

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ УРОЖАЙНОСТИ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ ОТ УРОВНЯ ПИТАНИЯ РАСТЕНИЙ

*А. П. Лихацевич<sup>1</sup>, А. В. Малышко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Главный научный сотрудник, РУП «Институт мелиорации», г. Минск, Беларусь, alikhatsevich@mail.ru

<sup>2</sup> Заведующий лабораторией, РУП «Опытная научная станция по сахарной свекле», г. Несвиж, Беларусь, malyschko@mail.ru

### **Аннотация**

Математическое моделирование зависимости урожайности сахарной свеклы от определяющего урожаеформирующего фактора (уровня питания) выполнено на основе физического принципа причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) в замкнутой физической системе с использованием данных сортоиспытательных станций (Кобрин, Молодечно, Несвиж) и сортоиспытательного участка (Щучин). Установлены опорные показатели математической модели зависимости урожайности сахарной свеклы от фактора питания.

Оценено влияние влагообеспеченности растений на урожайность сахарной свеклы. Отмечена необходимость дополнения методики сортоиспытаний сельскохозяйственных культур контролем за атмосферными осадками и температурами воздуха непосредственно на территории возделывания культур.

**Ключевые слова:** урожайность, питание растений, атмосферные осадки, температура воздуха, причинно-следственные взаимодействия, опорные показатели математической модели урожайности.

## MODELING THE DEPENDENCE OF SUGAR BEET YIELD ON YIELD FORMING FACTORS

*A. P. Likhatchevich, A. V. Malyschko*

### **Abstract**

Mathematical modeling of the dependence of sugar beet yield on the determining the yield-forming factor (level of nutrition) was performed on the basis of the physical principle of cause-and-effect interactions (causal interaction) in a closed physical system using data from variety testing stations (Kobrin, Molodechno, Nesvizh) and a variety testing site (Shchuchin). The reference indicators of the mathematical model of the dependence of the yield of sugar beet on the nutrition factor have been established.

The influence of plant moisture supply on sugar beet yield was assessed. The need to supplement the methodology for variety testing of agricultural crops with control over precipitation and air temperatures directly on the territory of crop cultivation was noted.

**Keywords:** productivity, plant nutrition, atmospheric precipitation, air temperature, cause-and-effect interactions, reference indicators of the mathematical model of productivity.

**Введение.** Мы являемся свидетелями того, что в аграрной науке, связанной с изучением воздействия на сельскохозяйственные культуры техногенных управляемых и природных неуправляемых факторов, для цифрового описания изучаемых процессов (например, результатов воздействия условий окружающей среды на урожай) привлекается неконтролируемое множество эмпирических зависимостей произвольной структуры [1–16]. Вместе с тем, существуют объективные причины, ограничивающие использование подобных методик обобщения результатов исследований в земледельческой науке. Неоднократно было показано, что эмпирические формулы при любом коэффициенте детерминации не являются действительными моделями исследуемых процессов, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное математическое сглаживание данных конкретных экспериментов [17, 18]. Поэтому эмпирико-статистические методики обработки данных полевого опыта всегда являются частным решением, результаты которого весьма сложно распространить даже на подобные исследования, но выполненные в других условиях. Множество эмпирических зависимостей, предлагаемых для обобщения опытных данных, в земледельческой науке прогрессивно растет, вступая в противоречие с традиционным стремлением ученых к единообразию и порядку, свойственным высокоорганизованному научному анализу. Остро ощущается необходимость разработки единой методологии обработки данных полевого агрономического опыта.

**Материалы и методы.** Процесс формирования урожая в течение вегетации можно представить как функцию, в которой аргументами являются урожаеформирующие факторы (природные и техногенные). Накопление урожая можно рассматривать, например, в динамике как следствие воздействия изменяющихся во времени условий среды [19]. В отличие от динамической статическая модель урожая рассматривает зависимость конечного урожая от суммарного влияния урожаеформирующих факторов не в процессе роста культуры, а сразу в целом за вегетацию.

В статическом моделировании зависимости урожайности сельскохозяйственной культуры от урожаеформирующих факторов в качестве методологической основы можно использовать физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) в замкнутой физической системе [20] с обязательным учетом известных «законов земледелия» и установленных опытным путем закономерностей. Перечислим их в следующем порядке [1–19]:

1) растения являются системой с памятью, то есть прирост урожая зависит от условий его формирования, определяемых факторами среды;

2) если условия среды (влажность, пища, тепло и др.) находятся в оптимальном диапазоне, то растения реализуют максимум урожайности;

3) при отклонении фактора от оптимального значения в любую сторону (к минимуму или к максимуму) растения испытывают стресс, который снижает урожай;

4) величина отклонения фактических значений факторов среды (влажности, обеспеченности культуры, температур воздуха и др.) от их оптимальных определяет величину стресса, испытываемого растениями при формировании урожая;

5) с приближением условий среды к оптимальным прирост урожая замедляется;

6) урожайформирующие факторы равноценны по влиянию на растения и не могут заменить друг друга;

7) наибольшее влияние на снижение урожая оказывает фактор, находящийся в минимуме (закон минимума).

Физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе в рамках данной задачи формулируется следующим образом [20]:

1. Бесконечно малое изменение урожайности под воздействием конкретного урожайформирующего фактора пропорционально произведению *управляющего воздействия* данного фактора на *показатель восприимчивости* урожая к его действию.

2. Каждый из факторов, действующих на урожай, сообщает ему изменение, не зависящее от воздействий других факторов.

Заметим, что сформулированный выше физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе предполагает независимость рассматриваемых урожайформирующих факторов друг от друга. Формально этот принцип для математической модели урожая можно представить в виде обобщающего выражения

$$\frac{\partial Y}{\partial R_i} = \alpha_i f_i \left( \frac{Y}{R_i} \right) g_i(R_i), \quad (1)$$

где  $\partial Y/\partial R_i$  – частная производная функции урожайности ( $Y$ ) по  $i$ -му фактору ( $R_i$ ), соответствующая интенсивности изменения  $Y$  при изменении  $R_i$  при условии, что другие факторы (аргументы функции) не изменяются;  $\alpha_i$  – безразмерная константа (может изменяться от нуля при полном отсутствии реакции растений на  $i$ -й фактор до единицы при полной зависимости от данного урожайформирующего фактора);  $f_i(Y/R_i)$  – функция, характеризующая восприимчивость урожая к действию  $i$ -го фактора в пределах рассматриваемого диапазона его воздействия;  $R_i$  – обозначение  $i$ -го фактора;  $g_i(R_i)$  – функция, характеризующая управляющее воздействие  $i$ -го фактора ( $R_i$ ) на урожай ( $Y$ ).

Известно, что растения как объект воздействия условий окружающей среды при формировании урожая накладывают двустороннее ограничение (по минимуму и максимуму) на каждый фактор. Исходя из этого, упростим задачу и будем рассматривать только интересующие нас области зависимости урожая от урожайформирующих факторов. Например, при направленном регулировании

пищевого режима наиболее предпочтительно построение модели в области с повышением доз вносимых удобрений от некоторого минимума до оптимального уровня, а при регулировании водного режима растений следует отдельно анализировать области либо снижения влагообеспеченности от максимума до оптимума (при ликвидации переувлажнения) или ее целенаправленного повышения от минимума до оптимума (при проведении дополнительного увлажнения в засушливых условиях).

Раскроем процесс наполнения функции (1) конкретной цифровой информацией на примере построения зависимости урожая от воздействия основного (первого по значимости) фактора ( $R_1$  – уровень минерального питания растений). Для этого можно использовать несколько математических выражений. Например, в нашем исследовании [20] составные элементы выражения (1), формализующего принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в системе «факторы среды (причина) – урожайность (следствие)», приведены в более сложной форме с целью охватить всё поле контролируемых переменных, управляющих поведением функции в пределах  $0 \leq Y \leq Y_{max}$ . Однако в полевых опытах и в производственных условиях такой диапазон изменения урожая, как правило, не наблюдается. Обычно этот диапазон ограничивается пределами  $Y_{min} \leq Y \leq Y_{max}$ . Результаты анализа многочисленных данных [1–20] показывают, что принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в системе «факторы среды (причина) – урожайность (следствие)» можно представить в упрощенном виде в пределах

$$0,25 < \frac{R_i}{R_{i(opt)}} < 1,75. \quad (2)$$

При этом можно принять за основу следующие простейшие зависимости, не противоречащие известным «законам земледелия» и установленным закономерностям:

- реакция растений на воздействие  $i$ -го фактора пропорциональна отношению величины потенциала урожайности по  $i$ -му фактору к максимально возможной величине недостатка  $i$ -го фактора до оптимума

$$f_i \left( \frac{Y}{R_i} \right) = \frac{Y_{i(max)}}{R_{i(opt)} - R_{i(min,max)}}, \quad (3)$$

где  $Y$  – урожайность;  $Y_{i(max)}$  – максимум урожайности по  $i$ -му фактору;  $R_{i(opt)}$  – оптимальное значение  $i$ -го фактора, при котором урожай реализует свой потенциал (достигает своего максимума);  $R_{i(min,max)}$  – условное минимальное или максимальное значение  $i$ -го фактора, при котором урожай не формируется;

- управляющее воздействие  $i$ -го фактора на урожай равно отношению фактического недостатка фактора до оптимума к возможному максимуму этого недостатка, то есть

$$g_i(R_i) = \frac{R_{i(opt)} - R_i}{R_{i(opt)} - R_{i(min,max)}}. \quad (4)$$

где  $R_i$  – фактическое значение  $i$ -го фактора среды.

С учетом зависимостей (3) и (4) решением дифференциального уравнения (1) является функция

$$\frac{Y}{Y_{n(max)}} = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - a_i \left( \frac{R_{i(opt)} - R_i}{R_{i(opt)} - R_{i(min, max)}} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где  $n$  – количество учитываемых факторов.

Заметим, что модель (5) симметрична относительно оптимальных значений урожаеформирующих факторов, поэтому использование в ней условно минимального или максимального значений  $i$ -го фактора дает один и тот же результат. Благодаря мультипликативной форме модели (5), в ней, во-первых, соблюдается упомянутый выше «закон минимума». Во-вторых, функция (5) не только является математической моделью урожая, в которой каждая составляющая имеет конкретную физическую природу, но и может включать неограниченное число ( $n$ ) переменных.

Наиболее сложным и ответственным действием в предлагаемой схеме математического моделирования урожая является установление исходных зависимостей  $f_i (Y/R_i)$  и  $g_i (R_i)$ . В первую очередь при этом требуется соблюдать следующие условия: *необходимым условием* является полное соответствие предлагаемых эмпирических зависимостей физическим закономерностям, объективно установленным в опытах; *достаточное условие* состоит в обязательном соблюдении баланса размерностей всех показателей, входящих в предлагаемые формы связи (3) и (4).

Рассмотрим на первом этапе только воздействие минерального питания растений на урожай. В этом случае из (5) получим

$$\frac{Y}{Y_{NPK(max)}} = \left[ 1 - a_{NPK} \left( \frac{NPK_{opt} - NPK}{NPK_{opt} - NPK_{min}} \right)^2 \right], \quad (6)$$

где  $Y_{NPK(max)}$  – максимум урожайности (потенциал урожайности), полученный при оптимальном уровне питания, учитывающий его снижение при неоптимальности других неучтенных в (6) урожаеформирующих факторов;  $a_{NPK}$  – коэффициент, характеризующий степень влияния фактора питания на урожай ( $0 \leq a_{NPK} \leq 1$ );  $NPK_{opt}$  – оптимальный уровень питания (оптимальная сумма действующих веществ азота, фосфора, калия, содержащихся в почве и вносимых с удобрениями), при которых достигается максимум урожайности;  $NPK_{min}$  – условный граничный показатель суммы  $NPK$  (сумма содержащихся в почве и вносимых с удобрениями), при которой урожай не формируется.

Сложность использования в расчетах зависимости урожайности культуры от уровня питания (сумм действующего вещества азота, фосфора и калия, содержащихся в почве и вносимых) возникает в силу отсутствия согласования размерностей данных показателей, определяемых по разным методикам. Дозы вносимых удобрений ( $NPK$ ) измеряют в кг действующего вещества на гектар (кг д. в./га). А содержание в почве азота определяют по наличию гумуса (изме-

ряется в процентах), содержание фосфора ( $P_2O_5$ ) и калия ( $K_2O$ ) измеряют в мг/кг (миллиграммов вещества в килограмме почвы). Но для расчета по (6) все размерности необходимо согласовать, т.е. привести к одной. Для этого используется методика, разработанная в РУП «Институт почвоведения и агрохимии». Суть ее состоит в следующем:

1) Принято считать, что вес пахотного слоя составляет 3000 тонн (площадь 1 га – 10000 м<sup>2</sup>, средняя глубина пахотного слоя дерново-подзолистых почв – 25 см, средняя плотность пахотного слоя дерново-подзолистых почв – 1,2 г/см<sup>3</sup> или 1,2 т/м<sup>3</sup>, таким образом, 10000 м<sup>2</sup> \* 0,25 м \* 1,2 т/м<sup>3</sup> = 3 000 т).

2) Содержание легкогидролизуемого азота в почве можно рассчитать по содержанию гумуса: в гумусе 5 % азота, содержание легкогидролизуемого азота (по обобщенным данным ВИУА) в дерново-подзолистых почвах составляет в среднем 3 % от общего количества. Коэффициент использования составляет 55 %. Например, гумуса в почве 2 %. Если масса пахотного слоя на 1 га равна 3000 т, то гумуса в нем 60 т, общего азота – 3 т, а легкогидролизуемого азота - 90 кг/га, доступного азота для растений – 90\*0,55=50 кг/га.

3) Коэффициент использования фосфора из почвы составляет 10% от валового содержания. Например, содержание фосфора 200 мг/га, следовательно 200\*3\*0,1= 60 кг/га.

4) Коэффициент использования калия из почвы составляет 13 % от валового содержания. Например, содержание калия 250 мг/кг, следовательно, 250\*3\*0,13=97,5 кг/га.

**Результаты и обсуждение.** Проверим работоспособность формулы (6) по данным урожайности сахарной свеклы (гибрид NZ – тип), возделываемой в свеклосеющей зоне Беларуси на сортоиспытательных станциях (Кобрин, Молодечно, Несвиж) и сортоиспытательном участке (Щучин).

В таблице 1 приведены характеристики уровней питания и урожайность сахарной свеклы за многолетний период. При проведении расчета исключены данные ГСХУ "Несвижская СС" за 2016 год по причине выявленной ошибки в определении содержания в почве фосфора ( $P_2O_5$ ). Данные Щучинского ГСХУ за 2021 и 2022 гг. отсутствуют по причине их выбраковки Государственной комиссией. В таблице приняты следующие обозначения:  $N_0$  – содержание в почве азота;  $P_0$  – содержание в почве фосфора;  $K_0$  – содержание в почве калия;  $N_0P_0K_0$  – суммарное содержание в почве азота, фосфора, калия;  $N_B$  – внесено в почву азота;  $P_B$  – внесено в почву фосфора;  $K_B$  – внесено в почву калия;  $N_BP_BK_B$  – суммарное внесение в почву азота, фосфора, калия;  $(N_0P_0K_0 + N_BP_BK_B)$  – суммарное количество содержащихся в почве и внесенных азота, фосфора, калия.

При анализе результатов, полученных в расчетах по формуле (6) установлено, что коэффициент, характеризующий степень влияния уровня питания растений на урожайность, для всей свеклосеющей зоны Беларуси можно принимать равным единице ( $a_{NPK}=1$ ).

**Таблица 1 – Содержание элементов питания и урожайность сахарной свеклы**

№ п/п	Год	Агрохимические показатели почвы			Содержание в почве				Внесено				Сумма	Урожайность
		Гумус	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O	N <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	K <sub>0</sub>	N <sub>0</sub> P <sub>0</sub> K <sub>0</sub>	N <sub>B</sub>	P <sub>B</sub>	K <sub>B</sub>	N <sub>B</sub> P <sub>B</sub> K <sub>B</sub>	NPК	
		%	мг/кг		кг действующего вещества / га				кг действующего вещества / га				т/га	
<b>ГСХУ "Кобринская СС"</b>														
1	2011	1,9	390	410	2850	1170	1230	5250	110	90	180	380	5630	56,4
2	2012	2,15	410	430	3225	1230	1290	5745	120	90	200	410	6155	67,1
3	2013	1,95	390	420	2925	1170	1260	5355	110	90	200	400	5755	57,2
4	2014	1,64	320	370	2460	960	1110	4530	90	60	150	300	4830	47,9
5	2015	1,6	315	360	2400	945	1080	4425	60	45	140	245	4670	37,5
6	2016	2,1	380	430	3150	1140	1290	5580	120	60	210	390	5970	63,1
7	2017	2,2	420	430	3300	1260	1290	5850	130	60	210	400	6250	69,5
8	2018	1,84	350	410	2760	1050	1230	5040	110	45	180	335	5375	53,3
9	2019	1,85	360	410	2775	1080	1230	5085	110	60	200	370	5455	54,5
10	2020	1,84	380	380	2760	1140	1140	5040	90	60	150	300	5340	52,0
11	2021	1,72	330	390	2580	990	1170	4740	90	60	150	300	5040	49,0
12	2022	1,83	370	410	2745	1110	1230	5085	90	70	150	310	5395	52,0
<b>ГСХУ "Молодечненская СС"</b>														
1	2011	3,62	335	350	5430	1005	1050	7485	136	90	120	346	7831	80,2
2	2012	3,45	319	334	5175	957	1002	7134	120	90	90	300	7434	56,4
3	2013	3,53	321	321	5295	963	963	7221	130	90	120	340	7561	61,4
4	2014	3,6	325	321	5400	975	963	7338	130	90	120	340	7678	63,9
5	2015	3,4	319	314	5100	957	942	6999	120	90	90	300	7299	35,6
6	2016	3,58	322	321	5370	966	963	7299	130	90	120	340	7639	63,4
7	2017	3,55	324	321	5325	972	963	7260	130	90	120	340	7600	62,1
8	2018	3,62	325	321	5430	975	963	7368	130	90	120	340	7708	67,1
9	2019	3,62	320	324	5430	960	972	7362	130	90	120	340	7702	61,2
10	2020	3,55	320	314	5325	960	942	7227	120	90	90	300	7527	54,3
11	2021	3,55	320	314	5325	960	942	7227	120	90	90	300	7527	46,8
12	2022	3,62	315	325	5430	945	975	7350	120	90	180	390	7740	68,4

Продолжение таблицы 1

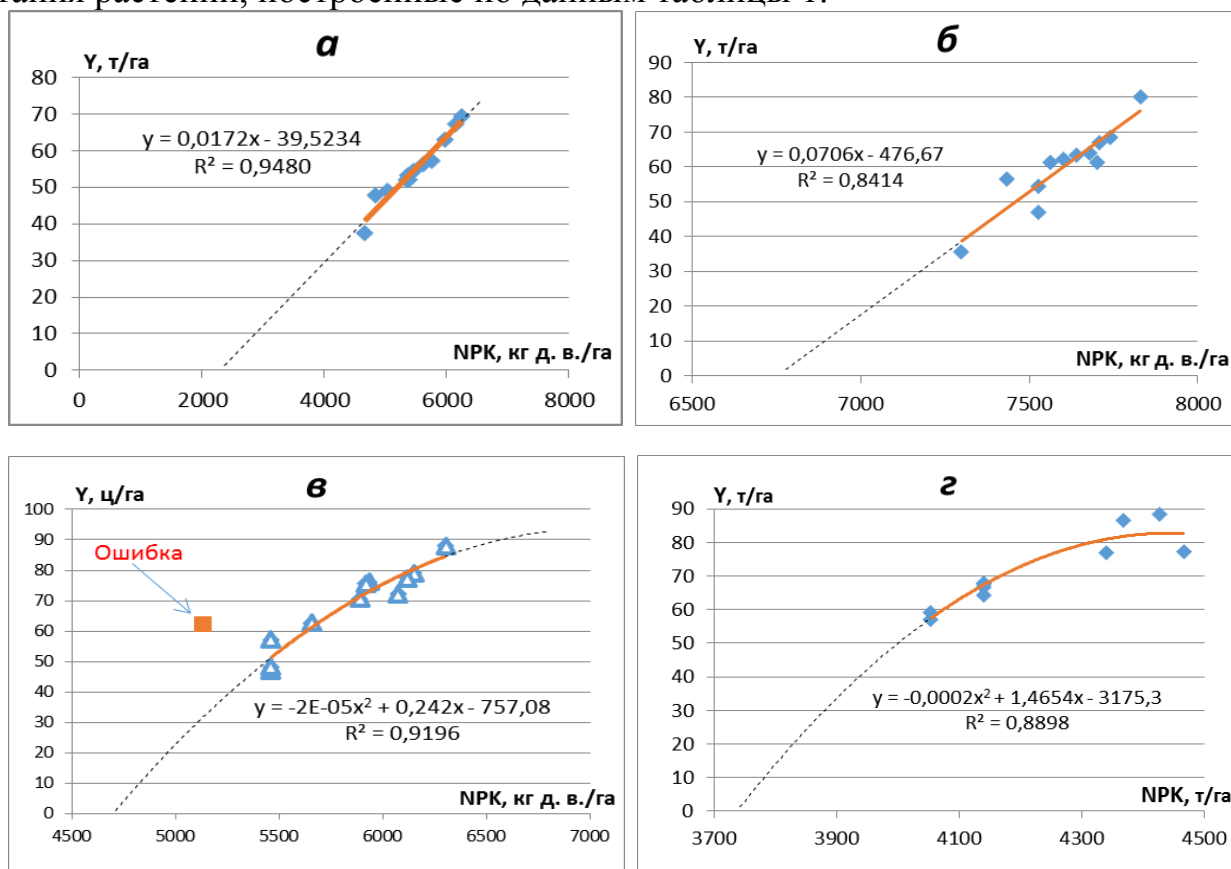
№ п/п	Год	Агрохимические показатели почвы			Содержание в почве				Внесено				Сумма	Урожайность
		Гумус	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O	N <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>	K <sub>0</sub>	N <sub>0</sub> P <sub>0</sub> K <sub>0</sub>	N <sub>B</sub>	P <sub>B</sub>	K <sub>B</sub>	N <sub>B</sub> P <sub>B</sub> K <sub>B</sub>	NPК	
		%	мг/кг		кг действующего вещества / га				кг действующего вещества / га				т/га	
<b>ГСХУ "Несвижская СС"</b>														
1	2011	2,2	323	410	3300	969	1230	5499	120	90	180	390	5889	70,6
2	2012	2,3	344	420	3450	1032	1260	5742	120	90	200	410	6152	79,0
3	2013	2,2	332	410	3300	996	1230	5526	120	90	200	410	5936	76,2
4	2014	2,2	330	406	3300	990	1218	5508	120	90	200	410	5918	75,7
5	2015	2,1	316	390	3150	948	1170	5268	120	90	180	390	5658	62,8
<b>6</b>	<b>2016</b>	2,1	<b>120</b>	410	3150	<b>360</b>	1230	<b>4740</b>	120	90	180	390	<b>5130</b>	62,3
7	2017	2,4	345	420	3600	1035	1260	5895	120	90	200	410	6305	88,0
8	2018	2,0	310	380	3000	930	1140	5070	120	90	180	390	5460	57,2
9	2019	2,3	340	420	3450	1020	1260	5730	120	90	180	390	6120	77,4
10	2020	2,0	300	390	3000	900	1170	5070	120	90	180	390	5460	46,8
11	2021	2,3	335	410	3450	1005	1230	5685	120	90	180	390	6075	72,1
12	2022	2	310	380	3000	930	1140	5070	120	90	180	390	5460	48,2
<b>Щучинский ГСУ</b>														
1	2011	1,49	428	223	2235	1284	669	4188	60	60	120	240	4428	88,5
2	2012	1,45	428	223	2175	1284	669	4128	60	60	120	240	4368	86,5
3	2013	1,45	428	214	2175	1284	642	4101	60	60	120	240	4341	77,0
4	2014	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140	67,9
5	2015	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140	64,2
6	2016	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140	67,6
7	2017	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140	66,6
8	2018	1,50	435	224	2250	1305	672	4227	60	60	120	240	4467	77,4
9	2019	1,28	425	206	1920	1275	618	3813	60	60	120	240	4053	59,3
10	2020	1,28	425	206	1920	1275	618	3813	60	60	120	240	4053	57,2



Для сокращения формул, используемых далее в анализе, примем следующее обозначение

$$NPK = N_0 P_0 K_0 + N_B P_B K_B . \quad (7)$$

На рис. 1 показаны графики связи урожайности сахарной свеклы с уровнем питания растений, построенные по данным таблицы 1.



**Рисунок 1** – Графики связи урожайности сахарной свеклы с уровнем питания: а – ГСХУ "Кобринская СС", б – ГСХУ "Молодечненская СС", в – ГСХУ "Несвижская СС", з – Щучинский ГСУ.

Важным является то, что при установлении зависимости урожайности культуры от уровня ее питания необходимо внимательно анализировать первичную информацию и обязательно исключать из анализа резко выделяющиеся значения в исходных данных, что и сделано выше (рис. 1 в).

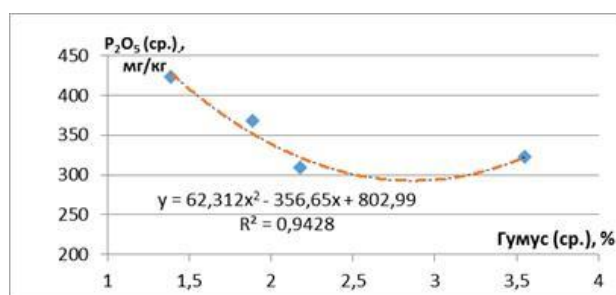
Приведенные на рис. 1 графики демонстрируют различную форму связи  $Y(NPK)$ . Если для ГСХУ "Несвижская СС" и Щучинского ГСУ подтверждена справедливость параболической зависимости вида (б), то для ГСХУ "Кобринская СС" и ГСХУ "Молодечненская СС" оказалась приемлемой линейная зависимость. Для устранения данного несоответствия сошлемся на «закон минимума» и установленную в опытах закономерность: «с приближением условий среды (в данном случае уровня питания) к оптимуму прирост урожая замедляется». В соответствии с ними анализ в дальнейшем будем выполнять только с использованием функции вида (б).

Исходные показатели для математического моделирования урожайности сахарной свеклы по всем анализируемым ГСХУ и ГСУ, выбранные из таблицы 1, представлены в сводной таблице 2. По данным таблицы можно проследить вза-

имозависимость между некоторыми показателями, определяющими уровень питания растений. Например, на посевах сахарной свеклы подтверждается отрицательная связь между содержанием в почве  $P_2O_5$  (более 320 мг/кг) и содержанием гумуса (рис. 2).

**Таблица 2** – Исходные показатели математической модели урожайности сахарной свеклы

№ п/п	Наименование	Размерность	Сортоиспытательные станции и участок			
			Кобрин	Молодечно	Несвиж	Щучин
1	Продолжительность наблюдений	лет	12	12	11	10
2	Урожайность	т/га	37,5-69,5	35,6-80,2	46,8-88,0	57,2-88,5
3	Урожайность (средне-многолетняя)	т/га	55	59,3	68,5	71,2
4	Гумус	%	1,6-2,2	3,40-3,62	2,0-2,3	1,28-1,50
5	Гумус (ср.)	%	1,89	3,55	2,18	1,39
6	$P_2O_5$	мг/кг	315-420	319-335	300-345	415-435
7	$P_2O_5$ (ср.)	мг/кг	368	323	309	423
8	$K_2O$	мг/кг	360-430	314-350	380-420	206-224
9	$K_2O$ (ср.)	мг/кг	404	323	403	214
10	$N_0$	кг д.в./га	2400-3300	5100-5430	3000-3600	1920-2250
11	$N_0$ (среднее)	кг д.в./га	2828	5336	3272	2078
12	$P_0$	кг д.в./га	945-1260	945-1005	900-1035	1245-1305
13	$P_0$ (среднее)	кг д.в./га	1104	966	978	1269
14	$K_0$	кг д.в./га	1080-1290	942-1050	1140-1260	618-672
15	$K_0$ (среднее)	кг д.в./га	1212	970	1210	641
16	$N_0P_0K_0$	кг д.в./га	4425-5850	6999-7485	5070-5895	3813-4227
17	$N_0P_0K_0$ (среднее)	кг д.в./га	5144	7272	5460	3988
18	$N_B$	кг д.в./га	60-130	120-136	120	60
19	$N_B$ (среднее)	кг д.в./га	102	126	120	60
20	$P_B$	кг д.в./га	45-90	90	90	60
21	$P_B$ (среднее)	кг д.в./га	66	90	90	60
22	$K_B$	кг д.в./га	140-210	90-120	180-200	120
23	$K_B$ (среднее)	кг д.в./га	177	115	187	120
24	$N_BP_BK_B$	кг д.в./га	245-410	300-346	390-410	240
25	$N_BP_BK_B$ (среднее)	кг д.в./га	345	331	397	240
26	$NPK$ (ср.)	кг д.в./га	5489	7604	5858	4227



**Рисунок 2** – Взаимосвязь между содержанием в почве фосфора и гумуса на посевах сахарной свеклы в ГСХУ (Кобрин, Молодечно, Несвиж) и ГСУ (Щучин).

В таблице 3 приведены опорные показатели математической модели урожайности сахарной свеклы, полученные путем подбора при построении математической модели урожайности сахарной свеклы по формуле (6). При этом в расчетах соблюдено ограничительное условие (2) (таблица 3).

**Таблица 3** – Опорные показатели математической модели урожайности сахарной свеклы

№ п/п	Наименование	Размер-ность	Сортоиспытательные станции и участок			
			Кобрин	Молодечно	Несвиж	Щучин
1	$Y_{\max}$	т/га	103	113	100	89
2	$НРК_{\text{opt}}$	кг д.в./га	11000	9100	7400	4700
3	$НРК_{\text{min}}$	кг д.в./га	2900	6900	4600	3600
4	$НРК_{\text{opt}} - НРК_{\text{min}}$	кг д.в./га	7400	2200	2800	1100
5	$\frac{НРК_{\text{min}}}{НРК_{\text{opt}}}$	б/р	0,264	0,758	0,622	0,766
6	Стандартное отклонение ( $\delta$ )	т/га	2,13	4,53	3,78	3,81
7	Коэффициент детерминации ( $R^2$ )	б/р	0,94	0,84	0,92	0,87

Анализ опорных показателей математической модели (таблица 3, п. 4) показывает, что разница между оптимальным и условно минимальным уровнями питания растений сахарной свеклы ( $НРК_{\text{opt}} - НРК_{\text{min}}$ ) в Щучинском ГСУ существенно меньше, чем в ГСХУ "Кобринская СС", ГСХУ "Молодечненская СС" и ГСХУ "Несвижская СС". Причем разброс урожайностей сахарной свеклы в Щучинском ГСУ по годам исследований сконцентрирован в области, очень близкой к максимуму (рис. 1 з). Это вызвано тем, что высокое содержание в почве фосфора плюс дополнительная его доза, внесенная с удобрениями при очень низком содержании в почве гумуса, отрицательно влияет на урожайность сахарной свеклы, вызывая его резкое снижение (рис. 2). Вероятно, именно данное обстоятельство явилось причиной выбраковки Государственной комиссией результатов опыта с данной культурой в Щучинском ГСУ за 2021 и 2022 гг.

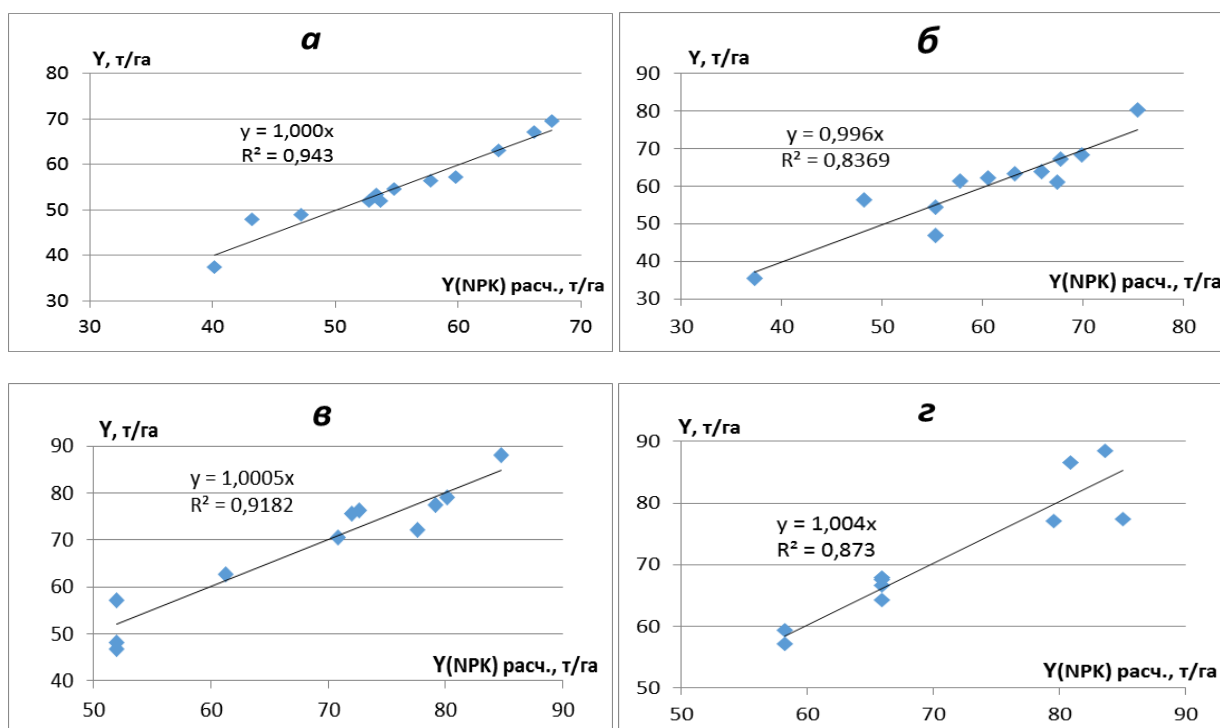
Сравнение вычисленных по (6) и полученных в поле урожайностей по анализируемым ГСХУ и ГСУ приведено на рис. 3. Графики показывают, что при расчете урожайности по формуле (6) наибольшее приближение к факту наблюдается в ГСХУ "Кобринская СС" и ГСХУ "Несвижская СС". Менее точные результаты получены при расчете урожайности по данным ГСХУ "Молодечненская СС" и Щучинский ГСУ. Вместе с тем, наблюдаемая теснота связи (коэффициенты детерминации) как при эмпирическом анализе (рис. 1), так и при расчете по модельной функции (рис. 3) примерно одинакова. Заметим, что моделирование выполнено только по одному фактору (питание растений). Включение в расчет другого урожаяобразующего фактора (влагообеспеченность растений) должно повысить точность расчета. Проверим данное утверждение.

Ранее нами было показано, что атмосферные осадки как показатель влагообеспеченности сахарной свеклы целесообразно использовать при моделировании урожайности данной культуры [21].

При учете двух урожаяформирующих факторов (уровня питания и атмосферных осадков) математическая модель урожайности сахарной свеклы в соответствии с прообразом модели урожайности (5) будет следующей:

$$\frac{Y}{Y_{NPK,S(max)}} = \left[ 1 - a_{NPK} \left( \frac{NPK_{opt} - NPK}{NPK_{opt} - NPK_{min}} \right)^2 \right] \left[ 1 - a_S \left( \frac{S_{opt} - S}{S_{opt} - S_{min}} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где  $Y_{NPK,S(max)}$  – максимум урожая (потенциал урожайности), полученный при оптимальных питании и влагообеспеченности (при оптимальной суммарной дозе  $NPK$  и оптимальной сумме атмосферных осадков за наиболее ответственный период вегетации культуры);  $a_S$  – коэффициент, характеризующий степень влияния влагообеспеченности на урожай;  $S_{opt}$  – оптимальное суммарное количество атмосферных осадков за наиболее ответственный период вегетации культуры, при которых достигается максимум урожая;  $S_{min}$  – условный показатель суммы атмосферных осадков за наиболее ответственный период вегетации культуры, при которой урожай не формируется.



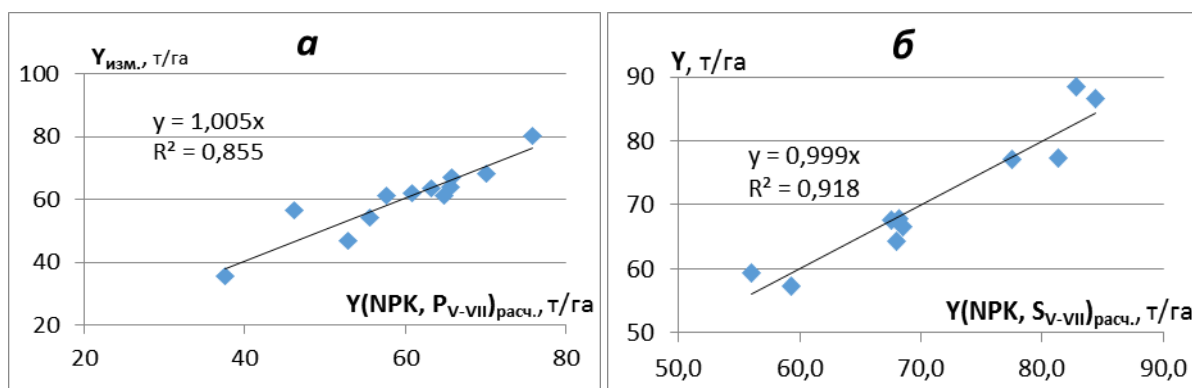
**Рисунок 3** – Сравнение вычисленных по (6) и полученных в поле урожайностей сахарной свеклы:

*а* – ГСХУ "Кобринская СС", *б* – ГСХУ "Молодечненская СС", *в* – ГСХУ "Несвижская СС", *з* – Щучинский ГСУ.

На рис. 4 показаны результаты сравнения урожайностей сахарной свеклы, полученных в ГСХУ "Молодечненская СС" и Щучинском ГСУ и вычисленных по (8) с учетом атмосферных осадков, выпавших за наиболее ответственный для культуры период вегетации (май–июль включительно).

Анализе результатов, полученных по формуле (8), показал, что коэффициент, характеризующий степень влияния влагообеспеченности растений на уро-

жайность для всей свеклосеющей зоны Беларуси можно принять равным единице ( $a_s=1$ ).



**Рисунок 4** – Сравнение вычисленных по (8) и полученных в поле урожайностей сахарной свеклы: *а* – ГСХУ "Молодечненская СС", *б* – Щучинский ГСУ.

Участок с сахарной свеклой в ГСХУ "Молодечненская СС" расположен в 30 км от метеопункта «Марково», где измерялись атмосферные осадки. Конечно, результат был бы намного более точным, если бы контроль выполнялся непосредственно рядом с участком. Ведь нельзя ожидать, что на большом расстоянии между участком и метеопостом атмосферные осадки на них будут одинаковыми. Согласно существующим допускам, при оценке тепло- и влагообеспеченности растений измерение выпадающих осадков и температур воздуха должно проводиться на расстоянии не более 5 км от участка их возделывания. В нашем случае данное ограничение многократно превышено. Вместе с тем, при сравнении коэффициентов детерминации связи на рис. 1 *б*, 3 *б* и 4 *а* видим, что даже в этом случае удалось несколько улучшить тесноту связи между замеренными в поле и вычисленными урожайностями.

В свою очередь, расстояние от метеостанции «Щучин» до Щучинского ГСУ составляет около 10 км. Тоже достаточно много. Но полученный результат (рис. 3 *г* и 4 *б*) показывает, что дополнительный учет влагообеспеченности культуры при математическом моделировании урожайности по (8) позволяет существенно повысить точность модели. В данном случае коэффициент детерминации связи заметно вырос (с 0,87 до 0,92).

Третьим этапом математического моделирования урожайности сельскохозяйственной культуры является дополнительный учет следующего урожаяобразующего фактора – теплообеспеченности растений. Но для его выполнения нет оснований, поскольку контроль за температурами воздуха (среднесуточной и максимальной) проводился на указанных выше расстояниях от опытных участков и результаты такого моделирования не позволят получить достоверные и обоснованные выводы.

**Заключение.** Математическое моделирование зависимости урожайности сахарной свеклы, выполненное на основе физического принципа причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) с использованием данных сортоиспытательных станций (Кобрин, Молодечно, Несвиж) и сортоиспытательного участка (Щучин), подтвердило справедливость принятой теоретиче-

ской основы. Исходные и установленные опорные показатели математической модели зависимости урожайности сахарной свеклы от фактора питания позволили предположить причину выбраковки Государственной комиссией результатов опыта с данной культурой в Щучинском ГСУ за 2021 и 2022 гг. Дальнейшее развитие моделирования урожайности сельскохозяйственных культур по данным сортоиспытательных станций и участков возможно при дополнении методики сортоиспытаний контролем за атмосферными осадками и температурами воздуха непосредственно на границах участков возделывания культур.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках подпрограммы «Плодородие почв и защита растений» Государственной программы научных исследований «Сельскохозяйственные технологии и продовольственная безопасность на 2021–2025 годы» по заданию «Разработка методики оценки комплексного влияния водно-пищевого режима на урожайность сахарной свеклы».

### Список цитированных источников

1. Жихарев, А. Г. Режим орошения и удобрение сои в условиях Волго-Донского междуречья Волгоградской области. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / А. Г. Жихарев. – Волгоград. – 2009. – 26 с.

2. Маковкина, Л. Н. Режимы орошения и дозы внесения удобрений для получения планируемой урожайности лука на светло-каштановых почвах Волго-Донского междуречья. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / Л. Н. Маковкина. – Волгоград. – 2009. – 24 с.

3. Донгузова, Ю. В. Режим орошения гречихи в пожнивных посевах на светло-каштановых почвах Волго-Донского междуречья. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / Ю. В. Донгузова. – Волгоград. – 2009. – 24 с.

4. Машарова О. В. Режим орошения и удобрения баклажанов при поливе дождеванием на светло-каштановых почвах Волго-Донского междуречья. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / О. В. Машарова. – Волгоград. – 2011. – 24 с.

5. Шенцева, Е. В. Совершенствование агротехники выращивания баклажан при капельном орошении с использованием тоннельных укрытий для получения ранней продукции. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / Е.В. Шенцева. – Саратов. – 2012. – 23 с.

6. Богданенко, М. П. Технология возделывания рассадного лука при капельном орошении в Нижнем Поволжье. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / М. П. Богданенко. – Саратов. – 2012. – 24 с.

7. Валге, А. М., Математическое моделирование урожайности многолетних трав / А. М. Валге, Э. А. Папушин, А. Н. Перекопский // Вестник Российской академии сельскохозяйственных наук. – 2013. – № 5. – С. 8–10.

8. Прошкин, В. А. Моделирование эффективности минеральных удобрений по показателям агрохимических свойств почвы / В. А. Прошкин // Агрохимия. – 2012. – № 7. – С. 16–27.