

УДК 556.13(476)

КОЛЕБАНИЯ ГОДОВОГО СТОКА ВОДЫ Р. ПРИПЯТЬ – Г. МОЗЫРЬ

А. А. Волчек

Профессор, учреждение образования «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, e-mail: Volchak@tut.by

Аннотация

В статье изложены результаты исследования устойчивости выборочных оценок статистических параметров для различных отрезков исходного временного ряда среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь за период с 1877 по 2020 гг. Рассматриваются отрезки ряда, различающиеся степенью антропогенного воздействия на сток и типом атмосферной циркуляции. Делается вывод о наличии статистически значимых изменений в динамике годового стока р. Припять в створе г. Мозырь, обусловленных как естественно-климатическими, так и антропогенными изменениями гидрологического цикла.

Ключевые слова: Припять, среднегодовой расход воды, прогнозная модель, однородность, цикличность

VARIATIONS IN ANNUAL WATER FLOW R. PRIPYAT – MOZYR

A.A. Volchak

Abstract

The article presents the results of a study of the sample estimates stability of statistical parameters for different segments of the initial time series of average annual water runoff of the Pripyat River at the Mozyr station for the period from 1877 to 2020. Segments of the series are considered, which differ in the degree of anthropogenic impact on the runoff and the type of atmospheric circulation. The conclusion is made about the presence of statistically significant changes in the dynamics of the annual runoff of the Pripyat River at the Mozyr station due to both natural-climatic and anthropogenic changes in the hydrological cycle.

Keywords: Pripyat, average annual water discharge, predictive model, homogeneity, cyclist

Введение. Рациональное использование водных ресурсов и планирование хозяйственной деятельности на перспективу невозможно без знаний закономерностей формирования водности территории, проявляемых в колебаниях речного стока, которые носят стохастический характер. Причина стохастической природы колебаний речного стока заключается в многофакторности процесса. Также важный элемент случайности связан с неполнотой представлений об этих факторах и их влиянии на изменение речного стока воды во времени.

В современной практике гидрологических и водохозяйственных расчетов используется гипотеза стационарности естественного процесса многолетних колебаний годового стока, т. е. возможности переноса режимных характеристик определенных в прошлом в будущее в их неизменном виде. Как показал опыт проектирования и эксплуатации многочисленных гидротехнических и водохозяйственных объектов, использование данного подхода является допустимым. Однако возрастающая антропогенная нагрузка, глобальное колебание климата и другие факторы уже в настоящее время по ряду рек вызвали изменение статистических параметров временных рядов, и этот процесс будет нарастать в будущем. Кроме того, предел предсказуемости стохастических моделей годового стока на основе марковской последовательности первого порядка равен одному-двум годам при обеспеченности прогноза $\leq 60\%$ [1]. Поэтому статистическая концепция описания многолетних колебаний речного стока в ее традиционной интерпретации не может быть признана перспективной при разработке методов прогнозирования стока [2].

Дальнейшим развитием концепции случайности применительно к анализу и прогнозу значений временных корреляций годового стока в многомерном пространстве вектора-предиктора является разработка многомерных эмпирико-статистических моделей с использованием уравнений множественной регрессии. Выявление закономерностей формирования стока в предшествующий период осуществляется с помощью уравнений множественной линейной регрессии, кусочно-линейных уравнений линейной регрессии, нейронных сетей и др. При этом сложной задачей является доказательство возможности распространения выявленных зависимостей на прогнозируемый период, а также прогноз самого вектора-предикта, особенно для значительного периода [2].

Материалы и методы. В изучении временных колебаний водного режима рек наиболее полную информацию можно достичь при анализе длительных временных рядов гидрологических характеристик, которые формируются с больших площадей бассейнов. Для этих целей использован временной ряд среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь (площадь водосбора 101 000 км²). Главная река Полесья является типичной трансграничной рекой Европы, протекает по территории двух государств Беларуси и Украины и определяет как водный режим региона, так его экономику. Длина исследуемого временного ряда составляет 144 года (с 1877 по 2020 гг.). Пропущенные значения стока за 1877–1881 гг. и 1941–1943 гг. рассчитаны с помощью компьютерного программного комплекса «Гидролог-2» [3, 4] с привлечением реки-аналога р. Неман – г. Гродно, по которому ранее восстановлены отсутствующие данные по стоку с использованием реки-аналога р. Неман – г. Смалининкай [5]. Одной из задач исследования являлась оценка стационарности временных рядов годового стока рек с различной степенью антропогенной нагрузки.

Многолетние колебания среднегодовых расходов воды рек (Q) рассматриваются как случайный процесс $Q(t)$ с дискретным временем $t \in T$, принимающий целые значения. В частности, значение $t=1, 2, \dots, k$ можно отнести к имеющемуся в распоряжении ряду наблюдений за k лет; значения $t=0, k-1, k-2, \dots$ относятся

к предыдущему периоду времени, а значение $t=k+1, k+2\dots$ – к следующему. Для описания процесса $Q(t)$ задействован целый набор функций: математического ожидания $m(t)=M\{Q(t)\}$ дисперсии $D(t)=D\{Q(t)\}$, среднего квадратического отклонения $\sigma(t)=\sqrt{D(t)}$, распределения вероятностей $F(x, t)=P\{Q(t)<x\}$; автокорреляционная функция $R(t, \tau)=corr\{Q(t), Q(t+\tau)\}$ и т.д. [6, 7, 8].

Оценка согласования принятой теоретической схемы с эмпирическим материалом осуществлялась с помощью статистических гипотез однородности временных рядов среднегодового стока р. Припять – г. Мозырь по стандартным параметрическим критериям Стьюдента (оценка статистики t – значимости норм) и Фишера (оценка статистики F – отношение дисперсий).

Результаты и обсуждение. На рис. 1 представлен многолетний ход среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь. На графике прослеживается некоторая цикличность колебаний: в период с 1877 по 1890 гг. наблюдается незначительный спад водности, который сменяется увеличением водности до 1913 г., далее с середины 50-х годов прошлого столетия наблюдается увеличение водности вплоть до 90-х годов прошлого столетия и сменяется спад. В 1970 и 1998 гг. наблюдались максимальные среднегодовые расходы воды за весь период наблюдений 708 и 725 м³/с соответственно. Минимальный среднегодовой расход воды наблюдался в 1954 г. и составил 142 м³/с. Надо отметить увеличение размаха колебаний, начиная с середины 50-х годов прошлого столетия.

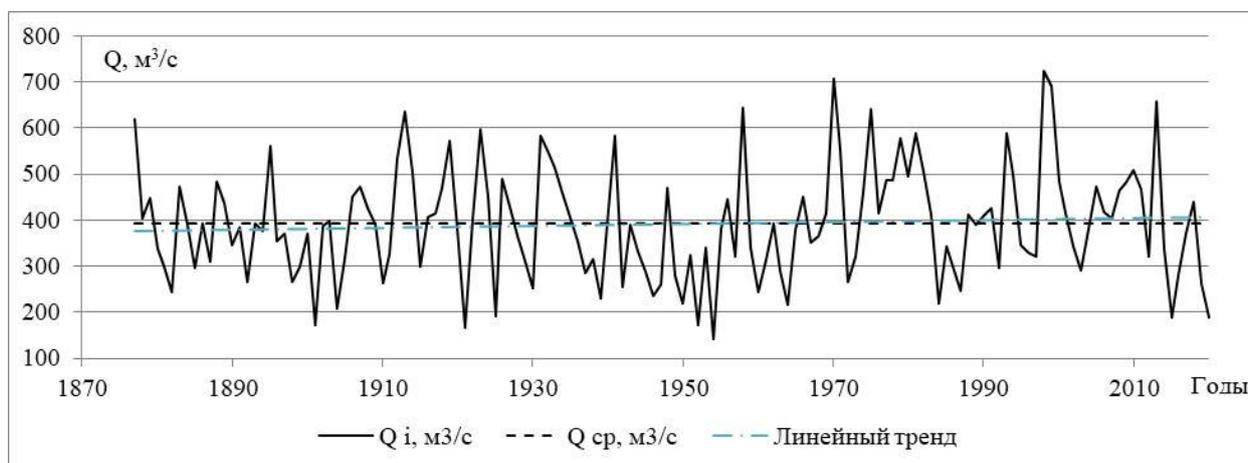


Рисунок 1 – Многолетний ход среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

В табл. 1 представлены выборочные оценки основных статистических параметров рассматриваемого временного ряда годового стока за период с 1877 по 2020 гг.

Таблица 1 – Основные статистические характеристики годового стока р. Припять в створе г. Мозырь за период 1877–2020 гг.

Норма стока, \bar{Q} , м ³ /с	Коэффициенты		
	вариации C_v	асимметрии C_s	автокорреляции $r(1)$
392	0,31	0,43	0,27

Эмпирические кривые обеспеченности соответствуют трехпараметрическому гамма-распределению при $C_s=(1 - 1,5)C_v$. Поскольку функция распределения вероятностей годового стока при таких оценках параметров незначительно отличается от функции нормального распределения, применение параметрических критериев для проверки статистических гипотез можно считать допустимым. Гистограмма, построенная для годовых расходов воды, свидетельствует, что распределение близко к нормальному (рис. 2).

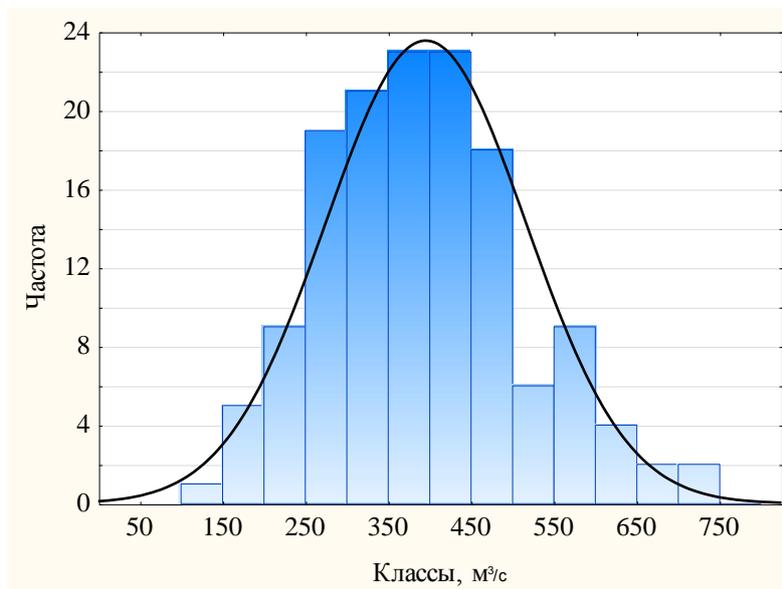


Рисунок 2 – Гистограмма распределения годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

Анализ однородности рядов стока

Рассмотрим устойчивость выборочных статистик (средних, коэффициентов вариации) при изменении периодов осреднения применительно к годовым расходам воды р. Припять у г. Мозырь за 1877–2020 гг. ($n=144$ года). Проверка на однородность среднегодового стока воды р. Припять в створе г. Мозырь по параметрическим критериям при уровне значимости $2\alpha=5\%$ дала следующие результаты: $t=0,64 < t_{кр}=1,98$ (гипотеза по значимости норм не опровергается) и $F=1,41 < F_{кр}=1,48$ (гипотеза по отношению дисперсий не опровергается), что свидетельствует об однородности временного ряда.

Для подтверждения гипотез однородности построена суммарная интегральная кривая среднегодовых расходов воды р. Припять – г. Мозырь. Как видно (рис. 3), резких переломных точек нет, что свидетельствует об отсутствии кардинальных изменений в исследуемой характеристике водного режима [8].

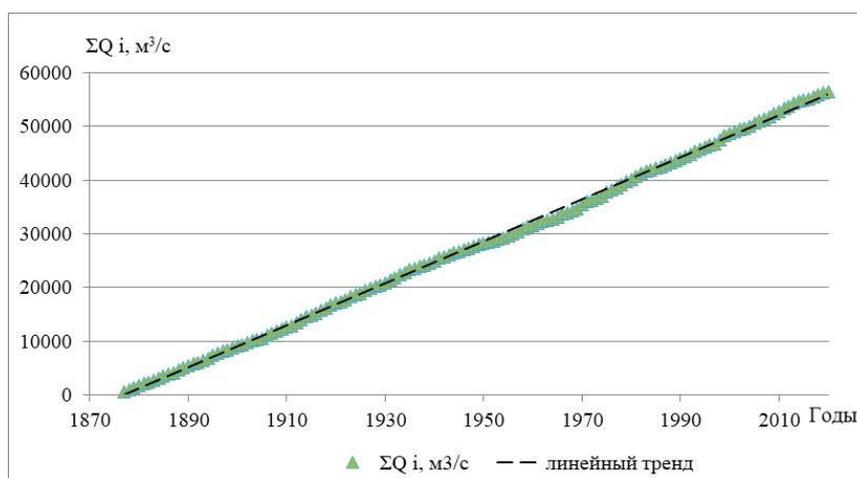


Рисунок 3 – Суммарная интегральная кривая среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

Для исследования влияния крупномасштабных мелиораций и современного потепления климата выполнен сравнительный анализ трех интервалов: 1877–1964 гг. – период минимальных антропогенных воздействий; 1965–1986 гг. – период активных мелиоративных воздействий; 1987–2020 гг. – период современного потепления. В табл. 2 приведены основные статистические параметры этих интервалов исследуемого временного ряда, а в табл. 3, приведена матрица статистических критериев Стьюдента и Фишера и их критические значения.

Таблица 2 – Основные статистические параметры среднегодовых расходов воды временного ряда р. Припять в створе г. Мозырь для различных интервалов

Период	Статистические параметры				
	N , лет	$Q_{\text{ср}}$, м ³ /с	C_v	C_s	$r(1)$
1877–1964	88	373	0,31	0,33	0,17
1965–1987	23	443	0,28	0,27	0,33
1988–2020	32	412	0,31	0,67	0,29

Таблица 3 – Статистические критерии (числитель) для различных интервалов временного ряда годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь и их критические значения (знаменатель)

Период	1965 – 1987		1988 – 2020	
	t -критерий для средних	F - критерий для дисперсий	t -критерий для средних	F - критерий для дисперсий
1877–1964	2,11/1,69	1,23/1,67	1,58/1,68	1,22/1,59
1965–1987	–	–	0,63/1,68	1,01/1,88

Примечание. Выделенные значения статистически значимы.

Анализ средних значений среднегодовых расходов воды для трех рассматриваемых периодов показывает, что нулевая гипотеза может быть принята между периодами 1877–1964 гг. и 1988–2020 гг., а также между 1965–1987 гг. и 1988–2020 гг. Для периодов 1877–1964 гг. и 1965–1987 гг. нулевая гипотеза о равенстве средних должна быть отвергнута. Это вызвано массовыми мелиорациями Полесья, когда были сброшены вековые запасы грунтовых вод, о чем и

свидетельствует наибольшие расходы воды рек (табл. 2). В тоже время нет оснований отвергать нулевую гипотезу для дисперсий. Таким образом, характер колебаний среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь является устойчивым. Различия в коэффициентах автокорреляции с использованием критериальной статистики на 5% уровне значимости [10] не установлено.

Расхождение параметров рассматриваемых периодов не позволяет считать их выборками из одной генеральной совокупности. Этот же вывод основан на сравнении оценок выборочных средних отрезков этих рядов с использованием критериев Стьюдента: различия оценок этого параметра статистически значимы. Коэффициенты автокорреляции свидетельствуют о статистически достоверной корреляции между стоком смежных лет ($r(1)=0,19$). Таким образом, при оценке нормы среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь необходимо использовать методы для разнородных выборок, приведенные в работах [8, 11].

Проверка гипотезы о независимости годового стока с помощью критерия Стьюдента показала, что она должна быть отвергнута для исходного временного ряда 1877–2020 гг. Таким образом, использование временного ряда среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь за период с 1877 по 2020 гг. в ряде случаев требует специальных методов [8, 11].

При изучении закономерностей многолетних колебаний речного стока несомненный интерес представляет совместный анализ динамики стока и обобщенных характеристик циркуляции атмосферы. В качестве последних обычно используется классификация Г. Я. Вангенгейма – А. А. Гирса, основанная на трех формах циркуляции W (западной), E (восточной) и C (меридиональной) [2]. Подробно этот вопрос для метеорологических рядов рассмотрен в монографии В. Ф. Логинова [9], где приведен их полный анализ. Поэтому в настоящей работе остановимся вкратце на связи годовых расходов р. Припять – г. Мозырь с типом атмосферной циркуляции. Как видно из табл. 4, диапазон изменения характеристик годового стока весьма значителен и крайние его значения существенно больше (меньше) аналогичных значений для n -летних периодов исходного ряда.

Таблица 4 – Основные статистические параметры годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь для различных периодов

Период	n , лет	Тип атмосферной циркуляции	Статистические параметры					
			$Q_{\text{ср}}$, м ³ /с	$\sigma_{Q_{\text{ср}}}$, м ³ /с	Cv	$r(1)$	α_{10} , лет	r
1881–1890	10	C	367	85,9	0,22	-0,13	102	0,38
1891–1928	38	W	388	114	0,29	0,16	20,9	0,20
1929–1939	11	E	387	123	0,32	0,5	-140	-0,38
1940–1948	9	C	360	117	0,33	-0,02	-153	-0,36
1949–1964	16	E+C	316	128	0,41	0,00	44,1	0,18
1965–1988	24	E	433	124	0,29	0,37	-34,1	-0,19
1989–2010	22	W	440	115	0,26	0,31	51,2	0,09
2011–2020	10	E	380	140	0,37	-0,04	-231	-0,49

Проверка гипотезы об однородности рассматриваемых параметров годового стока для периодов с разными типами циркуляции основана на использовании критериев Стьюдента и Фишера. Как показал анализ, для некоторых отрезков расхождения в параметрах существенны и могут быть признаны статистически достоверными. Подробная характеристика различий в рассматриваемых периодах приведена в табл. 5.

Таблица 5 – Статистические критерии (числитель) для различных интервалов временного ряда годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь и их критические значения (знаменатель)

Критерии	<i>t</i> -	<i>F</i>	<i>t</i> -	<i>F</i>	<i>t</i> -	<i>F</i>	<i>t</i> -	<i>F</i>
Период	1881 – 1890		1891 – 1928		1929 – 1939		1940 – 1948	
1891–1928	0,67/1,73	1,96/2,84	–	–	–	–	–	–
1929–1939	0,44/1,73	2,28/3,14	0,22/1,80	1,16/2,10	–	–	–	–
1940–1948	0,16/1,76	2,08/3,23	0,66/1,78	1,06/2,20	0,50/1,73	1,10/3,35	–	–
1949–1964	1,29/1,71	2,15/3,01	2,06/1,70	1,10/1,95	1,48/1,72	1,06/2,54	0,88/1,74	1,04/3,22
1965–1988	1,83/1,71	2,35/2,91	1,43/1,68	1,20/1,83	1,20/1,73	1,03/2,75	1,58/1,75	1,29/3,12
1989 –2010	1,93/1,71	1,99/2,93	1,69/1,68	1,02/1,85	1,20/1,73	1,14/2,32	1,74/1,75	1,04/2,2
2011– 2020	0,22/1,80	1,99/2,93	0,16/1,83	1,52/2,27	0,11/1,76	1,30/3,14	0,32/2,14	1,43/3,50
Период	1949 – 1964		1965 – 1988		1989 – 2010			
1929–1939	–	–			1,20/1,73	1,14/2,32		
1940–1948	–	–			1,74/1,75	1,04/2,42		
1949–1964	–	–	2,99/1,69	1,09/2,30	3,21/1,69	1,08/2,18		
1965–1988	3,00/1,69	1,09/2,30	–	–	0,19/1,68	1,18/2,06		
1989–2010	3,21/1,69	1,08/2,18	0,19/1,68	1,18/2,06	–	–		
2011–2020	1,10/2,18	1,36/2,74	0,96/1,80	1,27/2,44	1,09/1,80	1,49/2,49		

Примечание. Выделенные значения статистически значимы.

По математическому ожиданию статистически различимые периоды: 1881–1890 гг. (тип атмосферной циркуляции – С) и 1965–1988 гг. (Е); 1881–1890 гг. (С) и 1989–2010 гг. (W); 1891–1928 гг. (W) и 1949–1964 гг. (Е+С); 1891–1928 гг. (W) и 1989–2010 гг. (W); 1949–1964 гг. (Е+С) и 1965–1988 гг. (Е); 1949–1964 гг. (Е+С) и 1989–2010 гг. (W); 1949–1964 гг. (Е+С) и 1965–1988 гг. (Е); 1949–1964 гг. (Е+С) и 1989–2010 гг. (W). Период 1989–2010 гг. (W) является самым многогодовым периодом, поэтому он отличается от большинства других периодов, в том числе и 1891–1928 гг. (W) с аналогичным типом циркуляции. Если расположить периоды типов атмосферной циркуляции по убыванию водности годовых расходов воды р. Припять, то получается следующая картина W – Е – W – Е – Е – С – С – Е+С. Рассматриваемые участки менее разнородные по дисперсиям. Здесь наибольшая изменчивость наблюдается у периода 1949–1964 гг. (Е+С), которая статистически различима с периодом 1989–2010 гг. (W). Для остальных периодов статистически значимых различий в характере колебаний стока не установлено.

Таким образом, анализируемый ряд годовых расходов воды р. Припять – г. Мозырь неоднороден по математическому ожиданию и дисперсии.

В то же время можно полагать, что для отдельных временных периодов с преобладанием того или иного типа атмосферной циркуляции выполняются

условия стационарности. Переход же от одного состояния к другому происходит в естественных условиях под воздействием внешних климатических факторов, существенно изменяющих соотношение между осадками и испарением в пределах территории бассейна Припяти. В итоге можно сделать вывод, что многолетние колебания стока р. Припять вызваны климатическими факторами, причина которых кроется в процессах крупномасштабного влагообмена в системе океан – атмосфера – суша [2].

Анализ цикличности рядов стока

Параллельно с концепцией случайности многолетних колебаний годового стока используется концепция цикличности. Под циклическими колебаниями (циклическостью) понимается изменчивость величин временных рядов, которая имеет различную степень регулярности, при условии существования математических ожиданий параметров этих колебаний. При анализе рядов наблюдений выявление цикличности многолетних колебаний сводится к определению групп лет с повышенными и пониженными стоковыми значениями. Наиболее распространенным способом для выявления тенденций к группированию лет с относительно большими и малыми значениями стока, которые обусловлены корреляциями внутри ряда или наличием циклического тренда, заключается в графическом анализе разностной интегральной кривой (рис. 4).

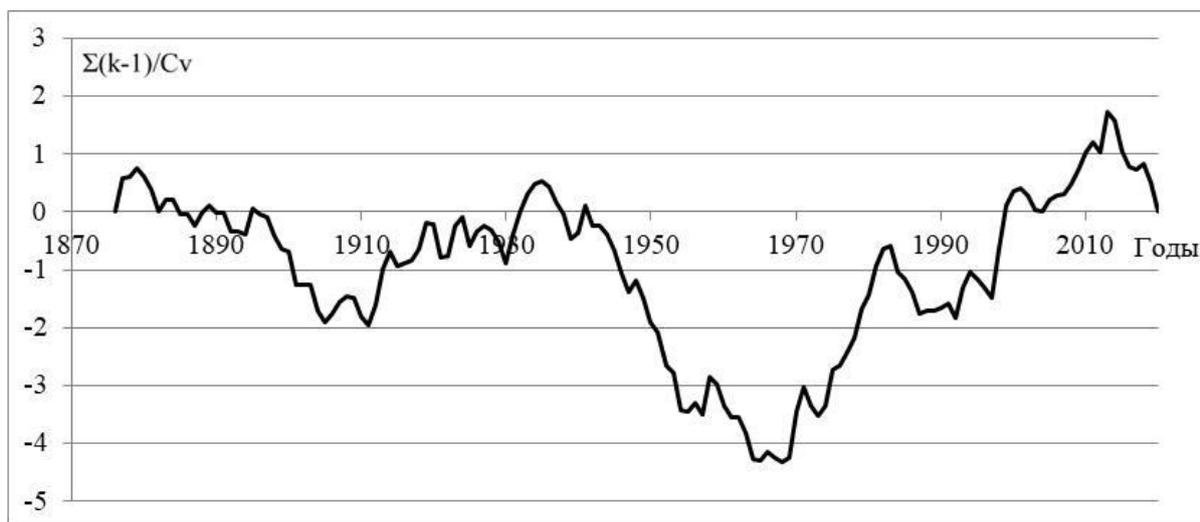


Рисунок 4 – Нормированная разностная интегральная кривая среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

Сложность в использовании циклов для прогноза стока заключается в их аперiodичности, так как фаза, амплитуда и длительность цикла меняются без видимых закономерностей. Кроме того, пока нет единого мнения о природе этих циклов: отсутствует объективная методика выделения и анализа циклов водности рек. Считается, что циклы обусловлены либо влиянием внешних (космофизических факторов), либо автоколебательными процессами в системе атмосфера – гидросфера Земли, либо естественными свойствами любой случайной последовательности.

По выборкам различной длины оценивались статистические параметры временных рядов расхода воды и исследовалась степень их изменения от выборки к выборке. Выборки строились как участки исследуемых рядов, различающиеся начальной точкой и длиной. В частности, рассматривались отрезки ряда, различающиеся степенью антропогенного воздействия на сток и типом атмосферной циркуляции. Кроме того, были определены статистические параметры для отрезков исходного ряда, полученные в результате процедуры скользящего 20-летнего, 30-летнего, 35-летнего и 50-летнего осреднения. Проверка однородности выборочных статистических параметров осуществлялась с помощью тестовых критериев Стьюдента и Фишера [12].

Как видно из рис. 5–6 крайние значения математического ожидания различных периодов осреднения имеет существенный размах. Это обусловлено маловодным периодом 30–60-ых годов прошлого столетия, что вносит во временной ряд среднегодовых расходов воды р. Припять – г. Мозырь существенные различия. Такие различия в оценках параметров свидетельствуют о применении гипотезы о нестационарности рассматриваемого временного ряда, что подтверждает проверка гипотезы об однородности рассматриваемых статистических параметров для различных периодов сглаживания, которая при доверительной вероятности 5 % расхождения в этих параметрах могут быть признаны статистически достоверными во всех рассматриваемых случаях.

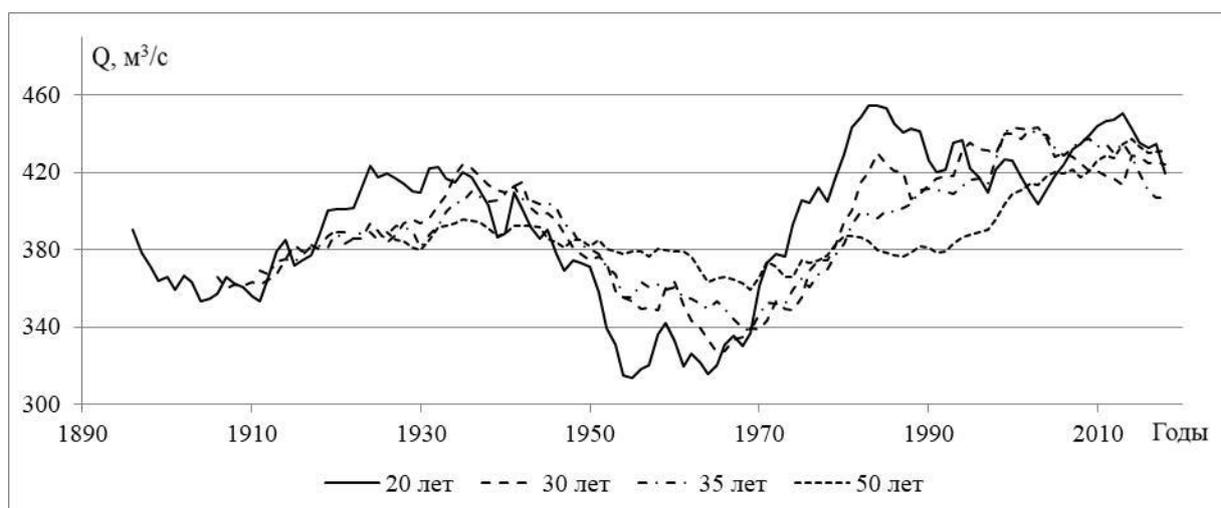


Рисунок 5 – Динамика скользящих средних за различные периоды осреднения годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

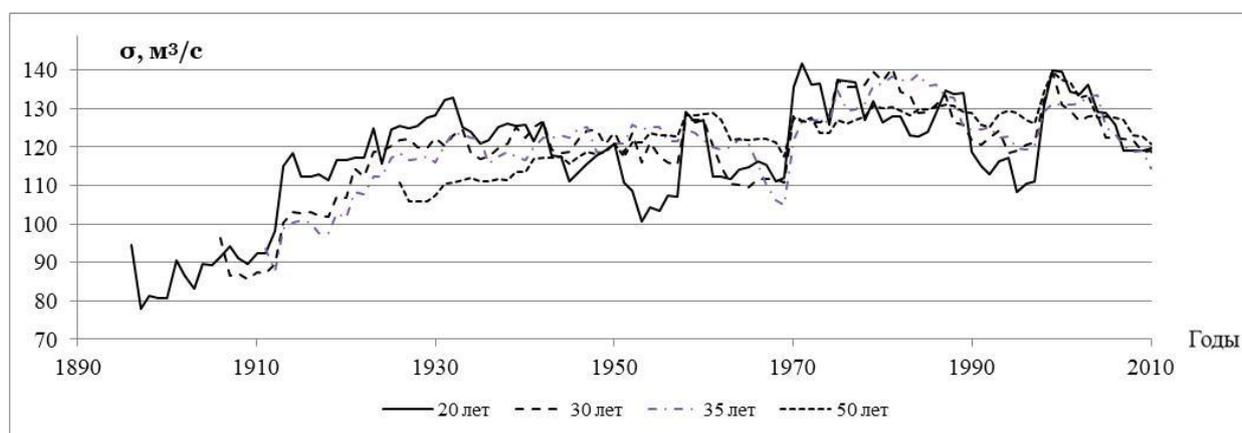


Рисунок 6 – Динамика скользящих дисперсий за различные периоды осреднения годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь

Сопоставление многолетних скользящих изменений средних и дисперсий показывает слабую синхронность в их изменениях. Наибольшая дисперсия приходится на конец прошлого–начало текущего столетия. В этот же период отмечаются и максимальные средние значения.

Проведение более тонких исследований амплитудно-частотных характеристик процесса требует применения спектрального анализа. Для обнаружения характерных ритмов, анализа их устойчивости или, наоборот, изменчивости во времени нами использована процедура спектрально-временного анализа (СВАН), который представляет спектральный анализ в скользящем временном окне. Длина окна выбирается, исходя из требований получения данных о гармониках в наиболее широком частотном диапазоне, из требуемой детальности фактического частотного состава процесса. При слишком малом окне теряется информация о низких частотах, а при большом окне СВАН-диаграмма становится слишком зарегулированной. В нашем случае величина временного окна принята 50 лет (рис. 7).

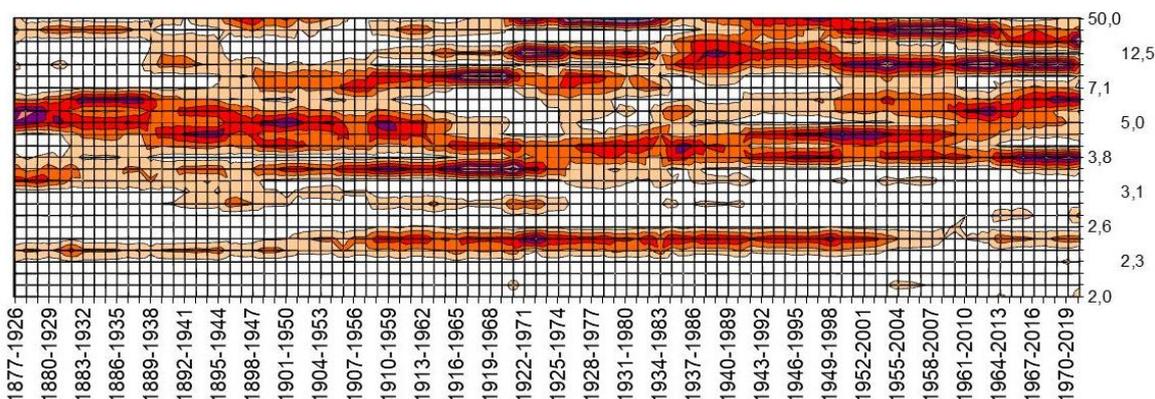


Рисунок 7 – СВАН-диаграмма годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь (длина скользящего окна – 50 лет)

Выбор такой длины временного окна диктуется методическими соображениями, поскольку она составляет примерно одну треть от длины имеющегося временного ряда, что позволяет проследить изменчивость статистических свойств, и, кроме того, она достаточно велика, чтобы усреднить влияние из-

вестных климатических факторов, например, 11-летней периодичности солнечной активности [13].

Анализ рис. 7 позволил констатировать факт наличия квазидвухлетнего цикла 3, 4, 6, 11-летнего цикла, также цикл близкий по длительности к 30-летнему (брикнеровскому).

Как показала практика применения спектральных анализов и методов отыскания скрытых периодичностей, результаты в моделях прогноза не дали положительного результата [1]. К числу слабых сторон такого подхода, помимо неустойчивости циклов, относится и возможность их физической (генетической) интерпретации. Последнее характерно и для всех методов, разработанных в рамках статистической концепции.

В связи с тем, что оба критерия дают сравнимые результаты, использование принципа цикличности (квазипериодичности) при анализе и прогнозе многолетних колебаний годового стока допустимо.

Построение прогнозных моделей

Когда тренд явно не выражен, необходимо рассматривать совместно выборочные автокорреляционную (АКФ) и частную автокорреляционную (ЧАКФ) функции данного процесса, с помощью которых определяется характер изменения годового стока рек. При этом используются следующие критерии оценки степени нестационарности процесса и выбора модели [2, 14], приведенные в табл. 6.

Таблица 6 – Критерии нестационарности процесса и выбора модели

АКФ	ЧАКФ	Вид модели
Экспоненциально затухает	Высокое значение лишь при $\tau=1$	(АР(1)) авторегрессия первого порядка
Форма затухания в виде синусоидальной волны или экспоненциально затухает	Высокое значение лишь при $\tau=1$ $\tau=2$	(АР(2)) авторегрессия второго порядка
Высокое значение при $\tau=1$, остальные значения нулевые	Экспоненциально затухает или осциллирует с изменением знака	(СС(1)) скользящее среднее первого порядка
Высокое значение при $\tau=1$ и $\tau=2$, остальные значения нулевые	Форма синусоидальной волны или экспоненциально затухает	(СС(2)) скользящее среднее второго порядка
Экспоненциально затухает, начиная с $\tau=1$ (затухание может быть монотонным или осциллирующим)	Экспоненциально затухающие значения ординат либо монотонно осциллируют	(АР СС(1)) авторегрессия и скользящее среднее первого порядка

В нашем случае АКФ и ЧАКФ имеют значительную величину при $\tau=1$, тогда как все остальные значения их ординат статистически незначимы и характеризуются чередованием положительных и отрицательных значений (рис. 6).

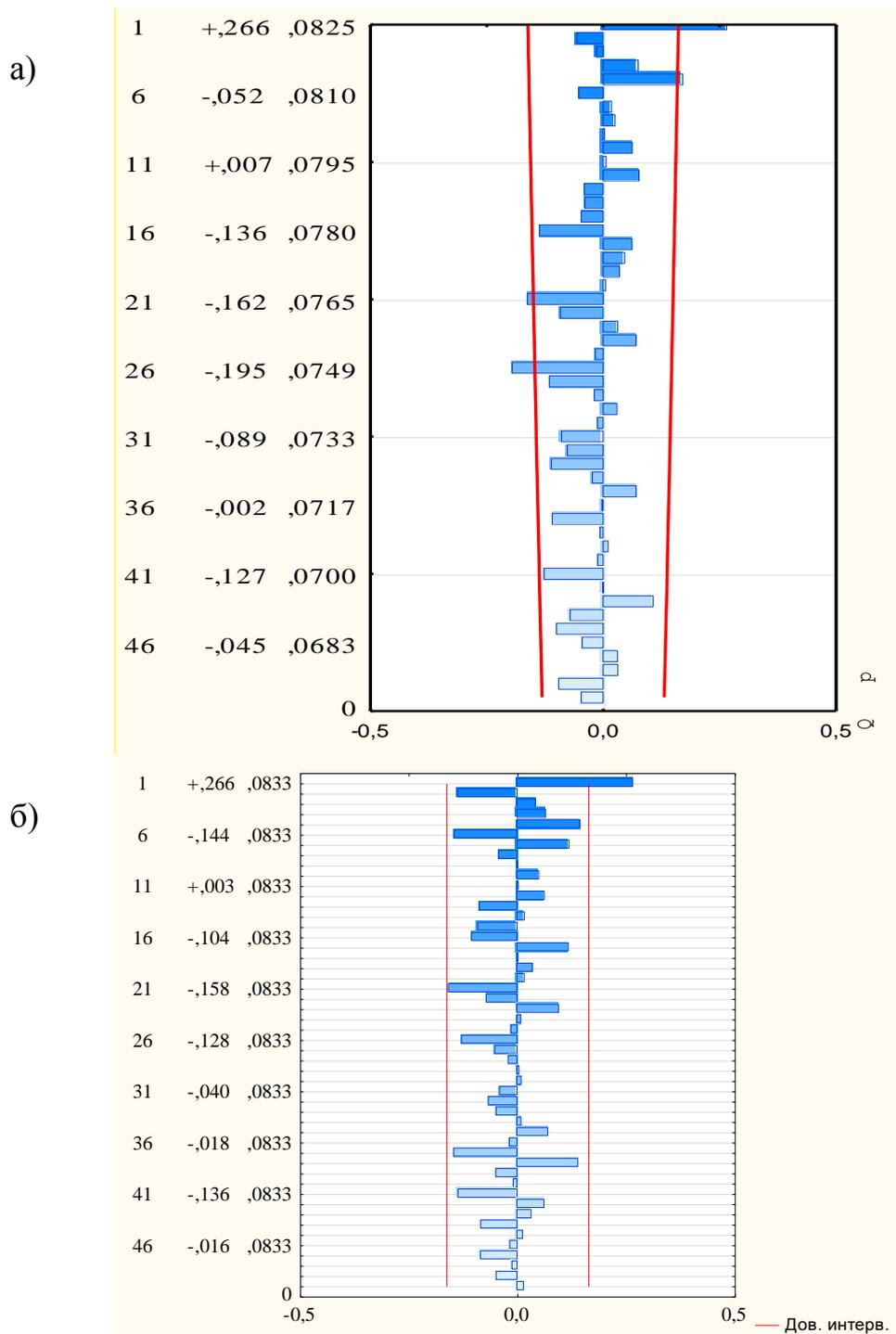


Рисунок 6 – Автокорреляционная функция (а) и частная автокорреляционная функция (б) годовых расходов воды Q . Припять в створе г. Мозырь

Следовательно, рассматриваемый процесс годового стока может быть идентифицирован моделью АР (1), следующего вида:

$$Q(t) = Q_{cp} + r(1) \cdot [Q(t-1) - Q_{cp}] + \xi(t), \quad (1)$$

где $Q(t)$ и $Q(t-1)$, $\text{м}^3/\text{с}$ – годовые расходы воды в t -й и предшествующий ему ($t-1$)-й годы; $\xi(t)$ – гауссовский «белый шум» с нулевым средним и $\sigma_{\xi} = \sigma_Q \cdot \sqrt{1-r(1)^2}$.

В соответствии с уравнением (1) для временного ряда годовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь при $r(1)=0,27$ и $Q_{cp}=392 \text{ м}^3/\text{с}$ (табл. 1), а также $\sigma_{\xi} = 117,0 \text{ м}^3/\text{с}$ и $\sigma_Q = 121,5 \text{ м}^3/\text{с}$.

$$Q(t) = 0,27 \cdot Q(t-1) + 294 + \xi(t).$$

Коэффициент корреляции между среднегодовыми расходами воды текущего года и предшествующего составляет $r=0,29 > r^T_{(141, 5\%)}=0,16$. В интервал $\pm 5\%$ попало 19,6 % всех точек; $\pm 10\%$ – 29,4 %; $\pm 15\%$ – 46,2 %; $\pm 20\%$ – 56,6 %.

Проведенная оценка степени однородности основных статистических характеристик годового стока р. Припять – г. Мозырь за почти 150-летний период позволяет сделать вывод о наличии для отдельных интервала статистически значимых изменений в динамике среднемноголетнего годового стока и его дисперсии, обусловленных естественными климатическими изменениями гидрологического цикла. Так как $Q_{cp} \neq const$ и $\sigma_{Q_{cp}} \neq const$ имеет место лишь на отдельных отрезках периода наблюдений, можно сделать вывод о квазистационарности процесса стока р. Припять в створе г. Мозырь.

Практический интерес представляет выявление закономерностей в динамике основных гидрологических характеристик: плавного возрастания или убывания (монотонный тренд), периодических изменений (циклический тренд), постоянства в течение каких-то периодов времени и резкого изменения при переходе от одного отрезка к другому (ступенчатый тренд). Все эти ситуации могут быть описаны полиномиальной аппроксимацией тренда вида [2]:

$$Q_{cp}(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i \cdot \varphi_i(t), \quad (2)$$

где $\varphi_i(t) \dots \varphi_k(t)$ – заданные функции времени; $a_0 \dots a_k$ – коэффициенты регрессии.

Функции времени могут быть либо линейными, степенными, показательными или логарифмическими при монотонном тренде либо тригонометрическими при циклическом и кусочно-постоянными при ступенчатом тренде. Во всех этих случаях параметры $a_0 \dots a_k$ оцениваются по имеющемуся ряду наблюдений $X_1 \dots X_n$.

Результаты проведенных исследований закономерностей многолетних колебаний среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь позволяют считать надежно установленным наличием определенной связи стока смежных лет. Это служит основанием для описания годовых расходов воды в виде простой цепи Маркова, т. е.

$$Q(t) = r(1) \cdot Q(t-1) + \xi(t), \quad (3)$$

где $Q(t)$ – расход воды текущего года; $Q(t-1)$ – расход воды в предшествующий год; $\xi(t)$ – независимая от Q случайная величина.

Первое слагаемое в правой части (3) можно трактовать как сток, обусловленный атмосферными осадками предшествующего года и аккумулярованный бассейном реки и сбросом их в русло в данном году. При этом случайная составляющая $\xi(t)$ в (3), очевидно, должна включать в себя и ту часть стока те-

кущего года, которая сформирована за счет осадков этого года. В результате можно записать следующие уравнения [2]:

$$Q(t) = a \cdot Q(t-1) + b \cdot W_{oc}(t) + \xi(t_1), \quad (4)$$

$$Q(t) = c \cdot W_{oc}(t-1) + d \cdot W_{oc}(t) + \xi(t_2), \quad (5)$$

где $W_{oc}(t)$ и $W_{oc}(t-1)$ – годовые осадки текущего и предшествующего годов.

Располагая временными рядами годовых значений атмосферных осадков и речного стока, коэффициенты a, b, c, d из (4) и (5) можно определить с помощью аппарата множественной регрессии. Применительно к бассейну Припяти в замыкающем створе г. Мозырь для годовых расходов воды, м³/с, получены следующие уравнения:

$$Q(t) = 0,318 \cdot Q(t-1) + 0,264 \cdot W_{oc}(t) + 117 + \xi(t_1), \quad (6)$$

$$Q(t) = 0,152 \cdot W_{oc}(t) + 0,455 \cdot W_{oc}(t-1) + 42,3 + \xi(t_2). \quad (7)$$

Коэффициент множественной корреляции между стоком и определяющими факторами для уравнения (6) составляет $R=0,42 > R^T_{(73, 5\%)}=0,231$.

Коэффициент множественной корреляции между стоком и определяющими факторами для уравнения (7) составляет $R=0,46 > R^T_{(73, 5\%)}=0,231$.

Нами предпринята попытка описать среднегодовые колебания расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь с помощью сложной модели Маркова со сдвигом: 10, 20, 30, 35 и 50 лет. В табл. 7 представлены параметры сложных моделей Маркова

Таблица 7 – Коэффициенты парной корреляции сложных моделей Маркова

Сдвиг, лет	Вектор-предикт							R				
	$Q(i-1)$	$Q(i-5)$	$Q(i-16)$	$Q(i-21)$	$Q(i-26)$	$Q(i-41)$	$Q(i-49)$	R_1	R_2			
10	0,298	0,185						0,33				
20	0,298	0,185	-0,159					0,37	0,34			
30	0,298	0,187	-0,173	-0,169	-0,234			0,43	0,38			
35	0,294	0,186	-0,169	-0,168	-0,236			0,43	0,37			
50	0,327	0,169	-0,197	-0,180	-0,227	-0,185	-0,163	0,53	0,49			
Сдвиг, лет	Количество точек попавший в интервал, %											
	до оптимизации						после оптимизации					
	$\pm 5\%$	$\pm 10\%$	15%	20%	30%	50%	$\pm 5\%$	$\pm 10\%$	15%	20%	30%	50%
10	16,4	29,1	43,3	54,5	69,4	86,6						
20	18,5	29,0	42,7	57,3	71,8	91,1	14,5	29,0	42,7	54,8	69,4	14,5
30	13,2	28,1	43,9	51,8	74,6	86,8	14,9	33,3	46,5	51,8	70,2	86,8
35	14,7	25,7	41,3	51,4	75,2	86,2	16,5	30,3	44,0	50,5	71,6	16,5
50	21,3	35,1	44,7	55,3	73,4	88,3	21,3	33,0	50,0	56,4	73,4	86,2

Примечание. R_1 – коэффициент множественной корреляции модели до оптимизации; R_2 – коэффициент множественной корреляции модели после оптимизации

Регрессионно-корреляционный анализ показал, что для построения модели оптимальным является использование матрицы среднегодовых расходов воды

р. Припять в створе г. Мозырь со смещением на 50 лет, после оптимизации значений могут использоваться векторы-предикты: $Q(t-1)$; $Q(t-16)$; $Q(t-26)$ и $Q(t-49)$, частный вид модели можно записать:

$$Q(t) = 0,348 \cdot Q(t-1) - 0,220 \cdot Q(t-16) - 0,198 \cdot Q(t-26) - 0,249 \cdot Q(t-49) + 513 + \xi(t) \quad (8)$$

Коэффициент множественной корреляции для уравнения (8) составляет $R=0,49 > R^T_{(144, 5\%)}=0,155$, при этом в интервал $\pm 5\%$ попало 21,3 % всех точек; $\pm 10\%$ – 33,0 %; $\pm 15\%$ – 50,0 %; $\pm 20\%$ – 56,4 %.

Таким образом, использование сложной цепи Маркова для прогнозирования среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь несколько улучшило прогнозные оценки. Метод требует дальнейшего совершенствования.

Заключение. Проведенная оценка степени однородности основных статистических характеристик среднегодовых расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь за почти 150 летний период можно считать условно однородным, статистически значимые изменения среднегодового стока имеют место только на отдельных интервалах, обусловленных естественно-климатическими изменениями гидрологического цикла. Нестационарность процесса многолетних колебаний среднегодового стока р. Припять можно отмечать лишь на отдельных отрезках временного ряда. При анализе закономерностей многолетних колебаний среднегодового стока рек использование методов теории случайных процессов должно сочетаться с анализом генезиса рассматриваемого процесса и определяющих его природно-хозяйственных факторов, прежде всего, климатических.

Список цитированных источников

1. Раткович, Д. Я. Многолетние колебания речного стока / Д. Я. Раткович. – Л. : Гидрометеиздат, 1976. – 255 с.
2. Исмайылов, Г. Х. Анализ многолетних колебаний годового стока Волги / Г. Х. Исмайылов, В. М. Федоров // Вод. Ресурсы. – 2001. – Т. 28. – № 5. – С. 517–525.
3. Волчек, А. А. Автоматизация гидрологических расчетов / А. А. Волчек // Водохозяйственное строительство и охрана окружающей среды : Труды международной научно-практической конференции / Брест. политехн. институт. – Биберах – Брест – Ноттингем, 1998. – С. 55–59.
4. Волчек, А. А. Пакет прикладных программ для определения расчетных характеристик речного стока / А. А. Волчек, С. И. Парфомук // Веснік Палескага дзяржаўнага ўніверсітэта. Серыя прыродазнаўчых навук. – 2009. – № 1. – С. 22–30.
5. Логинов, В. Ф. Колебания годового воды р. Неман у г. Гродно / В. Ф. Логинов, А. А. Волчек // Водные ресурсы. – 2006. – Том 33. – № 6. – С. 635–663.
6. Логинов, В.Ф. Практика применения статистических методов при анализе и прогнозе природных процессов / В. Ф. Логинов, А. А. Волчек, П. В. Шведовский. – Брест : Изд-во БГТУ, 2004. – 301 с.

7. Лукьянец, О. И. Закономерности многолетней изменчивости водного стока рек бассейна р. Припять (в пределах Украины) и прогнозные оценки их водности / О. И. Лукьянец, С. А. Москаленко // Актуальные проблемы наук о Земле: использование природных ресурсов и сохранение окружающей среды : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. Году науки в Респ. Беларусь, Брест, 25–27 сент. 2017 г. : в 2 ч. / Ин-т природопользования НАН Беларуси, Брест, гос. ун-т им. А. С. Пушкина, Брест, гос. техн. ун-т ; редкол.: А. К. Карabanов [и др.] ; науч. ред. А. К. Карabanов, М. А. Богдасаров. – Брест : БрГУ, 2017. – Ч. 1. – С. 184–188.

8. Волчек, А. А. Гидрологические расчеты : учебное пособие / А. А. Волчек. – Москва : КНОРУС, 2021. – 418 с.

9. Логинов, В. Ф. Причины и следствия климатических изменений / В. Ф. Логинов. – Минск : Наука и техника, 1992. – 319 с.

10. Поллард, Дж. Справочник по вычислительным методам статистики / Дж. Поллард // Пер. с англ. В. С. Занадворова ; под ред. и с предисл. Е. М. Четыркина. – М. : Финансы и статистика, 1982. – 344 с.

11. Болгов, М. В. Оценка погрешностей расчетных значений гидрологических характеристик при нарушении однородности рядов наблюдений / М. В. Болгов, И. А. Филиппова, А. Г. Лобанова // Метеорология и гидрология. – 2023. – № 6. – С. 57–62.

12. Христофоров, А. В. Теория случайных процессов в гидрологии / А. В. Христофоров. – М. : Из-во МГУ, 1994. – 141 с.

13. Исследование общих эффектов вариаций стока рек / А. А. Любушина, В. Ф. Писаренко, М. В. Болгова, Т. А. Рукавишников // Метеорология и гидрология. – 2003. – № 7. – С. 76–84.

14. Бокс, Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М. : Мир, 1974. – Вып. 1. – 406 с.