$$-M_m - M_{стр} = I_{пр}\frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{пр}}{d\varphi}\cdot\frac{\omega^2}{2} \qquad (4)$$

При решении уравнения требуется определить время торможения t_m.

Для решения системы уравнений (1), а также уравнений (2), (4) применялся численный метод Адамса. Для этого были разработаны программы, реализованные на языке программирования Delphi 6.0. При следующих исходных данных: параметры электродвигателя ТО-3/60; $I_{пр1}$=9,97·10^{-2} кг·м^2; $M_{фр}$=71,3 Н·м; получены значения t_m=0,22 с; ω_p=17,6 рад/с; δ=0,09; $t_т$=0,12 с.

Разработанная методика численного решения дифференциальных уравнений позволяет как рассчитывать кинематические параметры электропривода, так и подбирать параметры электропривода для получения движения с требуемыми характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Митропольский Б.И., Любовицкий В.П., Фомченко Б.Р. Проектирование ткацких станков. Л.: Машиностроение. 1972. 208 с.
2. Ефремов С.М. Автоматические ткацкие станки. М.: Легкая индустрия, 1975. 304 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЛЯПУНОВА ПРИ АНАЛИЗЕ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Савицкий Ю.В., БрФ ЧУО «ИСЗ им. А.М. Широкова»

Хаотическое поведение динамической системы характеризуется непредсказуемостью эволюции системы на большой промежуток времени и наблюдается во множестве реальных объектов (финансовые рынки, физические, химические процессы, метеорология и др.). Хаотическое поведение характеризуется странными аттракторами, которые имеют фрактальную размерность и обладают свойством масштабной инвариантности [1]. Обработка хаотических процессов включает ряд этапов. На начальном этапе выполняется анализ временного ряда. В результате *определяются размерность пространства вложения* и *временная задержка* сигнала [2, 3]. Определение параметров вложения обеспечивает максимальную предсказуемость временного ряда, позволяет осуществить идентификацию хаотического процесса путем вычисления старшего показателя Ляпунова, а также выполнить прогнозирование и фазовую реконструкцию хаотического процесса. Основной проблемой здесь является обработка хаотических процессов по наблюдаемой реализации. В этом случае при малом объеме исходных данных проблематично использовать стандартные аналитические подходы как для реконструкции аттрактора, так и для вычисления спектра Ляпунова. Поэтому альтернативным решением здесь является разработка нейросетевого подхода для обработки хаотических процессов, что, как будет показано ниже, позволяет значительно снизить трудоемкость вычислений.

Критерием хаотичности системы является наличие *положительного наибольшего показателя Ляпунова* [4]. Поэтому определение такого показателя позволяет идентифицировать динамическую систему с точки зрения присутствия в ней хаотического поведения. Показатель Ляпунова характеризует степень экспоненциального разбегания траекторий. Пусть $d(0)$ является начальным расстоянием между двумя точками, $d(n)$ — расстояние между этими точками через n шагов. Тогда наибольший показатель Ляпунова определяется следующим соотношением:

$$\lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \frac{d(n)}{d(0)} \qquad (1)$$

Для вычисления старшего показателя Ляпунова применяется следующий метод [5]. Пусть известна одна координата хаотического процесса $X(t)$, $t=\overline{1,p}$. Тогда вначале необходимо определить размерность пространства вложения m и временную задержку τ. В результате получим следующий набор точек:

$X(t)=(x(t), x(t+\tau),\ldots, x(t+(m-1)\tau))$, $t=\overline{1,p}$.

Выбираем исходную точку $X(0)$ в области притяжения аттрактора и находим ближайшую к ней точку $X'(0)$ таким образом, чтобы расстояние между ними было достаточно малым:

$$d(0)=|X(0)-X'(0)|\approx 10^{-8} \qquad (2)$$

Затем отслеживаем эволюцию этих двух точек на фазовой траектории до тех пор, пока $d(n)<1$.

Строим график зависимости $\ln d(n)$ от n и прямую регрессии, наклон которой соответствует наибольшему показателю Ляпунова. Такой алгоритм базируется на эргодической теореме В.И. Оселедеца [6] которая утверждает, что *экспоненциальное расхождение двух случайно выбранных точек на аттракторе с единичной вероятностью характеризует старший показатель Ляпунова*. Приведенный выше метод характеризуется большой вычислительной сложностью и невозможностью применения для малого объема исходных данных. Это связано с тем, что трудно найти две точки ряда, отстоящие друг от друга на расстояния меньше чем 10^{-8}. Особенно это проблематично для реальных данных. Одним из путей для преодоления этого недостатка является применение нейронных сетей для вычисления старшего показателя Ляпунова. Ключевой идеей метода является вычисление при помощи прогнозирующей нейронной сети расхождения двух близлежащих траекторий на n шагов вперед. Нейронная сеть должна содержать $k=m-1$ входных нейронов, где m — размерность пространства вложения, p скрытых и одного выходного нейронного элемента. На первом этапе построения модели необходимо обучить нейронную сеть прогнозированию процесса в соответствии с методом скользящего окна: $x(t+i\tau)=F(x(t+(i-1)\tau), x(t+(i-2)\tau),\ldots, x(t+(i-k)\tau))$, $t=\overline{1,n}$.

После обучения сети можно осуществить эволюцию двух точек на фазовой траектории, используя итерационный подход. Таким образом, ключевой идеей предлагаемого метода является вычисление при помощи прогнозирующей нейронной сети расхождения двух близлежащих траекторий на n шагов вперед. Эта процедура может быть представлена следующим алгоритмом:

1. Обучаем нейронную сеть на прогнозирование по методу скользящего окна.
2. Выбираем любую точку $x(t)$ из обучающей выборки и формируем следующий набор данных: $\{x(t), x(t-\tau),\ldots, x(t-(k-1)\tau)\}$, где k — размер окна.
3. Вычисляем $\{x(t+\tau), x(t+2\tau),\ldots, x(t+n\tau)\}$ используя многошаговый прогноз.
4. $x(t+i\tau)=F(x(t+(i-1)\tau), x(t+(i-2)\tau), \ldots, x(t+(i-k)\tau))$, где $t=\overline{1,n}$, F — *нелинейная функция*.
5. Вычисляем $x'(t)=x(t)+d_0$, где $d_0\approx 10_{-8}$ и подавая на сеть $\{x'(t), x(t-\tau),\ldots, x(t-(k-1)\tau)\}$ повторяем шаг 3 для получения $x'(t+i\tau)$, $t=\overline{1,n}$.

6. Оцениваем $\ln d_i = \ln|x'(t+i\tau) - x(t+i\tau)|$, $i = \overline{1,n}$ и выбираем только точки, где $\ln d < 0$.

7. Строим график $\ln(d_n)$ от n.

8. Строим прямую регрессии для выбранных точек и вычисляем ее наклон, который определяет наибольший показатель Ляпунова.

Данный алгоритм для вычисления наибольшего показателя Ляпунова λ был апробирован на модели многослойного персептрона. Для эксперимента использовалась нейронная сеть с 7 входными элементами, 5 скрытыми и 1 выходным линейным нейроном для прогнозирования временных рядов Лоренца и Энона. Нейроны скрытого слоя имеют сигмоидную функцию активации. Для обучения сети использовался алгоритм обратного распространения ошибки и его модификации, использующие адаптивный шаг обучения. Обучающая выборка состояла из 70 элементов для процесса Энона и 100 элементов для процесса Лоренца. Оцененное в результате проведенных экспериментов значение $\hat{\lambda} = 0.43$ близко к ожидаемому значению 0.419 для данных Энона. Полученный наибольший показатель Ляпунова для хаотического процесса Лоренца равен $\hat{\lambda} = 0.98$ при ожидаемом значении 0.906. Таким образом, нейронная сеть осуществляет достаточно точную оценку показателя Ляпунова.

В работе рассмотрен метод определения показателей Ляпунова, являющихся чрезвычайно важными параметрами идентификации хаотического поведения различного рода динамических процессов. Разработан нейросетевой метод для вычисления наибольшего показателя Ляпунова, который позволяет вычислять искомый показатель при малом объеме исходной временной последовательности, и обладает меньшей вычислительной сложностью по сравнению с традиционными методами. Важной практической направленностью методов является возможность анализа хаотических процессов, представленных небольшими объемами их реализаций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. H. Schuster. Deterministic chaos. An introduction. Physic-Verlag, Weinhheim, 1984. P. 240.
2. A. Fraser, H. Swinney. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. Phys. Rev. A 33, 1134 (1986).
3. M. Kennel, R. Brown, H. Abarbanel. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. Phys. Rev. A 45, 3403 (1992).
4. H. Kantz. A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series. Phys. Lett. A 185, 77 (1994).
5. G. Benettin, L. Galgani, J. — M. Strelcyn, Kolmogorov entropy and numerical experiments, Physical Review A 14, 1976, pp. 2338—2345.
6. Оселедец В.И. Мультипликативная эргодическая теорема. Характеристические показатели Ляпунова динамических систем // Тр. Моск. Мат. Общества, 1968. — Т. 19. С. 179—220.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СИНТЕЗА КЛАССИЧЕСКОЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Ранько Т.Н., Черняк А.А., Доманова Ю.А., ЧУО «МИТСО»

Преподавание математики в настоящее время переживает этап революционных перемен, связанных с появлением мощных компьютерных пакетов: Mathcad, Mathematica, Mathlab и т. д. Естественно, что эти пакеты должны применяться в процессе обучения, эта идея не нова и даже стала рутинной. Основ-