

УДК 519.1

И.В. ТУЗИК, Т.Г. ХОМИЦКАЯ, В.А. КОФАНОВ
Брест, БрГТУ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА DERIVE ПРИ РАБОТЕ С МНОЖЕСТВАМИ

Для задач дискретной математики понятие множества является базовым. При изучении основных понятий и действий, связанных с множествами, таких, как отношения принадлежности и включения, операции над множествами, представление результатов этих операций кругами Эйлера и т.д., удобно использовать математический пакет Derive.

На протяжении более десяти лет этот математический пакет успешно используется авторами при проведении лабораторных занятий в рамках учебных курсов, связанных с дискретной математикой. В справочных и учебных пособиях по математическому пакету Derive, известных авторам, действиям над множествами практически не уделяется внимания. В настоящей статье рассматриваются основные возможности Derive при работе с множествами, а также приводятся примеры соответствующих задач, которые можно решать с использованием этого математического пакета.

Работа с множествами в Derive является интуитивно понятной. Конечные множества задаются естественным образом, например, $\{1, 2, 3, 4\}$ или $\{0, 1, \dots, 10\}$. Пустое множество задается как $\{\}$. Для выполнения операций над множествами на панели инструментов имеются соответствующие символы: \cup , \cap , \setminus . Имеющийся знак дополнения ($'$) применим только для выполнения символьных операций. В тех случаях, когда требуется знать, из каких элементов состоит дополнение множества, необходимо предварительно задать универсум, а дополнение представить в виде разности универсума и соответствующего множества. Для проверки включения одного множества в другое на панели инструментов также имеется соответствующий символ \subseteq . Принадлежность элемента *element* множеству *set* проверяется с помощью встроенной функции $\text{MEMBER?}(element, set)$. Чтобы найти булеан множества *set*, используется встроенная функция $\text{POWER_SET}(set)$. Эта же функция с двумя аргументами $\text{POWER_SET}(set, n)$ позволяет находить все подмножества множества *set* мощности *n*. Мощность множества *set* находится с помощью функции $\text{DIM}(set)$.

Derive имеет довольно мощный аппарат символьных преобразований и упрощения сложных выражений, содержащих операции над множествами.

Правда, нужно иметь в виду, что в Derive не заложены некоторые правила для преобразования выражений. Но и это можно использовать как по-

ложительный момент, показывающий, что компьютер не всемогущ, и в некоторых случаях, чтобы полностью упростить выражение, требуются навыки и умения человека. Например, ниже показаны результаты упрощения выражения #1 с помощью команд Simplify (#2) и Expand (#3):

$$\#1: (x \wedge ((y \wedge z) \vee t) \wedge (y \vee z)) \vee (x \wedge ((y' \wedge z') \vee t) \wedge (y' \vee z))$$

$$\#2: (x \wedge ((y \wedge z) \vee t) \wedge (y \vee z)) \vee (x \wedge ((y' \wedge z') \vee t) \wedge (y' \vee z))$$

$$\#3: (t \wedge x' \wedge y) \vee (t \wedge x' \wedge z) \vee (t \wedge x \wedge y') \vee (t \wedge x \wedge z) \vee (x' \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z')$$

Как видим, такое выражение не получается с помощью Derive привести к более простому виду. Тем не менее, выполнив вручную некоторые преобразования, данное выражение можно упростить:

$$z \wedge t \vee (x' \wedge y \vee x \wedge y') \wedge z'$$

Derive можно использовать и для того, чтобы найти все подмножества из некоторого универсума, удовлетворяющие определенным условиям.

Для решения такой задачи в соответствующей лабораторной работе студентами используется встроенная функция $SELECT(P(m), m, U)$. Здесь $P(m)$ – условие отбора, представляющее собой простой или составной предикат, зависящий от переменной m , m – обозначение множества, которое должно удовлетворять условию отбора, U – булеан или его подмножество, из которого отбираются множества, удовлетворяющие $P(m)$ (т.е. $m \in U$).

Булеан (или множество-степень) можно получить в Derive с помощью встроенной функции $POWER_SET(set)$. Используя эту функцию, можно найти все подмножества множества set мощности n : $POWER_SET(set, n)$.

Пример использования функции $SELECT(P(m), m, U)$ (предварительно должны быть заданы множества u, b, c и d):

$$SELECT(m \subseteq c \wedge MEMBER?(6, m) \wedge (d \setminus b) \cap c \subseteq m \wedge \{2, 3, 4\} \cap m = \{\}, m, POWER_SET(u, 3)).$$

Для графического представления диаграммой Эйлера некоторого множества, заданного выражением, в Derive используется следующий подход.

Сначала задаются окружности, соответствующие кругам Эйлера. Затем каждое множество определяется как область, ограниченная такой окружностью. После этого задается само выражение, в котором используются обозначения заданных множеств, а операции над множествами заменяются соответствующими логическими функциями. Далее в Derive выполняется построение окружностей и области, заданной выражением (при этом область автоматически закрашивается, как на диаграмме Эйлера).

Мы рассмотрели только некоторые моменты работы с множествами в Derive. Использование этого математического пакета не вызывает трудностей и позволяет даже студентам специальностей, не связанных с программированием, глубже понять и изучить работу с множествами.