругой податливости c в пределах от $1e^{-6}$ (кН·м)⁻¹ до $1e^{-1}$ (кН·м)⁻¹. При величине упругой податливости от нуля до $1e^{-6}$ (кН·м)⁻¹ изгибающие моменты остаются постоянными и соответствуют жесткому присоединению 1-го стержня к узлам (рис. 7). При изменении величины упругой податливости c от $1e^{-1}$ (кН·м)⁻¹ до ∞

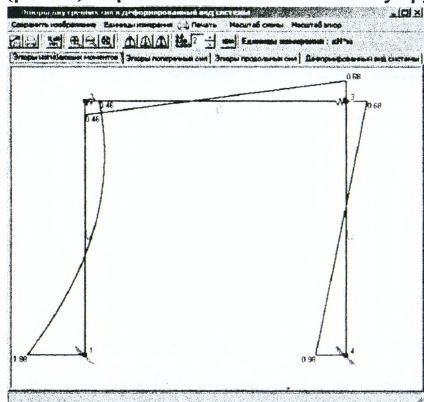


Рисунок 7 – Эпюра M при $c = 1e^{-6}$ (кН·м)⁻¹

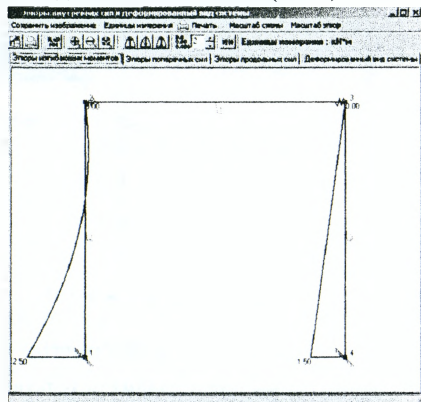


Рисунок 8 – Эпюра M при $c = 1e^{-1}$ (кН·м)⁻¹

величины изгибающих моментов соответствуют шарнирному присоединению 1-го стержня к узлам (рис. 8).

Заключение. Разработаны методика, алгоритм и компьютерная программа статического расчета методом конечных элементов плоских стержневых систем, позволяющие учитывать упруго-податливое присоединение стержней к узлам.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие. – Брест: БрГТУ, 2007. – 172 с.
2. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с.
3. Фаронов, В.В. Delphi программирование на языке высокого уровня: учебник для вузов. – Санкт-Петербург: Питер, 2010. – 640 с.

УДК 624.04

Киселев В.Н., Косенок В.В.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАСТИН, ПОДКРЕПЛЕННЫХ РЕБРАМИ

Значения критической нагрузки для пластин зависят от цилиндрической жесткости D . Устойчивость можно увеличить, делая пластину толще. Однако это решение является неэкономичным. Лучшим решением является увеличение жесткости введением ребер жесткости.

В качестве примера рассмотрим пластину со свободно опертыми краями, сжатую силами, приложенными по краям $x=0$ и $x=a$. Пластина подкреплена од-

ним ребром (рис. 1). Для определения критической нагрузки применим энергетический метод. Примем форму деформации при потере устойчивости по:

(1)

Изменение потенциальной энергии деформации δV будет складываться из потенциальной энергии пластины:

(2)

и потенциальной энергии деформации ребра, которое выпучивается вместе с пластиной:

$$\delta V_2 = \frac{1}{2} B \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx. \quad (3)$$

Здесь B – жесткость ребра при изгибе.

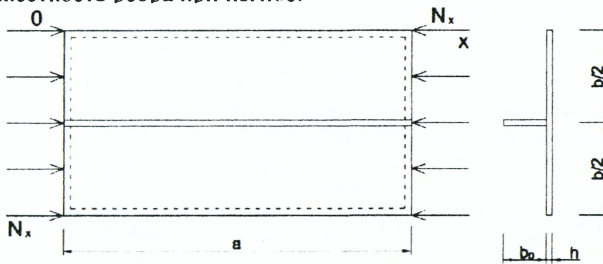


Рисунок 1 – Расчетная схема

Величина δA будет складываться из работы сил N_x , которые сжимают пластину:

$$\delta A = \frac{1}{8} N_x A^2 \pi^2 m^2 \frac{b}{a} \quad (4)$$

и работы силы P , сжимающей ребро:

$$\delta A_2 = \frac{1}{2} P \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (5)$$

Вычислим интегралы, входящие в (3) и (5):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{y=\frac{b}{2}} &= Am \frac{\pi}{a} \cos m \frac{\pi}{a} x \sin n \frac{\pi}{2}; \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=\frac{b}{2}} &= -Am^2 \frac{\pi^2}{a^2} \sin m \frac{\pi}{a} x \cdot \sin n \frac{\pi}{2}; \\ \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx &= A^2 \pi^4 \frac{m^4}{a^4} \cdot \frac{a}{2} \sin^2 n \frac{\pi}{2}; \\ \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx &= A^2 \pi^2 \frac{m^2}{a^2} \cdot \frac{a}{2} \sin^2 n \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Полное изменение потенциальной энергии деформации:

(6)

Полная работа сжимающих сил:

(7)

Приравняв $\delta V = \delta A$ и сокращая на $\frac{1}{2} N_x A^2 \pi^2 m^2 \frac{b}{a}$, получим:

Представим это выражение в виде:

$$\frac{\pi^2}{a^2} D \left[\left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot n^2 \right)^2 + 2 \frac{B}{bD} m^2 \sin^2 n \frac{\pi}{2} \right] = N_x \left(1 + \frac{2P}{bN_x} \sin^2 n \frac{\pi}{2} \right).$$

Обозначая

$$\gamma = \frac{B}{bD}; \delta = \frac{P}{bN_x} = \frac{\sigma b_p t}{\sigma b h} = \frac{b_p t}{b h}, \quad (8)$$

получим окончательное выражение для критической нагрузки:

$$N_x^{cp} = \frac{\pi^2}{a^2} D \frac{\left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot n^2 \right)^2 + 2\gamma m^2 \sin^2 n \frac{\pi}{2}}{1 + 2\delta \sin^2 n \frac{\pi}{2}}. \quad (9)$$

Выделим частные случаи.

$$1. \quad n=1, \sin^2 n \frac{\pi}{2} = 1;$$

$$N_x^{cp} = \frac{\pi^2}{a^2} D \frac{\left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot n^2 \right)^2 + 2\gamma m^2}{1 + 2\delta}. \quad (10)$$

Число полуволн m , при котором будет наименьшее значение критической нагрузки, определим, вычислив производную по m от (10) и приравняв ее нулю.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dm} N_x^{cp} &= 0; \\ \frac{d}{dm} \left[\left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right)^2 + 2\gamma m^2 \right] &= 2 \left(m + \frac{1}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{1}{m^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right) + 4\gamma m = 0; \\ (1 + 2\gamma)m - \frac{1}{m^3} \frac{a^4}{b^4} &= 0; m = \frac{a}{b} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\gamma}} \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что m должно быть целым числом.

$$2. \quad n=2, \sin^2 n \frac{\pi}{2} = 0.$$

$$N_x^{cp} = \frac{\pi^2}{a^2} D \left(m + \frac{4}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right)^2. \quad (12)$$

Здесь выпученная пластина имеет узловую линию, совпадающую с ребром. Ее можно рассматривать как пластину без ребер с шириной $b_1 = \frac{b}{2}$.

$$3. \quad n=3, \sin^2 n \frac{\pi}{2} = -1.$$

$$N_x^{cp} = \frac{\pi^2}{a^2} D \frac{\left(m + \frac{9}{m} \cdot \frac{a^2}{b^2} \right)^2 + 2\gamma m}{1 + 2\delta}. \quad (13)$$

Здесь имеет место выпучивание пластины с тремя полуволнами в направлении y . Случай $n > 3$ в данном случае маловероятен.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баклашов, Г.Г. Экспериментальное исследование прочности и устойчивости подкрепленных тонкостенных стержней при плоском изгибе // Известие ВУЗов. – № 1: Строительство и Архитектура, 1973.
2. Бейлин, Е.А. Об устойчивости плоской формы изгиба тонкостенных балок, имеющие упругие диафрагмы на торцах: сб. докладов XX научной конференции ЛИСИ // Инженерные конструкции, сопротивление материалов, строительная механика.
3. Артемов, П.Я. Расчет тонкостенных стержней открытого профиля / П.Я. Артемов, М.И. Любошин, М.Н. Рудишин. – Минск: Белорусский политехнический институт, 1959.
4. Аксельрад, Э.Л. Техническая теория стержней: учебное пособие. – Л.: Ленинградский институт инженеров железнодорожного транспорта, 1967.