Теорема 2. Пусть $P_k(z,w)$, $Q_\ell(z,w)$ - многочлены относительно w степени $k,\ell \in Z_0$ соответственно с аналитическими по z коэффициентами такие, что $Q_\ell(z,w) = \int \frac{\partial P_k(z,w)}{\partial z} dw$. Тогда выражение

$$H_2 = 2\varepsilon w[u + P_k(z,w)]^2 - \varepsilon w^2[u + P_k(z,w)] - 2\varepsilon z w[u + P_k(z,w)] - \\ - a[u + P_k(z,w)] + bw + Q_\ell(z,w)$$

определяет гамильтониан, ассоциированный с уравнением (P_4), с точностью до произвольной (зависящей от z) функции и преобразования $u \to pu$, $H_2 \to p\widetilde{H}_2$, где p – отличный от нуля параметр.

ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ III ПОРЯДКА С ШЕСТЬЮ ПОЛЮСАМИ

А.В. Чичурин (г.Брест, Беларусь)

Рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение третьего порядка с шестью полюсами [1]

$$w''' = \sum_{k=1}^{6} \frac{w'w''}{w - a_k} - \sum_{k=1}^{6} \frac{w'^3}{a_k(w - a_k)} + 2E\left(1 + \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{6}\frac{a_k}{w - a_k}\right)w', \qquad (1)$$

где $w = w(z)$; E, a_k $(k = \overline{1,6})$ – постоянные, удовлетворяющие соотношениям $\sum_{k=1}^{6} a_k = 0$, $\sum_{k=1}^{6} \frac{1}{a_k} = 0$. Если воспользоваться заменой

$$\frac{dw}{dz} = \eta, \quad \eta^2 = y,$$

то уравнение (1) преобразуется в линейное неоднородное уравнение вида

$$\frac{d^2y}{dw^2} = \sum_{k=1}^{6} \frac{1}{w - a_k}\frac{dy}{dw} - 2\sum_{k=1}^{6} \frac{y}{a_k(w - a_k)} + 2E\left(1 + \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{6}\frac{a_k}{w - a_k}\right). \qquad (2)$$

Будем искать общее решение для однородного линейного уравнения, соответствующего уравнению (2)

$$\frac{d^2y}{dw^2} = \sum_{k=1}^{6} \frac{1}{w - a_k}\frac{dy}{dw} - 2\sum_{k=1}^{6} \frac{y}{a_k(w - a_k)}.$$

При этом рассматривается метод, использующий производную Шварца [2]. Задача сводится к отысканию частного решения определенного уравнения Риккати. Для рассматриваемого уравнения Риккати ищется частное решение в виде дроби, числитель которой представляет многочлен пятой степени, а знаменатель – многочлен шестой степени по y. Доказывается, что существует тридцать девять видов коэффициентных соотношений, при которых удается проинтегрировать уравнение (1) рассматриваемым методом. Проводимые аналитические вычисления реализуются в среде СКА Mathematica [3].

Литература

1. Чичурин А.В. Уравнение Шази и линейные уравнения класса Фукса. – М.: Изд-во РУДН, 2002. – 143 с.
2. Лукашевич Н.А., Чичурин А.В. Дифференциальные уравнения первого порядка. Мн.: БГУ, 1999. – 210 с.
3. Прокопеня А.Н., Чичурин А.В. Применение системы *Mathematica* к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. – Мн.: БГУ, 1999. –265 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Т.И. Шило, З.Н. Силаева (г.Брест, Беларусь)

В работах [1, 2] выделены классы систем вида

$$\frac{dx}{dz}=\frac{P(x,y)}{R(x,y)},\quad \frac{dy}{dz}=\frac{Q(x,y)}{S(x,y)},$$

где P, Q, R и S - многочлены по x и y с постоянными, вообще говоря, комплексными коэффициентами, не имеющие решений с подвижными существенно особыми точками и имеющие решение $(x(z),\ y(z))$, обладающее свойством:

$$x(z)\to\infty,\ \ y(z)\to\infty \ \text{ при } \ z\to z_0,$$

для которого точка z_0 является полюсом, обычным или критическим, при условии, что функции R(x, y) и S(x, y) не имеют общих множителей от x и y.

В докладе рассмотрена система специального вида

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dz}&=\frac{a_{30}x^3+a_{21}x^2y+a_{11}xy+a_{01}y}{\alpha x+\beta y},\\ \frac{dy}{dz}&=\frac{b_{03}y^3+b_{12}xy^2+b_{11}xy+b_{10}x}{\alpha x+\beta y},\end{aligned}\qquad(1)$$

где a_{ij} и b_{ij} – некоторые постоянные и $R(x,y)\equiv S(x,y)\equiv \alpha x+\beta y$. С помощью редукции к уравнениям Брио и Буке, с помощью метода малого параметра Пенлеве найдены условия того, что система (1) не имеет решений с подвижными трансцендентными и существенно особыми точками.

Например, если между коэффициентами системы (1) выполнены соотношения: $a_{21}=-b_{12}$, $a_{30}b_{03}=a_{21}b_{12}$, $b_{11}a_{21}+a_{11}a_{30}=0$, $a_{01}a_{30}+b_{10}b_{03}=0$, $\beta a_{30}-\alpha a_{21}\neq 0$, то система (1) имеет только алгеброидные решения.