Отсюда период реализации природоохранно-восстановительных мероприятий будут оптимальным при достижении критического уровня одной компонентой системы, когда 6, двух компонент, если — $\frac{1}{m\cdot(m-1)}<\frac{\lambda}{\ell}\leq\frac{3\cdot m-1}{m\cdot(m-1)\cdot(m-2)}$ и т. д.

Заметим, что $\frac{\lambda}{\ell}=\frac{E(\theta)}{E(\tau)}$, где $E(\theta)$ — математическое ожидание времени τ оптимального функционирования систем с компонентой, не достигшей критического уровня, а $E(\tau)$ — математическое ожидание времени θ необходимого для восстановления эконадежной системы.

Исходя из среднестатистических значений для водохозяйственных систем, имеем: $E(\tau)$=15 лет, $E(\theta)$=3 года и m = 12. Тогда m = 1 расчетное соотношение 1/132, для m = 2 – 1/40, m = 3 – 1/25, m = 4 – 1/8, m = 5– /4 и m = 6 – 1/2.

Так как $\lambda/\ell=1/5$, то оптимизационный период для повышения эконадежности системы будет при достижении критического состояния любыми четырьмя компонентами, так как $\underset{m=4}{\frac{1}{B}}<\frac{\lambda}{\ell}=\underset{m=5}{\frac{1}{5}}<\frac{1}{4}$.

На практике чаще всего осуществляют покомпонентное восстановление эконадежности системы, что определяет необходимость исследований особенностей перехода систем не только в соседние (слабоизмененные) состояния $(a_i \rightarrow a_{i+1})$, но и в сильноизмененные (деградированные) состояния $(a_i \rightarrow a_{i-k})$.

7.4. Особенности оценки изменения уровня экологической надежности объектов и систем

Так как состояние среды по основным группам параметров может характеризоваться как «как быстро меняющаяся среда» и «прогнозируемо-изменяющаяся среда», то оценка изменения уровня экологической надежности может быть проведена с использованием кривых роста надежности.

Наиболее простой является экспоненциальная модель роста экологической надёжности вида:

$$P_n = 1 - A' \cdot \exp\left(-B' \cdot \left(n-1\right)\right), \tag{7.39}$$

где P_n — вероятность оптимального функционирования геосистем после реализации мероприятий, устраняющих критическое состояние определяющей компоненты; A' и B' — расчетные параметры.

В общем случае эта модель представима в виде

$$P_N = P_\infty - \eta' / N, \tag{7.40}$$

где P_N — вероятность оптимального функционирования геосистемы на N этапе восстановления экологической надёжности; P_∞ — расчётный уровень экологической надёжности, достижимый при $N \to \infty$; η' — расчётный параметр.

Для определения P_∞ и η' можно воспользоваться методом максимального правдоподобия или методом наименьших квадратов, т. е. расчётные оценки имеют вид:

а) для максимального правдоподобия:

$$\left.\begin{aligned}
\hat{\eta} &= \frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{N}\cdot\sum\limits_{i=1}^{N} n_i}\cdot\left[\sum\limits_{i=1}^{N}\left(n_i - d_i\right)\cdot N - \dfrac{N+1}{2}\cdot\sum\limits_{i=1}^{N}\left(n_i - d_i\right)\right]}{\dfrac{\left(N+1\right)}{2}\cdot C_1 - N}; \\
\hat{P}\infty &= \frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{N}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n} n_i}\cdot\left[\dfrac{C_1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}\left(n_i - d_i\right)\cdot N - \sum\limits_{i=1}^{N}\left(n_i - d_i\right)\right]}{\dfrac{\left(N+1\right)}{2}\cdot C_1 - N}
\end{aligned}\right\} \tag{7.41}$$

где $C_1 \approx \ell og\left(N+0{,}5\right) + 0{,}577 = \sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{i}$;

б) для наименьших квадратов:

$$\left.\begin{aligned}\hat{\eta} &= \frac{C_1 \cdot \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{n_i - d_i}{n_i} - N \cdot \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{n_i - d_i}{N \cdot n_i}}{N \cdot C_2 - C_1^2};\\ \hat{P}_\infty &= \frac{C_2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{n_i - d_i}{n_i} - C_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{n_i - d_i}{N \cdot n_i}}{N \cdot C_2 - C_1^2};\end{aligned}\right\} \quad (7.42)$$

где $C_2 \approx \frac{\pi}{6} - \frac{1}{N+0,5} = \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{1}{i^2}$; N — число этапов восстановления экологической надежности; d_i — количество расчетных компонент.

При поэтапном восстановлении экологической надёжности модель роста будет иметь вид:

$$\hat{P}_n = 1 - \hat{q}_N - \hat{q}_0 \; ; \quad (7.43)$$

Где:

$$\hat{q}_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} d_{C_i}}{\sum\limits_{i=1}^{N} \left(d_{C_i} + d_{y_i} + n_i \right)};$$

$$\hat{q}_N = \left(1 - \hat{q}_0 \right) \cdot \max_{S \geq i} \min_{r \leq i} \frac{d_{yr} + \ldots + d_{ys}}{d_{yr} + n_2 + \ldots + d_{ys} + n_s};$$ d_{C_i} — количество компонент с характерным снижением экологической надёжности по неопределённой причине; d_{y_i} — количество компонент с восстановленным уровнем экологической надёжности; n_i — количество экосистем уровень экологической надёжности которых не достиг критического.

Учитывая, что каждая из данных моделей роста экологической надёжности имеет свои ограничения для систем с априорным распределением вероятностей неизвестных параметров, практический интерес представляют методы расчёта экологической надёжности, учитывающие лишь её основные закономерности. Это — метод экспоненциального сглаживания, метод учёта возрастающего характера и метод максимального правдоподобия.

Для метода экспоненциального сглаживания текущая переменная вероятность оптимального функционирования геосистемы может быть описана следующим рекуррентным соотношением:

$$\hat{p}_i = \hat{p}_{i-1} + \nu \cdot \left(y_i - \hat{p}_{i-1} \right); \qquad (7.44)$$

где ν — постоянная сглаживания; y_i — текущее значение величины.

При возможности учёта не только текущего значения y_i сглаженной величины, но и ряда предыдущих, соотношение примет вид:

$$\hat{p}_i = \nu \cdot \sum_{k=0}^{i-1} (1-\nu)^k \cdot y_{i-k} \cdot (1-\nu)^i \cdot y_0; \qquad (7.45)$$

$$0 \le \nu = 2/(N+1) \le 1.$$

При $\nu = 0$ значение p стабильно и нет необходимости использовать новую информацию о процессе изменения экологической надёжности, а $\nu = 1$ означает, что прошлая информация о процессе недостоверна и за оценку $\hat{p}_i$ следует принять текущее наблюдение (состояние) y_i.

Для метода учёта возрастающего характера расчётное соотношение схоже с моделью роста надёжности $p_i = 1 - q_0 - q_i$, т. е.

$$\hat{p}_i = 1 - \hat{q}_0 - \hat{q}_i, \qquad (7.46)$$

где $\hat{q}_0 = \sum_{i=1}^{N} d_{C_i} / \sum_{i=1}^{N} n_i$; $\hat{q}_i = \left(1 - \hat{q}_0\right) \cdot d_{y_i} / \left(d_{y_i} + t_i\right)$; t_i — число компонент с экологической надёжностью не достигших критического уровня.