

Для получения вероятности того, что время доставки информации от абонента «i» к серверу превысит значение  $T_{доп}$ , определяется следующим образом:

$$P_i[t > T_{доп}] = 1 - \int_0^{T_{доп}} g_i(t) dt \quad (37)$$

Таким образом, мы получили возможность вычислить ВВХ, как для отдельных фаз обработки, так и для типовых маршрутов движения информации. Эти ВВХ позволяют провести полный анализ функционирования ИС и решить поставленную задачу оптимизации обработки информации в ИС.

Описанная аналитическая модель реализована как составная часть программной системы анализа ИС.

#### Список используемой литературы:

1. Авен О.И., Гурин Н.Н., Коган А.Я. Оценка качества и оптимизация вычислительных систем. М., Наука, 2003г., 349 стр.
2. Сабинин О.Ю., Зверев В.В. Символьное имитационное моделирование технических систем. //Приборы и системы управления. 2000. №3, стр. 133-135.

УДК 532.546+62-405.8

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА НА ОСНОВОВЕ ЕГО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ**

Кофанов В.А., Карпучик А.Н., Гутников В.С.

Брестский государственный технический университет

Проектирование жилых зданий неизбежно связано с расчетами по тепло- и влагозащите их ограждающих частей. В расчетах, как правило, учитываются внешние и внутренние воздействия окружающей среды, а также различные свойства материалов, характеризующие их в отношении переноса массы и энергии. В ограждающих частях зданий наиболее часто используют пористые либо капиллярно-пористые материалы, в которых наиболее крупные поры соединены между собой посредством мелких пор (капилляров). Капиллярно-пористые материалы отличаются друг от друга своей внутренней структурой, которая характеризуется рядом геометрических параметров. К таким параметрам можно отнести: пористость, удельную поверхность и условный радиус пор, распределение пор по радиусам и пр.

Ввиду сложности и хаотичности структуры пористого материала математическое описание процессов тепломассопереноса в такой среде

является трудной задачей. Для упрощения решения этой задачи обычно принимают допущения, состоящие в том, что в пористой среде нет источников тепла, в ней не протекают химические реакции, а также не происходит изменение объема и форм пор вследствие изменения температуры и влагосодержания поровой среды.

Использование математической модели капиллярно-пористой структуры материала, а также принятые допущения позволяют значительно упростить математическое описание процессов переноса тепла и влаги за счет неизменности скелета пористой среды.

Моделирование такой структуры является также довольно сложной вычислительной задачей и требует использования особых алгоритмов вычисления. Полученная модель, как и любая другая, должна проверяться на адекватность ее изучаемому объекту. Для проверки адекватности математической модели в нашем случае будем использовать следующие геометрические свойства материала: пористость, распределение пор по объему и коэффициент извилистости.

В качестве геометрической модели капиллярно-пористой среды выберем структуру, представляющую собой трехмерный массив  $n \times n \times n$  кубиков, соединенных между собой трубочками (рисунок 1). Совокупность кубиков и трубочек можно вписать в куб с длиной ребра  $L$ , состоящий из  $n \times n \times n$  элементарных ячеек, где  $n \geq 2$ . Длина ребра элементарной ячейки равна  $a = L/n$ . При этом необходимо контролировать величину  $a$  таким образом, чтобы объем элементарной ячейки  $V_a = a^3$  не превышал максимально возможный объем одной поры.

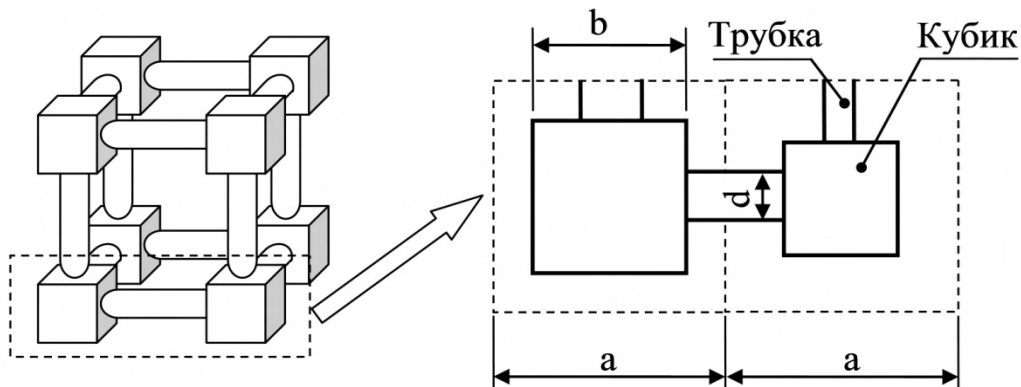


Рисунок 1 – Фрагмент модели структуры порового пространства капиллярно-пористого материала

В этой структуре геометрические размеры кубиков и трубочек определяются исходя из пористости элементарной ячейки, которая задается случайным образом. В случае относительно равномерного распределения пор по объему пористость  $(i, j, k)$ -элементарной ячейки  $\rho_{i,j,k}$  в описанной структуре задается равномерно распределенной случайной величиной из заданного диапазона

$$\rho_{i,j,k} = \left( \rho_{i,j,k}^{\max} - \rho_{i,j,k}^{\min} \right) \cdot RND + \rho_{i,j,k}^{\min}, \quad (1)$$

где  $\rho_{i,j,k}^{\max}$  – максимально возможная пористость  $(i, j, k)$ -элементарной ячейки;  
 $\rho_{i,j,k}^{\min}$  – минимально возможная пористость  $(i, j, k)$ -элементарной ячейки;  
 $RND$  – функция, генерирующая равномерно распределенное псевдослучайное значение из диапазона от нуля до единицы.

И наоборот, в случае неравномерного распределения пор по объему пористость элементарной ячейки задается нормально распределенной случайной величиной с заданными средним значением  $\rho^{mean}$  пористости и стандартным отклонением  $\sigma$

$$\rho_{i,j,k} = NORMINV(RND, \rho^{mean}, \sigma), \quad (2)$$

где  $NORMINV$  – функция обратная к функции нормального распределения  $F(x, \rho^{mean}, \sigma)$  значение которой в произвольной точке интервала от нуля до единицы определяется как значение  $x$ , удовлетворяющее уравнению  $F(x, \rho^{mean}, \sigma) = RND$  [1].

Для того чтобы объем случайно сгенерированной структуры порового пространства материала соответствовал объему пор реального материала, обеспечивая тем самым его пористость  $\rho$ , необходимо контролировать границы диапазона случайной величины  $\rho_{i,j,k}$  ( $\rho_{i,j,k}^{\min} \leq \rho_{i,j,k} \leq \rho_{i,j,k}^{\max}$ ). Например, для  $(i,j,k)$ -элементарной ячейки нижняя граница пористости  $\rho_{i,j,k}^{\min}$  должна быть не меньше нуля, и одновременно не меньше

$$\rho_{i,j,k}^{\min} = n^3 \cdot \rho - (s > 0) \sum_s \rho_s - (t < n^3) \sum_t \rho_t^{\max}, \quad (3)$$

где  $\rho_s$  – пористость  $s$ -элементарной ячейки ( $s=1..n_{prev}$ ) с известными размерами кубика и трубочек;

$n_{prev}$  – количество ячеек с известной пористостью

$$n_{prev} = (i-1) \cdot n^2 + (j-1) \cdot n + (k-1);$$

$\rho_t^{\max}$  – максимальная пористость  $t$ -элементарной ячейки с неизвестными размерами фигур ( $t=(n_{prev}+2)..(n^3-1-n_{prev})$ ).

т.е. минимальная пористость текущей  $(i,j,k)$ -элементарной ячейки определяется исходя из пористости предыдущих элементарных ячеек с известными размерами входящих в нее фигур и максимальной пористости элементарных ячеек с неизвестными размерами фигур. По аналогии с выражением (3) верхняя граница пористости  $\rho_{i,j,k}^{\max}$  должна быть не больше единицы, и одновременно не больше

$$\rho_{i,j,k}^{\max} = n^3 \cdot \rho - (s > 0) \sum_s \rho_s - (t < n^3) \sum_t \rho_t^{\min} \quad (4)$$

где  $\rho_t^{\min}$  – минимальная пористость  $t$ -элементарной ячейки с неизвестными размерами фигур ( $t=(n_{prev}+2)..(n^3-1-n_{prev})$ ).

По мере заполнения элементарных ячеек фигурами (кубиками и трубочками) нижняя и верхняя границы возможной пористости будут

сближаться и станут равны друг другу для последней заполняемой элементарной ячейки сгенерированной структуры.

На рисунке 2 показаны интегральная и дифференциальная кривые распределения объема пор (моделируемого материала пористостью  $\rho=0.58$ ) по объему в элементарных ячейках для структуры размером  $10 \times 10 \times 10$ . Для выбранной системы число кубиков составило  $n^3=1000$ , а число трубочек  $3 \cdot (n^3 - n^2) = 2700$ . В результате чего доля капилляров объемом до 0.1 в общем объеме пор составила приблизительно 73% (рисунок 2а). При необходимости сокращения этой доли целесообразно уменьшить в создаваемой структуре число трубочек.

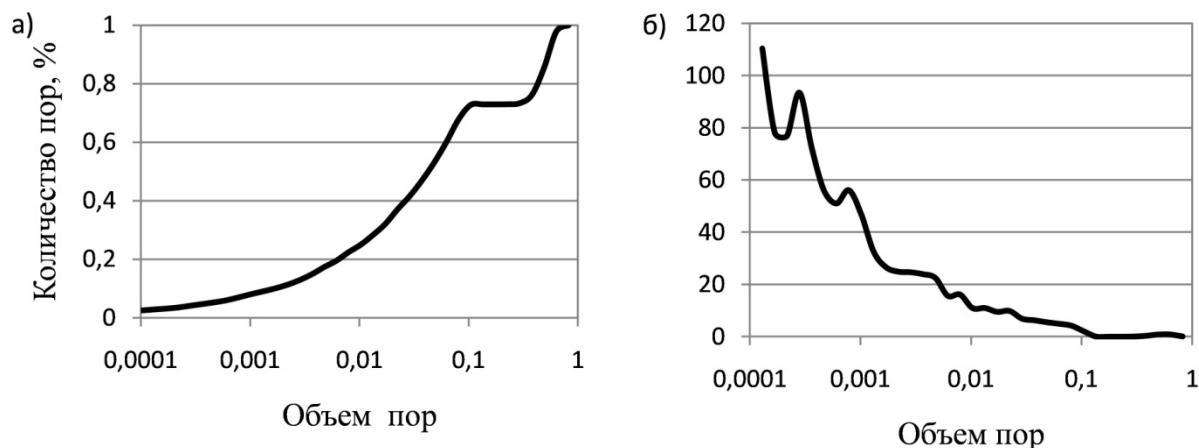


Рисунок 2 – Интегральная (а) и дифференциальная (б) кривые распределения пор по объему для сгенерированной структуры при  $n=10$

Представим на рисунке 3 сгенерированную структуру в виде ориентированного графа  $G=(V,E)$ , где максимальное значение  $V=n^3+2$  – вершины графа, а  $E=5 \cdot n^3 - 3 \cdot n^2$  – ребра графа при  $n=2$ , дополнив его вершиной источника  $S$  и вершиной стока  $T$  [2].

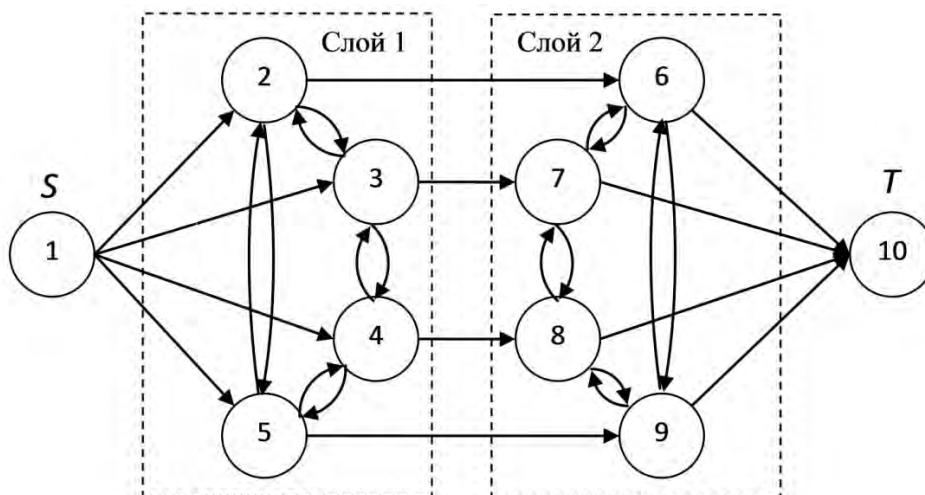


Рисунок 3 – Ориентированный граф для поровой структуры, изображенной на рисунке 1

Вершины, находящиеся в одной плоскости, перпендикулярной направлению потока, образуют слой. Предполагается, что если жидкость

перетекает от слоя к слою в направлении от источника в сток, то обратное ее движение исключено. В том случае вершины соседних слоев соединяем одним ребром, направление которого совпадает с направлением движения жидкости от источника в сток. Каждое такое ребро имеет вес (пропускную способность), определяемый, исходя из геометрического размера трубочки. Внутри слоев возможно перетекание жидкости между вершинами в обоих направлениях, поэтому их соединяем двумя противоположно направленными ребрами с одинаковым весом.

Использование алгоритма Диница [3] позволяет для графа, представленного на рисунке 3, определить величину максимального потока  $q_{\max}$ , а также количество  $N$  и длину путей  $l_N$ , по которым он проходит. Среднее значение длины всех путей можно интерпретировать как коэффициент извилистости капилляров  $\xi$  в пористом материале

$$\xi = \frac{\sum l_N}{N} \quad (5)$$

Варьирование числа ребер в графе приводит к изменению коэффициента извилистости и, как отмечено выше, к изменению кривых распределения пор по объему. Необходимо отметить, что чрезмерное уменьшение числа ребер (трубочек) может привести к нарушению целостности всей структуры.

Объединение всех отмеченных алгоритмов в единый цикл позволяет на каждом шаге сгенерировать случайным образом новую (относительно уникальную) структуру капиллярно-пористого материала с заданной пористостью и коэффициентом извилистости капилляров. Сравнение структур порового пространства, полученных представленным алгоритмом для различных материалов, позволит найти взаимосвязь этих структур со свойствами реальных капиллярно-пористых материалов в отношении массопереноса и повысить качество расчетов ограждающих частей зданий.

#### Список используемой литературы:

1. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. М.: Финансы и статистика, 1983. 471 с.
2. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / Нечипуренко М.И., Попков В.К., Майнагашев С.М. и др. – Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1990. 515 с.
3. Dinitz Y. Dinitz' Algorithm: The Original Version and Even's Version // Theoretical Computer Science: Essays in Memory of Shimon Even. Springer, 2006. pp. 218–240.