При решении задачи с использованием метода *максимина* осуществляется поиск и выбор минимальных по полезности значений критериев. На первом этапе в имеющуюся таблицу добавляется столбец $MINU_{ij}$, в котором и формируется результат. Затем среди минимальных значений ищется наибольшее по полезности значение критерия. Для этого строится дополнительная строка max, в которой проводится выбор максимального значения из столбца $MINU_{ij}$.

Таким образом, максимальной из существующих минимальных значений функций полезности является значение, имеющее максимальную величину по столбцу $MINU_{ij}$.

Метод *оптимизма* рассматривает описанную выше задачу по аналогичному алгоритму с той лишь разницей, что на первом этапе проводится поиск и выбор максимальных по полезности значений критерия ($MAXU_{ij}$), а на втором – среди максимальных значений выбирается наибольшее по полезности значение критерия. Т. е., с использованием стратегии оптимизма осуществляется выбор из существующих максимальных значений функции полезности максимальной по полезности.

Табличный редактор Excel позволяет оптимизировать принятие решений в управленческой деятельности, что повышает конкурентоспособность принимаемых решений ускоряя рассмотрения альтернативных вариантов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высоцкий, О. А. Теория измерения управляемости хозяйственной деятельностью предприятия / О. А. Высоцкий. – Минск : Право и экономика, 2004. – 396 с.

2. Портер, М. Е. Конкурентная стратегия: Методика анализа отраслей и конкурентов / М. Е. Портер; пер. с англ. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2005. – 454 с.

3. Фатхудинов, Р. А. Производственный менеджмент : учеб. для вузов / Р. А. Фатхудинов. – 2-е изд., доп. – М. : Бизнес-шк. «ИНТЕЛ-СИНТЕЗ», 2008. – 195 с.

Л.П. МАХНИСТ, Т.И. КАРИМОВА, В.С. РУБАНОВ, И.И. ГЛАДКИЙ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

О ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ, СВЯЗАННЫХ С МЕДИАНОЙ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУАССОНА

В работе рассматриваются числовые последовательности $x_m = e^{-m}\sum_{k=0}^{m}\frac{m^k}{k!}$ и $y_m = e^{-m}\sum_{k=0}^{m-1}\frac{m^k}{k!}$, связанные с медианой закона Пуассона – распределения вероятностей случайной величины X, принимающей целые неотрицательные значения $k = 0, 1, 2, \ldots$ с вероятностями $P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, где $\lambda > 0$ – параметр.

С помощью соотношения $x_m - x_{m-1} = \frac{1}{(m-1)!}\left(m^{m-1}e^{-m} - \int\limits_{m-1}^{m} t^{m-1}e^{-t}dt \right)$, доказано, что последовательность x_m является убывающей, и то, что последовательность y_m является возрастающей, учитывая соотношение

$$y_m - y_{m-1} = \frac{1}{(m-1)!}\left((m-1)^{m-1} e^{-m+1} - \int\limits_{m-1}^{m} t^{m-1}e^{-t}dt \right).$$

Используя формулу Стирлинга (например, в [1]), легко показать, что $\lim\limits_{m\to\infty} x_m - \lim\limits_{m\to\infty} y_m = \lim\limits_{m\to\infty} e^{-m}\frac{m^m}{m!} \le \lim\limits_{m\to\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} = 0$, и, следовательно, для последовательностей x_m и y_m выполняется $\lim\limits_{m\to\infty} x_m = \lim\limits_{m\to\infty} y_m$.

Заметим, что согласно центральной предельной теореме, при больших m гамма-распределение (распределение с плотностью вероятности $f(x) = \frac{x^{m-1}e^{-x}}{(m-1)!}$, $x \ge 0$) может быть приближено нормальным распределением $\mathrm{N}\left(a;\sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}$ с математическим ожиданием a и дисперсией σ^2 для которых $a = \sigma^2 = m$.

Следовательно, $\frac{x^{m-1}e^{-x}}{(m-1)!} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2m}}$ и выполняется $y_m = 1 - \frac{1}{(m-1)!}\int\limits_0^m t^{m-1}e^{-t}dt \approx \int\limits_0^m \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2m}}dt = 1 - \Phi\left(\sqrt{m}\right)$ при больших m, где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{u^2}{2}}du$ – интеграл вероятностей (например, в [1]).

Тогда выполняется равенство $\lim\limits_{m\to\infty} x_m = \lim\limits_{m\to\infty} y_m = 0{,}5$ и выполняются неравенства $0{,}5 < x_m \le x_1 = 2e^{-1}$ и $e^{-1} = y_1 \le y_m < 0{,}5$.

Можно доказать, что для любого целого неотрицательного числа m существует единственное решение λ_m уравнения $e^{-\lambda}\sum\limits_{k=0}^{m}\frac{\lambda^k}{k!} = 0{,}5$ относительно λ, принадлежащее интервалу $(m, m+1)$.

Заметим, что функция распределения закона Пуассона определяется соотношением $F(x) = P(X < x) = e^{-\lambda}\sum\limits_{k=0}^{\lceil x\rceil -1}\frac{\lambda^k}{k!}$, если $x > 0$, где $\lceil x \rceil$ – наименьшее целое, большее или равное x: $\lceil x \rceil = \min\left\{ n \in Z \mid n \ge x \right\}$.

Используя приведенные выше неравенства для последовательностей x_m, y_m и взаимосвязь функции распределения закона Пуассона с рассматриваемыми последовательностями, получили следующие выводы.

Если параметр λ распределения Пуассона является натуральным числом, то медиана такого распределения равна этому параметру. Если параметр λ распределения Пуассона не является натуральным числом, то медиана такого распределения равна или целой части параметра распределения $[\lambda]$, если $\lambda < \lambda_m$, или $[\lambda] = [\lambda] + 1$, если $\lambda > \lambda_m$, или принадлежит отрезку $[[\lambda], [\lambda] + 1]$, если параметр λ распределения равен $\lambda_m \in (m, m+1)$, где $[\lambda] = m$.

Легко проверить, например, следующее: медиана распределения Пуассона равна 0, если параметр распределения λ удовлетворяет неравенству $\lambda < \ln 2$, равна 1, если параметр распределения λ удовлетворяет неравенству $\ln 2 < \lambda \le 1$, и принадлежит интервалу $[0, 1]$, если параметр распределения равен $\ln 2$.

Таким образом, можно сделать следующий вывод, что медиана распределения Пуассона может быть равна целой части параметра λ распределения $[\lambda]$ или $[\lambda] = [\lambda] + 1$, если функция распределения $F(x)$ и медиана закона распределения определяются, как, например, в [2].

Можно предположить, что исследование последовательностей вида $x_m(p) = e^{-m} \sum_{k=0}^{m} \frac{(m+p)^k}{k!}$ и $y_m(p) = e^{-m} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m+p)^k}{k!}$ $(0 < p < 1)$ даст возможность получить простые формулы для медианы закона Пуассона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корн, Г. А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. А. Корн, Т. М. Корн. – М. : Наука, 1984. – 832 с.

2. Математическая энциклопедия : в 5 т. / Совет. энцикл. ; гл. ред. И. М. Виноградов. – М., 1977–1985.

Г.Л. МУРАВЬЕВ, Е.А. ЗЕНЕВИЧ, С.В. МУХОВ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

ПРОЕКТНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ

Рассматриваются особенности проектирования программно-информационных средств мобильных приложений для пользователей справочных систем оперативного доступа с функциями пространственной навигации (GPS-навигация, использование карт и т.д.). Например, системы информирования пользователей общественного транспорта о расписаниях, порядке движения и текущем состоянии на маршрутах, о рекомендуемых наилучших либо удовлетворительных маршрутах в контексте пользовательских запросов. Их отличительные черты: