СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Ю.П. Ащаев (Брест, Беларусь)

Использование уравнения Лапласа эллиптического типа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=0$$

для аппроксимации функции распределения параметров получило широкое распространение в области физики, механики, геологии, геодезии, гидрогеологии, экологии, океанографии и др. Численные методы решения таких уравнений в большинстве случаев - единственный метод получения результатов. При этом значения искомой функции $U(z,y,z)$ получают в дискретных точках системы, заменяя уравнение в частных производных его конечно - разностным аналогом. Практическая реализация данного подхода показала, что при решении реальных задач, особенно трехмерных, размерность модели может достигать нескольких десятков и сотен миллионов узловых точек. Применение классических итерационных методов, например, метода Либмана, при таких размерностях задачи весьма затруднительно, и даже при наличии современных быстродействующих компьютеров требует значительных временных ресурсов.

В результате проведенных исследований, разработан метод, позволивший значительно сократить количество итераций при условии обеспечения необходимой точности интерполяции. Суть метода сводится к использованию классического метода близости из области вычислительной геометрии в его интерпретации для дискретной сети узловых точек в сочетании с итерационным процессом Либмана с применением метода сеток. Математически реализация метода близости сводится к следующему. Область D (двумерный случай) включает G точек с координатами $\{x_g, y_g\}$, имеющими граничные значения. Выделить в области D такие G подмножеств точек с центральными точками $\{x_g, y_g\}$, чтобы каждая г-ая точка любого подмножества с координатами $\{x'_g, y'_g\}$ была ближе к центральной точке этого подмножества, чем к любой центральной точке другого подмножества.

Применение разработанного метода позволяет значительно сократить время, необходимое для проведения интерполяции при сохранении требуемой точности. Причем эффективность метода наиболее проявляется в случае низкой плотности и сильной вариации численных значений параметра в граничных точках.