In a cylindrical system of coordinates $r \geq 0, -\infty \leq z \leq +\infty$, mathematical statement of the given problem concerning surplus temperature $\theta_i(r, z, \tau), \tau \geq 0$, is formulated as a system of two non-stationary heat conductivity equations with homogeneous initial conditions, conditions on infinity, conditions of symmetry and also with the mixed boundary conditions (the first and the fourth kinds) in a contact plane $z = 0$.

In the appropriate ranges of variable ($0 < z < h_1$ for the first plate and $-h_2 < z < 0$ for the second plate) a solution of the problem in the image-region of Laplace integral transform with parameter may be represented in the form:

$$\overline{\theta}_i(r, z, s) = \overline{T_i}(r, z, s) - \frac{T_0}{s} = \int_0^\infty \overline{C}_i(p, s) \frac{sh\left[(h_i - |z|)\sqrt{p^2 + \frac{s}{a_i}}\right]}{sh\left[h_i\sqrt{p^2 + \frac{s}{a_i}}\right]} J_0(pr) p dp.$$

The method of analytical definition of functions $\overline{C_i}(p, s)$ is based on solving of a system of the dual integral equations appropriate to mixed boundary conditions.

Acknowledgement. The work is partially supported by NSF.

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА РАЗНОСТНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Н. В. Маньяков, Л. П. Махнист, В. С. Рубанов (Брест, Беларусь)

При численном решении разностных и дифференциальных уравнений в нейросетевом базисе основной проблемой является подбор архитектуры сети. Эта задача решается в виде двухслойной нелинейной сети прямого распространения, являющейся универсальным аппроксиматором [1]. При этом главная трудность заключается в выборе эффективной методики обучения. В данном докладе предлагается использовать матричный метод наискорейшего спуска с выбором квазиоптимального шага.

При таком обучении можно использовать следующие методы: послойное обучение, двухпараметрическое обучение и обобщенный метод наискорейшего спуска. Справедлива следующая теорема:

Теорема. *Квазиоптимальный шаг для обучения каждого слоя двухслойной нейронной сети определяется в соответствии с формулами:*

1. *Для послойного обучения:* $\alpha_m^{(1)} = \frac{D_1}{A}$, $\alpha_m^{(2)} = \frac{D_2}{C}$;
2. *Для двухпараметрического обучения:* $\alpha_m^{(1)} = \frac{D_1C-D_2B}{AC-B^2}$, $\alpha_m^{(2)} = \frac{D_2A-D_1B}{AC-B^2}$;
3. *Для обобщенного метода наискорейшего спуска:* $\alpha_m^{(1)} = \alpha_m^{(2)} = \frac{D_1+D_2}{A+2B+C}$.

При этом использовались следующие обозначения:

$$A = \sum_{j_0,l_0=1}^{m_0+1} \sum_{j_1,l_1=1}^{m_1} G_{l_0,l_1}^{(1)} \cdot (S^{(1)})_{l_0l_1}^{j_0j_1} \cdot G_{j_0,j_1}^{(1)}, C = \sum_{j_1,l_1=1}^{m_1+1} \sum_{j_2,l_2=1}^{m_2} G_{l_1,l_2}^{(2)} \cdot (S^{(2)})_{l_1l_2}^{j_1j_2} \cdot G_{j_1,j_2}^{(2)},$$

$$B = \sum_{j_0=1}^{m_0+1} \sum_{j_1=1}^{m_1} \sum_{l_1=1}^{m_1+1} \sum_{l_2=1}^{m_2} G_{l_1,l_2}^{(2)} \cdot (S^{(1,2)})_{l_1l_2}^{j_0j_1} \cdot G_{j_0,j_1}^{(1)},$$

$$D_1 = \sum_{j_0=1}^{m_0+1} \sum_{l_1=1}^{m_1} (G_{j_0,j_1}^{(1)})^2, D_2 = \sum_{j_1=1}^{m_1+1} \sum_{l_2=1}^{m_2} (G_{j_1,j_2}^{(2)})^2,$$

где $G^{(1)}_{j_0,j_1}, G^{(2)}_{j_1,j_2}$ — частные производные первого порядка функции ошибки сети по синаптическим связям первого и второго слоя соответственно; $(S^{(1)})^{j_0j_1}_{l_0l_1}, (S^{(2)})^{j_1j_2}_{l_1l_2}$ — частные производные второго порядка ошибки сети по весам и порогам слоев; $(S^{(1,2)})^{j_0j_1}_{l_1l_2}$ — смешанная производная ошибки по синаптическим связям первого и второго слоя [2]. Для их вычисления использовалась матричная алгоритмизация, значительно упрощающая программную реализацию.

Литература

1. *Cybenko G.* Approximation by superposition of sigmoidal function. *Mathematics of Control, Sygnals and Systems* vol. 1 (1989), 303–314

2. *Маньяков Н.В., Махнист Л.П.* Матричная алгоритмизация обучения многослойных нейронных сетей с использованием градиентных методов. *Вестник Брестского государственного технического университета* №5 (2002), 60–64

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ КАПУТО В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

С. А. Марзан (Минск, Беларусь)

Вопросы существования и единственности решений краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка с дробной производной Римана-Лиувилля в различных классах функций изучались многими авторами ([1]-[5]). Настоящая работа посвящена проблеме существования и единственности решения в пространстве непрерывных функций задачи типа Коши

$$({}^cD^{\alpha}_{a+})(x) = f[x, y(x)], \; y(a) = b_0, \; b_0 \in C \tag{1}$$

с дробной производной Капуто комплексного порядка $\alpha \in C, 0 < Re(\alpha) < 1$ на конечном отрезке $[a, b]$ действительной оси:

$$({}^cD^{\alpha}_{a+})(x) = (D^{\alpha}_{a+}[y(x) - y(a)])(x) \tag{2}$$

где $(D^{\alpha}_{a+}y)(x)$ — дробная производная Римана-Лиувилля [1, §2.2, 2.4].

Следуя методике работы [4], мы сначала с помощью свойств дробных интегралов и производных в пространстве $C[a, b]$ даём условия равносильности задачи (1) и интегрального уравнения

$$y(x) = b_0 + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f[t, y(t)]}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \tag{3}$$

в том смысле, что если функция $y(x) \in C[a, b]$ удовлетворяет соотношениям (1), то она является решением уравнения (3) и обратно. Затем с помощью метода последовательных приближений мы доказываем условия существования и единственности решения $y(x) \in C[a, b]$ задачи типа Коши (1).

Литература

1. *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск (1987).

2. *Kilbas A. A., Trujillo J. J.* Differential equations of fractional order: methods, results and problems - I. Applicable Analysis. 2001. Vol. 78, № 1-2. P. 153–192.

3. *Pitcher E., Sewel W. E.//Bull. Amer. Math. Soc.* Existence theorems fir solutions of differential equations of non-negative order. (1938), Vol. 44, № 2.

4. *Килбас А. А., Бонилла Б., Трухилло Х.* Дробные интегралы и производные и дифференциальные уравнения дробного порядка в весовых пространствах непрерывных функций. Доклады НАН Беларуси. Т. 44, № 6 (2000) 18–22.