## 7.5. Особенности оценки вероятности оптимального функционирования систем

Оптимальность функционирования достаточно полно определима параметрами экологической надёжности и экологической устойчивости систем. В общем случае вероятность оптимального функционирования геосистем ($\hat{p}$) может быть определена только точечной оценкой, так как каждая из *n* геосистем функционирует в специфических условиях и достигает критического уровня по строго нефиксированному влиянию подсистем и сочетанию компонент, т. е. $\hat{p} = 1 - d/n$, где *n* — число рецензированных геосистем, *d* — число геосистем, достигающих критического уровня за расчётный период.

Однако, такая оценочная функция является несмещённой, состоятельной и эффективной только при $n \to \infty$, т. е. большом количестве рецензированных объектов. При анализе вероятности оптимального функционирования конкретных геосистем ($n \to min$) необходимо использовать доверительные границы для *p* как корни $\overline{p}$ и $\underline{p}$ уравнений:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{d-1} C_n^i \cdot \overline{p}^{\,n-i} \cdot \left(1-\overline{p}\right)^i = \gamma_1; \\ \sum\limits_{i=0}^{d} C_n^i \cdot \underline{p}^{\,n-i} \cdot \left(1-\underline{p}\right)^i = 1-\gamma_2, \end{cases} \qquad (7.47)$$

где $\gamma_1 + \gamma_2 - 1 = \gamma$.

При этом $Вер\left\{\underline{p} < p < \overline{p}\right\} \geq \gamma$, где $\gamma$ — заданная доверительная вероятность.

Корни $\overline{p}$ и $\underline{p}$ являются квантилями стандартного $\beta$-распределения и

$$\overline{p} = f_1\left(n, d, \gamma_2\right); \quad \underline{p} = f_2\left(n, d, \gamma_2\right) \; . \qquad (7.48)$$

Так как взаимосвязь компонент может быть с прямым или косвенным поствоздействием, то интервальную оценку параметров эконадёжности и экоустойчивости нужно осуществлять либо по преобладающему типу взаимосвязи (прямые — косвенные), либо по максимальному риску.

При прямом поствзаимодействии компонент нижняя граница $\underline{p}$ доверительного интервала экологической надёжности системы $\left[ p = \prod_{i=1}^{N} p_i \right]$ определится как корень уравнения:

$$\widetilde{p}_N = \sup p_N = 1 - \gamma, \quad \prod_{i=1} p_i = p, \tag{7.49}$$

где γ — расчетная доверительная вероятность; $p_i$ — вероятность невыхода компоненты за критический уровень; $N$ — общее число рецензированных компонент.

$$\begin{cases} P_N = \sum_{k_1 = p}^{[x_1]} b(n_1, p_1, k_1) x \ldots x \sum_{k_N = 0}^{[x_N]} b(n_N, p_N, k_N); \\ b(n_i, p_i, k_i) = C_{n_i}^{k_i} \cdot p_i^{n_i - k_i} \cdot q_i^{k_i}; \\ q_i = 1 - p_i; \\ [x_i] = \left[ n_i \left( 1 - \hat{p} / \prod_{j=1}^{i-1} \left( 1 - \frac{k_i}{n_j} \right) \right) \right]; \\ [x_2] = \left[ n_2 \cdot \hat{q} \right]; \\ \hat{p} = \prod_{i=1}^{N} \left( 1 - \frac{d_i}{n_i} \right) = 1 - \hat{q}; \end{cases} \tag{7.50}$$

Так как:

$$1 - \gamma = \Im_p (n - x,\ x + 1) = \frac{B_p (n - x,\ x + 1)}{B_1 (n - x,\ x + 1)} \tag{7.51}$$

где $\Im_p(n - x, x + 1)$ — нормированная неполная β-функция, $B_p(n - x, x + 1)$ — β-функция Эйлера, то при стандартном требуемом значении односторонней утвердительной вероятности *$\gamma$= 0,9* приближённое значение нижней границы для $\underline{p}$ при *N = 12* будет равно $0{,}6926 \leq \underline{p} \leq 0{,}7319$.

При косвенном взаимодействии компонент нижняя граница $\underline{p}$ доверительного интервала экологической надёжности геосистемы $\underline{p} = 1 - \prod_{i=1}^{m}(1 - n_i)$ определится из соотношения:

$$\underline{p} = 1 - (1 - f_2(n,\ d, \gamma))^{m}, \tag{7.52}$$

где $d = \sum_{i=1}^{m} d_i$; $f_2(n, d, \gamma)$ — корень уравнения $1 - \gamma = \sum_{k=0}^{d} C_n^k \cdot p_o^{n-k} = B_i(n, d, p_o)$, разрешаемого относительно $p_0$ с табулированной функцией.

Тогда, соответственно, при стандартном требуемом значении доверительной вероятности γ=0,9 нижняя доверительная граница $\underline{p}$ вероятности оптимального функционирования геосистемы будет равна $\underline{p}$ = 0,986.

Следует отметить, что независимо ни от условий функционирования структуры, уровня и ранга геосистемы математическая модель, учитывающая запас по уровню экологической надёжности каждой из компонент, представима в виде:

$$p = p_0\left(1 - \sum_{i=1}^{N} q_i \cdot \eta_i + \sum_{i>j} q_{ij} \cdot \eta_{ij} + \ldots + (-1)^{N-1} \cdot q_{1,2,\ldots,N}\right), \tag{7.53}$$

где $p_0$ — вероятность оптимального функционирования геосистемы при условии отсутствия снижения экологической надёжности компонент до критического уровня; $q_i$ — вероятность достижения критического уровня экологической надёжности любой из *i*-ой компоненты; $\eta_i$ — весовой коэффициент для *i*-ой компоненты, определяющий его функциональную значимость (избыточность); $\eta_{ij}$, $q_{ij}$, …, $\eta_{1,2,\ldots,N}$, $q_{1,2,\ldots,N}$ — весовые коэффициенты компонент и вероятности возникновения парных, тройных и т. д. наложенных процессов снижения экологической надёжности компонент; $\eta_i = 1 - p_i / p_0$; $p_i$ — вероятность оптимального функционирования геосистемы при достижении критического уровня экологической надёжности *i*-ой компонентой.

Тогда при независимости процессов достижения компонентами критических уровней экологической надёжности, при $p_0 \approx 1$ имеем:

$$p = \prod_{i=1}^{N} \left(1 - q_i \cdot \eta_i\right), \tag{7.54}$$

где $q_i = d_i / n_i$.

## 7.6. Особенности оптимизации экологической надежности систем

Анализ материалов обследования технического состояния и функционирования систем позволяет отметить, что основными причинами их неудовлетворительного функционирования, соответственно и низкой экологической надежности являются: проектные ошибки (18,9 %), низкое качество строительства (21,2 %), неудовлетворительная эксплуатация (38,6 %) и совокупность всех причин (21,3 %). При этом 26 % из них уже проявляются в период адаптации, 29 % — в период оптимального функционирования и 45 % — в период массового проявления отказов и формирования критического уровня экологической надежности.

Как показано в работах [9, 53], одним из критериев (свойств-признаков) функции экологической надежности является величина удельных капитальных вложений.

Так как экологическая надежность может формироваться начальным резервированием, либо ее поэтапным (при реконструкции) повышением через реализацию соответствующих природоохранно-восстановительных мероприятий, то с точки зрения системного анализа наиболее перспективным является решение данной задачи методом динамического программирования.

Исследования, проведенные с использованием функциональных уравнений Беллмана позволили выявить расчетные сроки реконструкции водохозяйственных систем, обеспечивающих получение максимального эффекта (в годах): первая реконструкция — 18 год; вторая — 33 год; третья — 48 год; четвертая — 67 год; пятая — 83 год.