ОБ ОДНОМ АППРОКСИМАЦИОННОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ И РЯДОВ

Н.П. Семенчук, В.Т. Дацик, С.А. Марзан
Математический факультет, БрГУ, г. Брест, Беларусь.

Сочетание теории аппроксимации и свойств интегродифференциальных операторов дробного порядка позволило разработать новый метод вычисления некоторых классов рядов и интегралов как от элементарных, так и специальных функций.

Доказана, например, теорема.

Теорема 2. Если функция f k-раз (k=0,1,2,..) дифференцируема в $L(-\infty,\infty)$ и $f^{k}(t)$ удовлетворяет в точке t=x условию Гельдера порядка $(1-\gamma)$ (для точек t некоторой окрестности $U(x,\delta)$), $1-\gamma>\alpha-k$, $k\leq\alpha<k+1$, $\gamma>0$, $\alpha\neq k$ при k=0, то интеграл

$$\int_0^\infty u^\alpha du\int_{-\infty}^\infty f(x-t)\cos ut\,dt$$

(c,1) - суммируем к

$$-\Gamma(\alpha+1)\sin\frac{\alpha\pi}{2}\int_0^\infty\frac{\Phi_x(t)}{t^{\alpha+1}}dt$$

при условии, что все $f^{(2n)}(x)=0$, $n\in N$, $2n\leq k$, где $\Phi_x(t):=f(x-t)+f(x+t)-2f(x)$, а интеграл

$$\int_0^\infty u^\alpha du\int_{-\infty}^\infty f(x-t)\sin ut\,dt$$

(c,1) - суммируем к

$$\Gamma(\alpha+1)\cos\frac{\alpha\pi}{2}\int_0^\infty\frac{\Psi_x(t)}{t^{\alpha+1}}dt$$

при условии, что все $f^{(2n-1)}(x)=0$, $n\in N$, $2n-1\leq k$, где $\Psi_x(t):=f(x-t)-f(x+t)$.

Приведем еще пример интеграла, вычисленного с помощью выбранного метода.

$$\int_0^{\infty} u^{\delta+\alpha}\, {}_2F_1\left(\frac{\gamma+1}{2};\frac{\gamma}{2}+\delta;\delta+\frac{1}{2};-\frac{u^2}{p^2}\right)du = \begin{Bmatrix}+1\\-1\end{Bmatrix}\frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\gamma-\alpha-1)}{\Gamma(\gamma+\delta)}\begin{Bmatrix}\cos\frac{\alpha\pi}{2}\\ \sin\frac{\alpha\pi}{2}\end{Bmatrix}p^{\delta+\alpha+1}$$

где ${}_2F_1$ - гипергеометрическая функция Гаусса, $\operatorname{Re} p > 0$, $\delta = \begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}$

ВАРИАНТ МЕТОДА НЬЮТОНА С РЕГУЛИРОВКОЙ ШАГА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Басик А.И., Костевич Н.В., Мадорский В.М.
Математический факультет, БрГУ, г.Брест, Республика Беларусь

Для решения нелинейного уравнения

$$f(x) = 0;\ f(\Omega \subset R^n \to R^n) \qquad (1)$$

часто применяют метод Ньютона с демпфированием (см., например, [1,2] и приведенную там библиографию) :

$$x_{n+1} = x_n - \beta_n [f'(x_n)]^{-1} f(x_n) = \beta_n \Delta x_n \qquad (2)$$

где демпфирующие множители выбираются из некоторых минимизационных соображений.

Если

$$\beta_n = \frac{\| f(x_n) \|^2}{\| f(x_n) \|^2 + \alpha_n \| f(x_n - \Delta x_n) \|^2} \qquad (3)$$

$$\alpha_n = \frac{\| [f'(x_n)]^{-1} \|}{\| [f'(x_{n-1})]^{-1} \|} \qquad (4)$$

то имеем метод описанный в работе [3].

Как показывает вычислительная практика, если в качестве демпфирующих множителей использовать β_n, определяемое формулой:

$$\beta_n = \frac{1}{1 + \frac{\| [f'(x_n - \Delta x_n)]^{-1} f(x_n - \Delta x_n) \|}{\| \Delta x_n \|}}, \qquad (5)$$