Задачу (1) можно переформулировать вначале как задачу максимина, а затем – как эквивалентную ей задачу минимакса. Последняя задача дает точное оптимальное значение целевой функции для (1). Информация, полученная при решении задачи минимакса, может быть использована при решении задачи максимина.

## ПРОГРАММНЫЕ И ПОЗИЦИОННЫЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ТЕРМИНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.

*Т.Г. Хомицкая (г.Минск, Беларусь)*

В классе кусочно-непрерывных скалярных управлений $u(t)$, $t \in T = [t_*, t^*]$, $t_* < t^* < +\infty$, рассматривается линейно-квадратичная задача оптимального управления (ОУ):

(1) $$\alpha^0 = \varphi(x^0(t^*)) = \min \varphi(x(t^*)), \ \dot{x} = A(t)x + b(t)u, \ x(t_*) = x_0, \ |u(t)| \le L, \ t \in T,$$
$$(\varphi(x) = c'x + x'Dx/2, \ c, x \in R^n, \ L \in R, \ D \in R^{n \times n}, \ D > 0).$$

Здесь $A(t)$, $b(t)$, $t \in T$, – кусочно-непрерывные $n \times n$-матричная и $n$-векторная функции.

Понятия допустимого и оптимального управлений определяются стандартно.

Пусть $X^\alpha = \{x \in R^n : \varphi(x) \le \alpha\}$. Задача (1) эквивалентна следующей:

(2) $$\alpha^0 = \min \alpha, \ \dot{x} = A(t)x + b(t)u, \ x(t_*) = x_0, \ x(t^*) \in X^\alpha, \ |u(t)| \le L, \ t \in T.$$

Пусть $h_i$, $i \in I$, $(I = \{1, 2, ..., m\}$, $m \ge n)$ – семейство единичных $n$-векторов, каждые $n$ из которых линейно-независимы. Вычислим $g_i^*(\alpha) = \max_{x \in X^\alpha} h_i'x$; $g_{*i}(\alpha) = \min_{x \in X^\alpha} h_i'x$, $i \in I$. Введем кусочно-линейную аппроксимацию задачи (2):

(3) $$\alpha_m^0 = \min \alpha, \ \dot{x} = A(t)x + b(t)u, \ x(t_*) = x_0,$$
$$g_{*i}(\alpha) \le h_i'x(t^*) \le g_i^*(\alpha), \ i \in I; \ |u(t)| \le L, \ t \in T.$$

Задача (3) является нелинейной задачей ОУ. Для ее решения введем вспомогательную задачу:

(4) $$\beta(\alpha) = \min \beta, \ \dot{x} = A(t)x + b(t)u, \ x(t_*) = x_\beta = x_0 + \beta l,$$
$$g_{*i}(\alpha) \le h_i'x(t^*) \le g_i^*(\alpha), i \in I; \ |u(t)| \le L, \ t \in T, \ (\beta \in R).$$

Здесь $l = x^* - x_0$, $\varphi(x^*) = \min \varphi(x)$, $x \in R^n$.

При фиксированном значении $\alpha$ задача (4) является линейной задачей ОУ, для которой разработан быстрый двойственный метод вычисления оптимальных программ (модификация алгоритма [1]). Оптимальное значение $\alpha_m^0$ критерия качества задачи (3) равно минимальному корню уравнения $\beta(\alpha) = 0$. Решив это уравнение и применив специальную процедуру доводки, получим оптимальное управление исходной задачи (1).

Разработанные алгоритмы вычисления оптимальных программ позволяют, следуя [1], построить позиционные решения задачи ОУ (синтез ОУ типа обратной связи).

*Литература*

1. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Дмитрук Н.М.* Оптимизация многомерных систем управления с параллелепипедными ограничениями // Автоматика и телемеханика. 2002. № 3.

## О НАБЛЮДАЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

*О.Б. Цехан (г.Гродно, Беларусь)*

Рассматривается линейная стационарная сингулярно возмущенная система с запаздыванием

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) + A_2 x(t-h) + B_1 y(t) + B_2 y(t-h), \\ \mu\dot{y}(t) &= A_3 x(t) + A_4 x(t-h) + B_3 y(t) + B_4 y(t-h), \end{aligned} \quad (1)$$

$$w(t,\mu) = C_1 x(t,\mu) + C_2 y(t,\mu),\ t \in T = [0, t_1], \quad (2)$$

$$x(t) = \varphi(t), y(t) = \phi(t)\ t \in [-h, 0], \quad (3)$$

Здесь $x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2}, w \in R^m, m < n_1 + n_2$, $A_i, B_i, C_i, i = \overline{1,2}$ - постоянные матрицы соответствующих размерностей, $0 < h$ - постоянное запаздывание, $\varphi(t)$, $\phi(t)$ - неизвестные непрерывные начальные $n_1-$ и $n_2-$вектор-функции, соответственно, $\mu \in (0, \mu^0]$, $\mu << 1$.

**Определение 1.** При фиксированном $\mu \in (0,\mu^0]$ совокупность $z_t(\mu) \overset{def}{=} col\{x_t(\mu), y_t(\mu)\} \overset{def}{=} col\{x(\Theta,\mu), y(\Theta,\mu); \Theta \in [t-h, t]\}$ назовем *состоянием системы (1) в момент времени $t$ при реализовавшемся* $\mu \in (0,\mu^0]$.

**Определение 2.** Система (1),(2) полностью наблюдаема (полностью идентифицируема) при $\mu \in (0,\mu^0]$, если для любой выходной функции $w(t,\mu), t \in T$, $\mu \in (0,\mu^0]$, (2) состояние $z_h(\mu)$ $(z_{t_1}(\mu))$ системы (1), порождающее этот выход при $\mu \in (0,\mu^0]$, восстанавливается однозначно.

Доказаны независящие от $\mu$ достаточные условия полной наблюдаемости (полной идентифицируемости) системы (1),(2) при достаточно малых $\mu \in (0,\mu^0]$. Условия выражены через параметры системы (1),(2) и имеют ранговый вид. Предложена основанная на методе погранфункций [1] процедура, позволяющая при определенных условиях на параметры системы (1),(2) построить по известной выходной функции