

Очевидно, $k_4 \leq 1$, v_0 — скорость перемещения частиц грунта в донных отложениях; $v_0 = k_5 \cdot v$, где v — скорость течения реки. Величина v_0 меньше, чем v , как минимум, на порядок; $k^* = 1$; A — матрица перетоков, где a_{ij} — количество воды, перетекающей из i -го района в j -й за 1 временной шаг.

Описанная математическая модель позволяет решить задачу прогнозирования качества воды в реке и вычислить концентрацию фенолов и нефтепродуктов для отдельных районов разбиения в течение 10 лет.

Отметим, что современная теория прогнозирования — предполагает непрерывный анализ причинно-следственных связей предсказуемых природных процессов. Большинство исследователей, занимающихся разработкой прогнозных схем изменения природных условий, считают наиболее целесообразным представлять их в виде подсистем — теоретического и информационного обеспечения, выбора концептуальных прогнозных методик, синтеза, и анализа их достоверности.

8.2. Особенности оптимального локализационного управления ЧС

В настоящее время достаточно полно исследованы особенности распространения большинства негативных процессов, обусловленных реализацией как целевых водохозяйственных и других народнохозяйственных мероприятий, так и их последствием и последствием. Активизирующиеся и активно проявляющиеся в последнее время некоторые негативные изменения в природных системах требуют поиска методов локализационного управления ими.

Бесспорно, наиболее простым решением проблемы является случай локализации области распространения негативных процессов, используя модель одной кривой L , удовлетворяющую следующим условиям:

- $x(0) = C_0; x(t) = \omega(x); \omega(x) \in W(x);$

- $x(\tau) \notin X$ для любого $\tau \geq 0$;

- существует $\tau > 0$ такое, что $x(\tau) = C_0$. при этом кривая L , определенная вектор-функцией $x(t), 0 < t < m$, содержит внутри себя x_0 и $x(t)$ и удовлетворяем заданной ориентации движения процесса;

– для любого $(x) \in L$ происходит изменение $v(x, \varphi) = 0$.

Для заданных условий C_0 — начало локализации, $\omega(x, \varphi)$ — максимально возможная скорость локализации из заданной точки x в направлении φ .

Задача оптимального локализационного управления может быть сформулирована в следующем виде: найти $\min_{L \in \{L\}} F(L)$ при

параметрах $\{x_i\}$, C_0 , $W(x)$, где F — некоторый числовой критерий на множестве локализованных кривых $\{L\}$.

Решение этой задачи требует:

- установить существование решения, т.е. вектор-функцию $x(t)$, удовлетворяющую вышеуказанным условиям,
- выделить некоторое подмножество, в котором могут содержаться большинство оптимальных, по заданным функциям, решений,
- в выделенном подмножестве найти оптимальное решение.

В качестве исходных целесообразно принять следующие параметры: n — число локализационных кривых; C_0, \dots, C_n — начальные точки локализационных кривых; τ_1, \dots, τ_n — начальные моменты локализации; $W_1(x), \dots, W_n(x)$ — максимально допустимые скорости локализации; $\{G\}$ — множество ориентированных графов с числом вершин n . И, бесспорно, решение проблемы локализационного управления требует принятия критерия оптимизации, в качестве которых принимают:

$F_n = \min_{G \in \{L\}} G$ — наименьшее число локализационных кривых;

$F_\tau = \min_{G \in \{L\}} \tau(L)$ — наименьшее время локализации;

$F_s = \min_{L \in \{L\}} S(L)$ — наименьшая площадь локализационного процесса.

Наиболее характерным для большинства процессов распространения любых веществ и потенциалов является переход по нормали (рис 8.1, а), что определяет возможность поиска локализационных кривых с контурами равномерно расширяющейся окружности.

Расчетные параметры для данной схемы принимаем в виде:

$$\rho = \rho(\varphi); \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2]; t \in [\tau^1, \tau^2]. \quad (8.23)$$

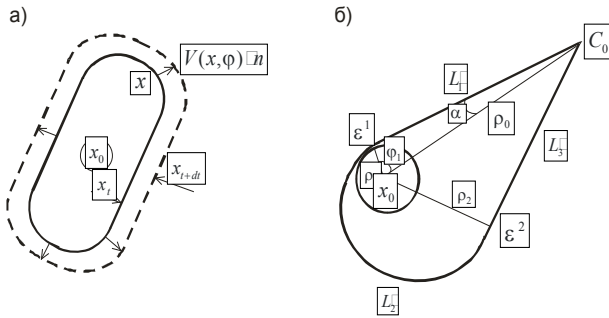


Рис. 8.1. Схема развития контуров кривых распространения негативных процессов (а) и взаимосвязи основных параметров локализационных кривых (б)

Тогда из условия, что для всех t все точки функции соответствующей L лежат на контуре процесса распространения $Z(x,t)=0$ имеем:

$$\rho(u) = t \cdot v(u); \quad \frac{\partial z}{\partial t} + v_u(x, u) \cdot |\text{grad}Z| = 0. \quad (8.24)$$

После соответствующих преобразований получаем дифференциальное уравнение вида:

$$\rho'(u) = \rho(\varphi) \frac{\alpha + \beta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + 1}}{1 - \beta^2}, \quad (8.25)$$

где $\alpha = \alpha(\varphi) = \frac{v'(\varphi)}{v(\varphi)}$; $\beta = \beta(\varphi) = \frac{v(\varphi)}{\omega}$;

с решением:

$$\rho(\varphi) = \rho(\varphi_1) \exp\left(\int_{\varphi_1}^{\varphi} f(z) \cdot dz\right) = \rho_1 \cdot I^{F(\varphi)}. \quad (8.26)$$

Очевидно, что особенности поиска оптимальной локализационной кривой будут связаны с выбором критерия оптимизации.

Для критерия F_n соответственно имеем, что число n заранее не фиксировано. Каждый граф из $\{G\}$ может быть записан в виде схемы следования локализационных кривых:

$$(\delta_1, \dots, \delta_k, \dots) \text{ и } (\delta_1, \dots, \delta_k, \dots, \delta_{n-1}, \dots, \delta_n), \quad (8.27)$$

где $\delta_1 = 1$ соответствует движению по часовой, а $\delta_i = -1$ — против часовой стрелки. Осуществляя индуктивное построение процесса распространения $(y^S)'$ по определенным значениям ориентации $\delta_{S+1} = 1$ получаем множество точек лежащих на внешней границе локализационной кривой, принадлежащей множеству $(\hat{y}^S)'$, и удовлетворяющей исходным четырем условиям.

Рассмотрим поиск локализационной кривой для случая равномерно-расширяющегося контура проявления негативно-го процесса. На *рис. 8.2* показаны схемы контуров и границы множеств допустимости $(\hat{y}^S)'$ процессов распространения большинства негативных процессов, а также наименьшее число локализационных кривых для сопряженных зон.

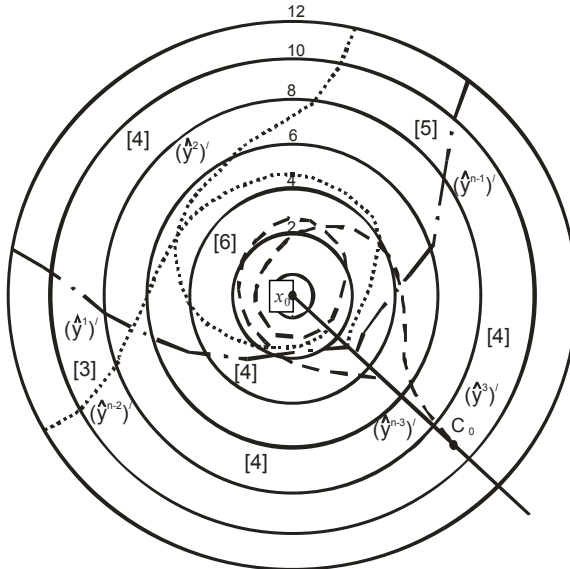


Рис. 8.2. Контурсы процесса распространения $x_t = 2, 4, 6$, и границы множеств допустимости $(\hat{y}^S)'$ и $(\hat{y}^{n-S})'$ для первой (1, 1), второй (-1, -1) и третьей (1, 1, ..., -1, -1) схем следования и наименьшее число локализационных кривых [9]

Так как $(\hat{y}^S)'$ должна включать в себя только те точки, которые могут быть достигнуты при использовании не менее S локализационных кривых (L_1, L_2, L_S) удовлетворяющих

расчетной схеме следования, то оптимальное решение будет определяться достижением условия $c_0 \in (\hat{y}^s)'$, где P — число локализационных кривых и:

$$P = \min(i(x) + j(x), i(c_0), j(c_0)); \quad (8.27)$$

$$i(c_0) = p_1; j(c_0) = p_2.$$

На *рис. 8.3* представлены локализационные кривые по принятым критериям оптимизации — F_n , F_τ и F_s . Следует отметить, что число локализационных кривых для всех критериев оптимизации может быть от 4 до 6. Однако это характерно только для типовых схем следования (1, 1, 1) и (-1, -1). Для схемы следования (1, 1, -1) число кривых не превышает 3, но для них существует общая обязательная площадь прохождения (на *рис. 8.3* заштрихована).

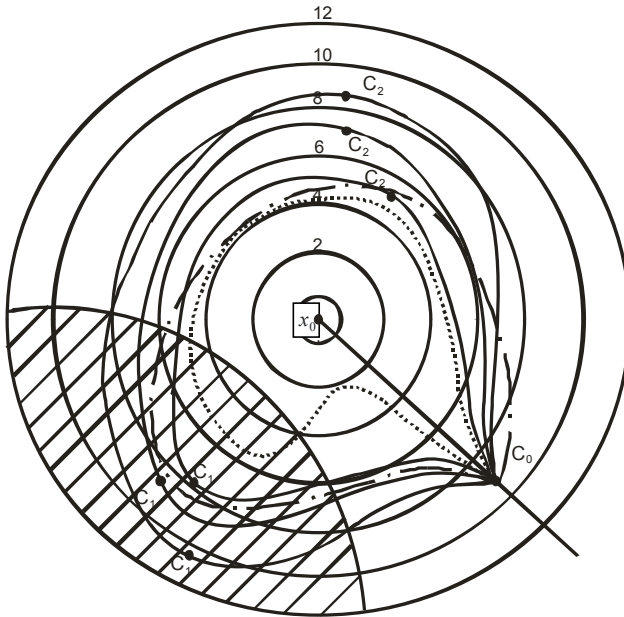


Рис. 8.3. Локализационные кривые по критериям оптимизации F_n (-), F_τ (-) и F_s (.....)

Для поиска локализационной кривой по критерию наименьшего времени локализации (F_τ и фиксировано, схема

следования $(\delta_1, \dots, \delta_k, \dots, \delta_n)$ и для всех процессов распространения введя дополнительные ограничения:

$$\left. \begin{aligned} T_s(x) \leq \tau & \quad \text{для} \quad \delta_s = 1; \\ \hat{T}_s(x) \leq \tau & \quad \text{для} \quad \delta_s = -1. \end{aligned} \right\} \quad (8.28)$$

целесообразно использовать метод последовательных приближений, положив $\tau' = \max \tau_i$. На рис. 8.3 показана локализационная кривая F_τ для случая $L_i \in \{L\}$ $\tau^2 - \tau^1 < 0,5$.

Что касается поиска локализационной кривой по критерию наименьшей площади локализуемого процесса (F_s), то здесь условия по n и схеме следования аналогичны как и для F_τ , но траектория поиска должна обладать свойством граничности, т. е.

$C_0 \notin \bigcup_{i=1}^{n-1} (y^i)$ при $C_{n-1} \in (\hat{y}^{n-1})$. На рис. 8.3 показана локализационная кривая по критерию F_s для схемы следования $(1, 1, 1)$.

Следует отметить, что не для всех процессов может быть принята схема распространения по нормали. Распространение некоторых процессов может быть описано только через элементарные источники, т. е. путем построения огибающей к элементарным множествам (рис. 8.4).

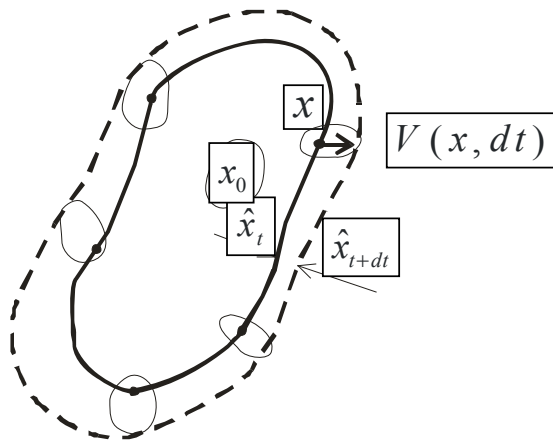


Рис. 8.4. Схемы развития контуров кривых распространения процессов по огибающим к элементарным множествам

Вместе с тем для некоторых процессов локализационная кривая может не удовлетворять условиям замкнутости

(рис. 8.5, а), начальная точка может не являться конечной точкой оптимальной локализации иной кривой (рис. 8.5, б) или появляется угловая точка, связанная с взаимопроникновением контуров (рис. 8.5, в).

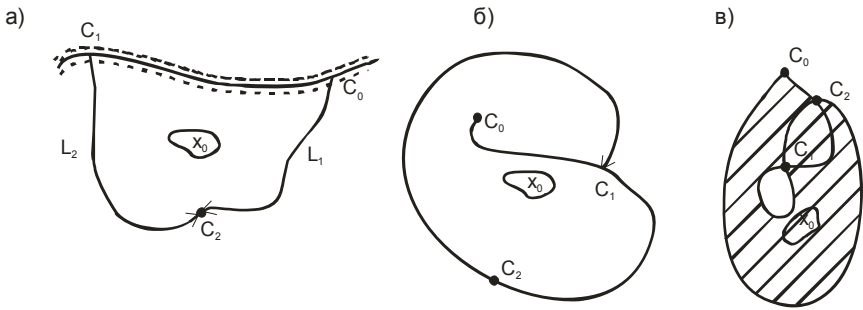


Рис. 8.5. Особые случаи поиска оптимальных локализационных кривых

Преодолеть эти проблемы можно используя метод перехода между точками, позволяющий для любых двух точек плоскости x, y определяя время перехода в виде:

$$T(x, y) = \min_{L \in \{L(x, y)\}} T_L(x, y), \quad (8.29)$$

где $\{L(x, y)\}$ — множество гладких кривых, соединяющих точки x, y .

Поставив в соответствие каждому x множество точек:

$$\nu(x, y) = \left\{ y \left(\rho(x, y) \leq \frac{1}{\tau(x, y)} \right) \right\}, \quad (8.30)$$

методами динамического программирования определяется траектория локализационной кривой для которой выполняется равенство:

$$T(L, x, y) = T(x, y). \quad (8.31)$$

Рассмотрим задачу локализационного управления процессом распространения загрязнения подземных вод локальным источником загрязнения (очистные сооружения в аварийном состоянии) В качестве критерия оптимизации при-

мом наименьшее время локализации (F_τ). Условия формирования локализационной кривой — контуры равномерно расширяющейся окружности без граничных условий с переходом процесса по нормали.

$$\text{Имеем: } \tau^1 = \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \omega^2}; \sin \varphi = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \omega^2}}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\omega};$$

$$\text{Для } \varphi > \varphi_1 \quad \rho(\varphi) = a \cdot \ell^{y \cdot \varphi}, \text{ где } y = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}}; a = \frac{\rho_1}{\ell^{y \cdot \varphi_1}}.$$

Критерий оптимизации определяет необходимость выполнения неравенства — $\rho(2\pi) \leq \rho_0$

Тогда для $V(x)=1$, $\omega=4$, $\rho_0=10$ соответственно имеем:

$$\tau^1 = \rho_1 = 2,4; \varphi_1 = 1,33; \alpha = 0,24; y = 0,258; a = 1,74,$$

$$\tau^2 = \rho(\varphi_2) = 7,7; \varphi_2 = 5,76; \rho_2 = 4,9; \tau' \approx 8,9.$$

Расчеты показывают, что для равномерно расширяющегося, со скоростью 1 м/сутки, источника загрязнения при скорости окружения 4 м/сутки локализовать его в зоне шириной до 10 м удастся только на 9 сутки.