

УДК 624.012.45

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, УСИЛЕННЫХ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ ВНЕШНИМ АРМИРОВАНИЕМ КОМПОЗИТНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПОД НАГРУЗКОЙ

Д. Н. Лазовский¹, С. Н. Леонович², Д. О. Глухов³, Е. Д. Лазовский⁴

¹ Д. т. н., профессор, профессор кафедры строительных конструкций УО «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», Новополоцк, Беларусь, e-mail: d.lazovski@psu.by

² Д. т. н., профессор, заведующий кафедрой строительных материалов и технологии строительства УО «Белорусский национальный технический университет», Минск, Беларусь, e-mail: sleonovich@mail.ru

³ К. т. н., доцент, ведущий инженер ООО «Softclub», Минск, Беларусь, e-mail: dzmitry.hlukhau@outlook.com

⁴ К. т. н., доцент, заведующий кафедрой строительных конструкций УО «Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой», Новополоцк, Беларусь, e-mail: y.lazouski@gmail.com

Реферат

Одним из эффективных видов дополнительного армирования при усилении железобетонных элементов является внешнее армирование композитными материалами. Известные методы расчета параметров напряженно-деформированного состояния усиленных элементов основываются на общей деформационной и блочной моделях, которые применяют отдельно без их взаимодействия. Для изгибаемых железобетонных элементов, усиленных под нагрузкой в растянутой зоне, разработана методика расчета параметров их напряженно-деформированного состояния, учитывающая особенности трещинообразования и перераспределение усилий между основной стержневой и дополнительной внешней композитной арматурой на всех стадиях работы вплоть до разрушения, которая методически объединяет обе модели. Проведены экспериментальные исследования, подтверждающие теоретические положения предложенной методики расчета прочности, трещиностойкости и деформативности железобетонных элементов, усиленных композитными материалами.

Ключевые слова: усиление железобетонных элементов, композитные материалы, моделирование напряженно-деформированного состояния, диаграммы деформирования, гипотеза плоских сечений, общая деформационная модель расчета, закон сцепления арматуры с бетоном, блочная модель расчета, методика расчета, прочность, трещиностойкость, деформативность.

MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF BENDING REINFORCED CON-CRETE ELEMENTS REINFORCED IN A TENSIONED ZONE BY EXTERNAL REINFORCEMENT WITH COMPOSITE MATERIALS UNDER LOAD

D. Lazouski, S. Leanovich, D. Glukhov, Y. Lazouski

Abstract

One of the effective types of additional reinforcement when reinforcing reinforced concrete elements is external reinforcement with composite materials. Known methods for calculating the parameters of the stress-strain state of reinforced elements are based on the general deformation and block models, which are used separately without their interaction. For bent reinforced concrete elements reinforced under load in the tension zone, a method has been developed for calculating the parameters of their stress-strain state, taking into account the characteristics of cracking and the redistribution of forces between the main rod and additional external composite reinforcement at all stages of work up to failure, which methodically combines both models. Experimental studies have been carried out confirming the theoretical provisions of the proposed method for calculating the strength, crack resistance and deformability of reinforced concrete elements reinforced with composite materials.

Keywords: strengthening of reinforced concrete elements, composite materials, modeling of the stress-strain state, deformation diagrams, hypothesis of flat sections, general deformation model of calculation, law of adhesion of reinforcement to concrete, block model of calculation, calculation method, strength, crack resistance, deformability.

Введение

Эффективное усиление эксплуатируемых изгибаемых железобетонных элементов предполагает увеличение прочности их наиболее слабой зоны (растянутой или сжатой – в пролете, зоны среза у опоры). Вероятная схема разрушения железобетонных элементов устанавливается поверочными расчетами на основе физико-механических свойств материалов и фактического технического состояния, выявленных при обследовании. В случае, когда разрушение изгибаемого железобетонного элемента начинается с растянутой зоны, в ней устанавливают дополнительную арматуру. Одним из эффективных видов дополнительного армирования является внешнее армирование композитными материалами [1]. Усиление производится наклеиванием изделий заводского изготовления в виде ламинатов или послойное наклеивание холстов, сеток и др. адгезивами с образованием многослойного композитного материала [2]. Внешнее армирование

железобетонных элементов композитными материалами позволяет не только увеличить их прочность, но и повысить их трещиностойкость и жесткость, а также долговечность.

Моделирование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов, усиленных композитными материалами, согласно [2] следует производить на основе общей деформационной модели с применением гипотезы плоских сечений для распределения относительных деформаций по поперечному сечению и диаграмм деформирования бетона и арматуры. При усилении железобетонных элементов дополнительный композитный материал, воспринимающий растягивающие усилия при включении в совместную работу, имеет физико-механические характеристики, которые отражают его диаграмма деформирования. Но при усилении железобетонных элементов под нагрузкой или после разрушения в момент времени объединения с дополнительной композитной арматурой в одну конструкцию уже имеют

определенное напряженно-деформированное состояние. Фактически усиленная конструкция становится многокомпонентной, состоящей из основной части, находящейся в определенном напряженно-деформированном состоянии, и дополнительной части (композитной арматуры) – в первоначальном состоянии. Гипотеза плоских сечений для относительных деформаций усиленных железобетонных элементов не выполняется, поскольку при усилении в основной части поперечного сечения уже имеются определенные (остаточные) деформации от воздействия нагрузки (разгрузки) [3].

В нормативном документе [2] указывается на необходимость учета начального напряженно-деформированного состояния железобетонной конструкции перед усилением. В упрощенной постановке это требование для изгибаемых железобетонных элементов предложено осуществлять вычислением относительных деформаций существующей арматуры и наиболее сжатой фибры бетона, которые затем учитываются при вычислении, исходя из гипотезы плоских сечений, напряжения во внешней арматуре из композитного материала для случая переармированного элемента. В нелинейной деформационной модели в [2] на первом этапе расчета железобетонного элемента перед его усилением вычисляют относительные деформации растянутой грани, со стороны которой затем будет установлена внешняя композитная арматура; на втором этапе – в расчете учитывают дополнительную композитную арматуру, а начальные относительные деформации, вычисленные на первом этапе расчета, уменьшают значения предельных относительных деформаций бетона при сжатии и растяжении, а также увеличивают значения предельных относительных деформаций дополнительной композитной арматуры, включаемой в совместную работу после усиления элемента. Следует отметить, что в такой постановке предельное значение относительных деформаций бетона и арматуры будет зависеть от положения фибры бетона или арматуры по высоте поперечного сечения и от нагрузки при усилении. Более универсально выглядит предложение [3], в котором относительные деформации бетона и арматуры на первом этапе расчета (перед усилением) вычисляются для всех элементарных площадок расчетного поперечного сечения и затем используются на втором этапе расчета (после усиления) без ограничения относительных деформаций бетона при сжатии и ограничением относительных деформаций бетона и арматуры при растяжении.

Кроме того, в п. 6.1.5 [2] указывается, что в случае усиления под нагрузкой, превышающей 65 % расчетной величины, расчетные характеристики бетона и существующей арматуры следует умножать на понижающий коэффициент условий работы, равный 0,9. Содержание названного пункта [2] входит в противоречие с п. 6.28 [4], в котором в выше обозначенных условиях предлагается использовать понижающий коэффициент условий работы, равный 0,9, для бетона и

арматуры усиления. В соответствии с положением п. 6.28 [4] было разработано Пособие [5].

Цель работы: для изгибаемых железобетонных элементов, усиленных под нагрузкой в растянутой зоне, разработать методику расчета параметров их напряженно-деформированного состояния, учитывающую особенности трещинообразования и перераспределение усилий между основной стержневой и дополнительной внешней композитной арматурой на всех стадиях работы вплоть до разрушения.

Напряженно-деформированное состояние изгибаемых железобетонных элементов, усиленных под нагрузкой

Аналогично [2] расчет параметров напряженно-деформированного состояния изгибаемых железобетонных элементов, усиленных внешним композитным армированием, производится в два этапа. На первом этапе расчета система уравнений общей деформационной модели для расчетного поперечного сечения изгибаемого в одной плоскости железобетонного элемента, состоящая из уравнений равновесия и условия совместности деформаций, описывающего положение плоскости распределения деформаций по поперечному сечению в соответствии с гипотезой плоских сечений, имеет вид:

$$\begin{cases} \int \sigma_{c,s} A_{c,s} (y_{c,s} - y_0) dy = M \\ \int \sigma_{c,s} A_{c,s} dy = 0 \\ \varepsilon_{c,s}^I = \frac{1}{r} (y_{c,s} - y_0) \end{cases}, \quad (1)$$

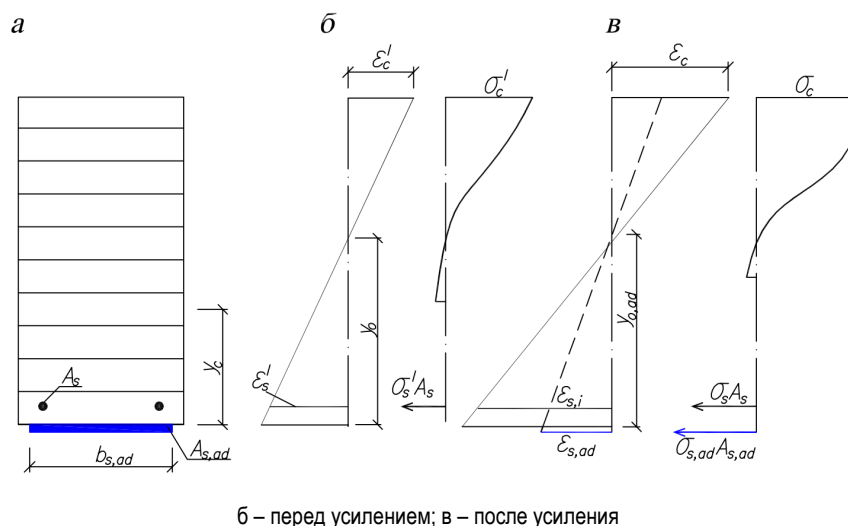
где $\sigma_{c,s}$ и M – нормальные напряжения в элементарной площадке бетона или арматуры и изгибающий момент от внешних воздействий при усилении элемента; $\varepsilon_{c,s}^I$ и $\frac{1}{r}$ – относительная деформация в элементарной площадке бетона или арматуры и кривизна элемента в рассматриваемом поперечном сечении при усилении элемента; $A_{c,s}$ – площадь поперечного сечения элементарной площадки бетона или арматуры железобетонного элемента.

На втором этапе расчета с учетом наличия основной части усиленного элемента и дополнительной композитной арматуры с жестким контактом между ними, условий равновесия усилий и условий совместности деформирования для усиленного поперечного сечения уравнения напряженно-деформированного состояния изгибаемого железобетонного элемента, усиленного внешним композитным армированием, имеют вид:

$$\begin{cases} \int \sigma_{c,s} A_{c,s} (y_{c,s} - y_{0,ad}) dy + \sigma_{s,ad} A_{s,ad} (y_{s,ad} - y_{0,ad}) dy = M + \Delta M \\ \int \sigma_{c,s} A_{c,s} dy + \sigma_{s,ad} A_{s,ad} dy = 0 \\ \varepsilon_{c,s} = \varepsilon_{c,s}^I + \frac{1}{r_{ad}} (y_{c,s} - y_{0,ad}) \\ \varepsilon_{s,ad} = \frac{1}{r_{ad}} (y_{s,ad} - y_{0,ad}) \end{cases}, \quad (2)$$

где $\sigma_{s,ad}$ и ΔM – нормальные напряжения композитной арматуре и приращение изгибающего момента от внешних воздействий после усиления элемента; $A_{s,ad}$ – площадь поперечного сечения дополнительной композитной арматуры усиленного железобетонного элемента; $\varepsilon_{s,ad}$ – относительная деформация в композитной арматуре в рассматриваемом поперечном сечении после усиления элемента; $\frac{1}{r_{ad}}$ – кривизна усиленного элемента в рассматриваемом поперечном сечении от действия ΔM .

С учетом аппроксимаций диаграмм деформирования для бетона, стержневой и композитной арматуры усиленного элемента вычисляются относительные деформации и напряжения в элементарных площадках. Процесс итераций продолжается до получения заданной точности вычисления в условиях равновесия усилий (2). Схема распределения относительных деформаций и напряжений в поперечном сечении изгибаемого железобетонного элемента, усиленного в растянутой зоне внешним композитным армированием, приведена на рисунке 1.



б – перед усилением; в – после усиления

Рисунок 1 – Расчетное поперечное сечение изгибаемого железобетонного элемента, усиленного внешним композитным армированием в растянутой зоне (а) и распределение относительных деформаций и напряжений

При необходимости вычисления изгибающего момента, соответствующего несущей способности усиленного элемента, приращение изгибающего момента ΔM ступенчато увеличивается. Максимальное значение изгибающего момента $(M + \Delta M)$ от внешней нагрузки, при котором выполняются условия (2), соответствует несущей способности усиленного элемента $M_{u,ad}$.

Трещиностойкость усиленных железобетонных элементов

Трещиностойкость железобетонных элементов характеризуется процессами образования и раскрытия трещин. Определяющими параметрами при этом соответственно являются величина изгибающего момента образования трещин и ширина их раскрытия в процессе нагружения.

Железобетонные элементы, усиленные под нагрузкой, имеют специфические особенности трещинообразования, заключающиеся в том, что усиливаемая и усиливающая части элемента находятся в различных состояниях. Усиливаемая часть в рассматриваемый период времени может уже иметь трещины нормального отрыва в растянутой зоне. Кроме того, при инъектировании трещин усиливаемой части железобетонного элемента бетон начинает снова работать на растяжение. В зависимости от уровня напряжений в арматуре и характера действующей нагрузки предполагается различная степень потери сцепления арматуры с бетоном растянутой зоны на длине между трещинами.

В связи со спецификой работы изгибаемых железобетонных элементов, усиленных внешним армированием композитными материалами, следует различать изгибающий момент M_{cr} , соответствующий появлению трещин до усиления и после усиления $(M + \Delta M)_{cr}$. Значение изгибающего момента появления трещин до усиления устанавливается расчетом по методу последовательных нагружений по уравнениям напряженно-деформированного состояния (1), а после усиления – по уравнениям (2). Для изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием, целесообразно принять в качестве критерия образования трещин нормального отрыва, предельные относительные деформации крайнего растянутого волокна, в отличие от элементов, армированных только стержневой арматурой, для которых критерий образования трещин принимают на уровне центра тяжести арматуры [6]. При расчете изгибаемых железобетонных элементов диаграмма растяжения стержневой и композитной арматуры до пересечения ее трещиной принимается как “свободной” арматуры, а после пересечения – как трансформированная с учетом работы растянутого бетона между трещинами [7].

При инъектировании трещин под нагрузкой полимерными составами (с условием их надежной адгезии с бетоном) на участке, прилегающем к трещине, приращение изгибающего момента после инъектирования до появления новых трещин больше изгибающего момента образования исходных трещин (рисунок 2). Эффект усиливается с увеличением напряжений в арматуре при инъектировании и времени их выдерживания до инъектирования. Это объясняется нарушением сцепления арматуры с бетоном на участках между трещинами. Если адгезия полимерного состава к бетону меньше его прочности при растяжении в железобетонных элементах с инъектированными трещинами новые трещины появляются как продолжение исходных или в непосредственной близости от инъектированных.

В случае инъектирования исходных трещин под нагрузкой изгибаемых железобетонных элементов при расчете на втором этапе принимается исходная диаграмма деформирования бетона при растяжении с относительными деформациями, равными их приращению после инъектирования трещин. При этом значение нормальных напряжений бетона ограничивается величиной, характеризующей прочность адгезии полимерного состава с бетоном f_{bm} . Для аналитического описания при выполнении нелинейных расчетов конструкций диаграмма деформирования бетона усиления при осевом кратковременном растяжении принимается криволинейного очертания с ниспадающей ветвью [8, 9, 10], (рисунок 2).

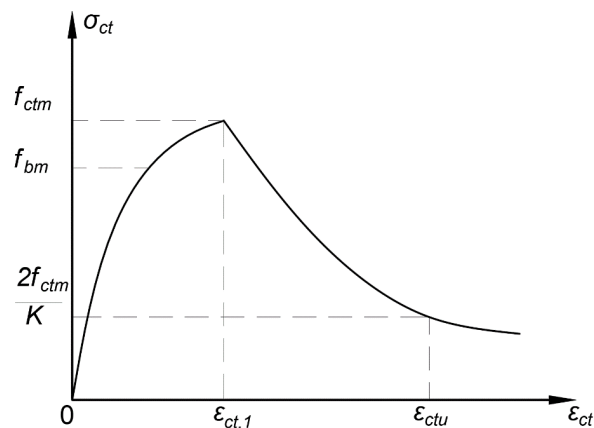


Рисунок 2 – Диаграмма деформирования бетона при растяжении железобетонных элементов с инъектированными трещинами

Восходящая ветвь диаграммы бетона усиления при растяжении описывается следующей зависимостью:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Для описания нисходящей ветви (рисунок 9.1) принимается следующая зависимость:

$$\sigma_{ct} = \frac{f_{ctm} \varepsilon_{ct1}}{\varepsilon_{ct}} = \frac{2f_{ctm} \varepsilon_{ctu}}{K \varepsilon_{ct}} = \frac{2f_{c,cube} \varepsilon_{ctu}}{K^2 \varepsilon_{ct}}, \quad (4)$$

где $f_{c,cube}$ – прочность бетона на сжатие, определяемая на кубках;

f_{ct} – прочность бетона на растяжение (напряжение в верхней точке диаграммы деформирования);

K – отношение прочности бетона на сжатие к прочности бетона на растяжение;

$$\varepsilon_{ct,1} = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_{ct}} \text{ – значение относительной деформации в пи-}$$

ковой точке диаграммы деформирования;

$$\varepsilon_{ctu} = \frac{K \cdot \varepsilon_{ct1}}{2} \text{ – предельная растяжимость бетона;}$$

E_{ct} – начальный модуль упругости бетона при растяжении.

Значения коэффициента K и модуля упругости E_{ct} определяют по формулам:

$$K = 6,4 + 0,1223 \cdot f_{cm}; \quad (5)$$

$$E_{ct} = \frac{10^7 \cdot f_{ctm}}{750 + 81,55 \cdot f_{ctm}}. \quad (6)$$

где f_{cm} – средняя прочность на осевое сжатие бетона, МПа;
 f_{ctm} – средняя прочность на осевое растяжение бетона, МПа.

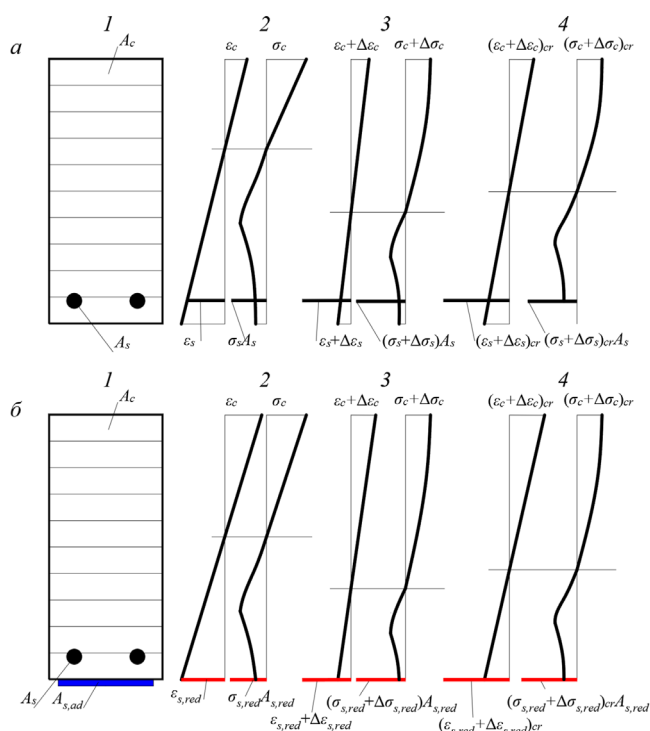
В изгибаемом железобетонном элементе до появления трещин в бетоне сопротивление растяжению оказывает бетон и продольная арматура. Относительные деформации растянутого бетона и арматуры благодаря сцеплению между ними равны между собой. С увеличением нагрузки в зоне максимальных изгибающих моментов на наиболее ослабленных участках (вследствие неоднородности структуры бетона и изменчивости его сопротивления) растягивающие относительные деформации в бетоне приближаются к предельным и появляются трещины. В сечении с трещиной и вблизи него сцепление нарушается, растягивающие усилия воспринимаются арматурой. После образования трещины напряжения (относительные деформации) по краям трещины в бетоне становятся равными нулю, и возникает разность относительных деформаций бетона и арматуры $\Delta\varepsilon$. В соответствии с законом сцепления эта разность деформаций по мере удаления от трещины уменьшается до нуля или до области, где относительные деформации в бетоне на уровне центра тяжести арматуры достигают предельных значений на растяжение и появляются смеж-

ные трещины. Разность относительных деформаций бетона и арматуры после передачи напряжений с бетона определяет в арматуре дополнительное напряжение. Величина дополнительного напряжения изменяется по длине растянутого бетонного блока в зависимости от его значения в поперечном сечении с трещиной и значения взаимного сдвига арматуры и бетона. Дополнительное напряжение в арматуре, обусловленное возникшей разностью относительных деформаций между растянутой арматурой и бетоном, приводит к новому равновесному состоянию поперечного сечения. При этом изгибающий момент от внешней нагрузки в поперечном сечении непосредственно перед и после образования трещины нормального отрыва практически не изменяется. В отличие от центрально растянутых в изгибаемых железобетонных элементах этот переход в поперечном сечении, связанный с образованием трещины нормального отрыва, происходит более плавно. В [9] это явление называется «дополнительным состоянием», в [10] – «погашением обжатия в бетоне». В деформационной модели влияние дополнительного напряжения в арматуре учитывают, задавая соответствующее дополнительное напряжение (относительные деформации) арматурным стержням (аналогично моделированию предварительного напряжения арматуры [7]) (рисунок 3). Вычислив дополнительные относительные деформации (напряжения) в арматуре по длине участка ее сдвига в бетоне растянутой зоны, учитывая, согласно деформационной модели, новое равновесное состояние любого поперечного сечения (в том числе и сечения с трещиной), устанавливается соответствие распределения относительных деформаций бетона и арматуры по высоте поперечных сечений в соответствии с гипотезой плоских сечений.

Блочная расчетная модель изгибаемого железобетонного элемента, усиленного внешним армированием композитными материалами

Описывает параметры напряженно-деформированного состояния железобетона между трещинами [11–15]. Исходными данными, кроме характеристик бетона, стержневой и композитной арматуры, являются напряжения (относительные деформации) в основной σ_s и дополнительной арматуре $\sigma_{s,ad}$ в поперечном сечении с трещиной, вычисленные при заданном изгибающем моменте M или $(M + \Delta M)$ соответственно по уравнениям (1) или (2).

Основными предпосылками модели применительно к изгибаемому элементу, усиленному в растянутой зоне внешним композитным армированием, являются [6]: изгибаемый железобетонный элемент – совокупность железобетонных блоков, разделенных в растянутой зоне трещинами нормального отрыва и связанных между собой бетоном сжатой зоны и растянутой арматурой (стальной стержневой и композитной плоской); арматура и бетон растянутой зоны работают совместно в соответствии с законами сцепления [16, 17], устанавливающими зависимость касательных напряжений по площади контакта стержневой арматуры диаметром \varnothing и внешней композитной арматуры толщиной t_{ad} с бетоном от их взаимного сдвига $\tau(s)$ и $\tau_{ad}(s_{ad})$; напряжения в бетоне растянутой зоны распределяются равномерно по эффективной площади $A_{c,eff}$. Для любого поперечного сечения блока суммарное усилие N в растянутом бетоне N_c , стержневой арматуре N_s и композитной арматуре $N_{s,ad}$ постоянно на всей длине блока.



а) модель поперечного сечения элемента; б) относительные деформации и напряжения перед образованием трещины; в) после приложения дополнительной относительной деформации (напряжения) от взаимного сдвига бетона и арматуры; г) после образования трещины

Рисунок 3 – Моделирование влияния дополнительного напряжения в арматуре на равновесное состояние участка бетонного блока изгибаемого элемента без трещины (1 – до усиления; 2 – после усиления внешним композитным армированием)

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} S_{s,red} = \varepsilon_{s,red}(\sigma_s, \sigma_{s,ad}) - \varepsilon_{ct} \left(\frac{N - \sigma_s A_s - \sigma_{s,ad} A_{s,ad}}{A_{c,eff}} \right) \\ \frac{d}{dx} \sigma_s = \frac{4}{\phi} \cdot \tau(s) \\ \frac{d}{dx} \sigma_{s,ad} = \frac{\tau_{ad}(s_{ad})}{t_{ad}} \end{cases} \quad (8)$$

Относительные деформации приведенного армирования $\varepsilon_{s,red}$, состоящего из стальной стержневой и внешней композитной арматуры, на уровне наиболее растянутой грани изгибаемого железобетонного элемента, используемые в системе уравнений (8), вычисляются по формуле

$$\varepsilon_{s,red}(\sigma_s, \sigma_{s,ad}) = \frac{(\sigma_s A_s + \sigma_{s,ad} A_{s,ad})^2}{(\sigma_s A_s E_s + \sigma_{s,ad} A_{s,ad} E_{s,ad}) A_{s,red}} \quad (9)$$

где

$$A_{s,red} = \frac{A_s E_s (y_s - y_{0,ad}) + A_{s,ad} E_{s,ad} (y_{s,ad} - y_{0,ad})}{E_s (y_s - y_{0,ad}) + E_{s,ad} (y_{s,ad} - y_{0,ad})} \quad (10)$$

Распределение относительных деформаций растянутого бетона и арматуры исходного (до усиления) изгибаемого элемента по длине бетонного блока описывается системой уравнений (решается последовательными приближениями метода конечных разностей (рисунок 4)).

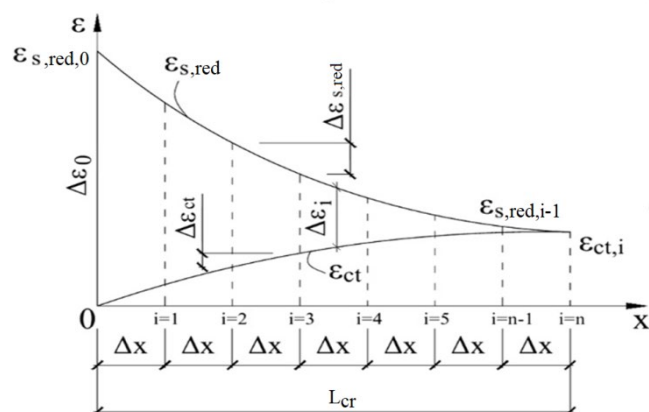


Рисунок 4 – Распределение относительных деформаций бетона и арматуры в железобетонном блоке со стороны трещины изгибаемого железобетонного элемента, усиленного в растянутой зоне внешним композитным армированием

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} S = \varepsilon_s(\sigma_s) - \varepsilon_{ct} \left(\frac{N - \sigma_s \cdot A_s}{A_{c,eff}} \right) \\ \frac{d}{dx} \sigma_s = \frac{4}{\phi} \cdot \tau(s) \end{cases} \quad (7)$$

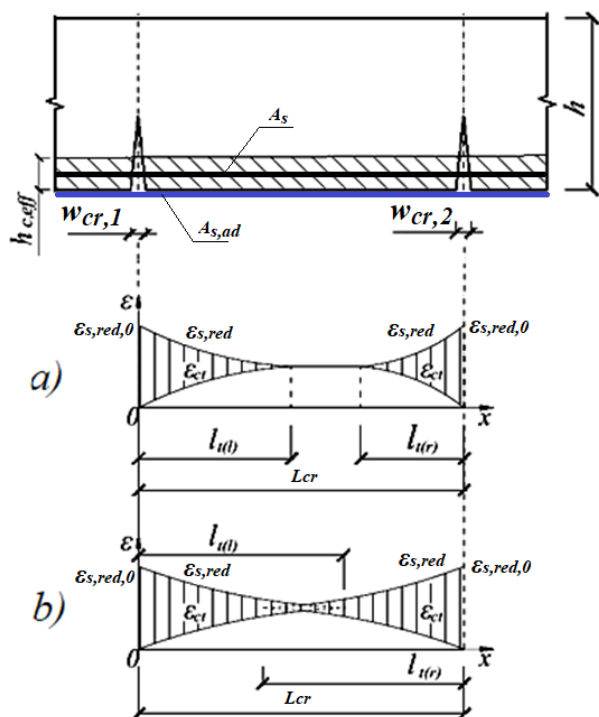
После усиления изгибаемого элемента система уравнений для распределения относительных деформаций растянутого бетона и приведенной арматуры по длине блока имеет вид (рисунок 5)).

Возможны следующие стадии трещинообразования в работе изгибаемого железобетонного элемента, усиленного в растянутой зоне внешним композитным армированием, под нагрузкой: первая – неустановившегося трещинообразования, когда при увеличении изгибающего момента по длине исходного железобетонного элемента появляются трещины нормального отрыва; вторая – установившегося трещинообразования, когда количество трещин практически не увеличивается (происходит перераспределение усилий между арматурой и бетоном по длине железобетонного блока в соответствии с взаимными сдвигами из-за нарушения сцепления).

На первой стадии трещинообразования в железобетонном блоке относительные деформации бетона не превышают значений предельной растяжимости бетона, т. е. зоны сдвигов (перераспределения) со стороны двух смежных трещин не перекрываются (рисунок 5а). При увеличении изгибающего момента относительные деформации бетона на уровне центра тяжести арматуры в зоне совместного деформирования достигают значений

$\varepsilon_{ctm,u}$, происходит деление новыми трещинами нормального отрыва на более мелкие железобетонные блоки.

На второй стадии трещинообразования по всей длине железобетонного блока относительные деформации бетона на уровне центра тяжести арматуры $\varepsilon_{ctm} \leq \varepsilon_{ctm,u}$, т. е. зоны перераспределения двух смежных трещин перекрываются (рисунок 5б). При увеличении изгибающего момента от внешней нагрузки происходят взаимные сдвиги арматуры и бетона (что проявляется в раскрытии трещин) и перераспределение усилий с бетона на арматуру.



а – на первой стадии трещинообразования;
б – на второй стадия трещинообразования

Рисунок 5 – Распределение относительных деформаций бетона и арматуры по длине железобетонного блока изгибаемого элемента после усиления внешним композитным армированием

$$(EI)_i = \left[\sum E_{c,s} A_{c,s} (y_{c,s} - y_{0,ad})^2 \right]_i + [E_{s,ad} A_{s,ad} (y_{s,ad} - y_{0,ad})^2]_i + \left[\sum E_{c,s} A_{c,s} (y_{c,s} - y_{0,ad})^2 \right]_{i+1} + [E_{s,ad} A_{s,ad} (y_{s,ad} - y_{0,ad})^2]_{i+1} / 2 \quad (12)$$

Экспериментальная проверка

Экспериментально-теоретическое исследование изгибаемых железобетонных конструкций, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием под нагрузкой увеличением поперечного сечения в растянутой зоне, включало испытание опытных балок и расчеты на основе разработанной методики.

Общий объем эксперимента включал в себя испытания 6 опытных балок размером 80 x 160 x 1500 мм прямоугольного поперечного сечения. Размеры опытных балок определялись мощностью имеющихся пружинных установок для создания длительной нагрузки, имитирующей нагрузку при усилении. Опытные балки были усилены приклеиванием композитного материала в виде холстов из стеклоткани к растянутой грани. Кроме того, для сопоставления была предусмотрена балка (БЭ-1-3), которая испытывалась без усиления.

После усиления изгибаемого элемента (при отсутствии трещин нормального отрыва в момент времени включения в совместную работу внешнего композитного армирования) в перераспределении усилий между бетоном растянутой зоны и арматурой принимает участие дополнительная внешняя композитная арматура. Степень ее участия определяется ее геометрическими параметрами (шириной b_{ad} , толщиной t_{ad}), модулем деформаций $E_{s,ad}$ и законом сцепления с бетоном $\tau_{ad}(s_{ad})$ [16-21]. Дополнительное напряжение в арматуре, обусловленное возникшей разностью относительных деформаций между растянутой приведенной арматурой и бетоном, прикладывается на уровне наиболее растянутой грани изгибаемого элемента, к которой приклеена внешняя композитная арматура (рисунок 4б).

После усиления изгибаемого элемента при наличии трещин нормального отрыва (без их инъектирования в процессе усиления) имеющиеся трещины продолжают развиваться аналогично первой и второй стадиям трещинообразования исходного изгибаемого железобетонного элемента.

Ширина раскрытия трещины нормального отрыва вычисляется как сумма взаимных смещений $S(x)$ стержневой арматуры и растянутого бетона (на уровне ее центра тяжести) в смежных железобетонных блоках по длине зон перераспределения l_t слева (l) и справа (r) от краев трещины:

$$w = \int_{-l_t(l)}^{l_t(r)} s(x) dx = \int_{-l_t(l)}^{l_t(r)} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x)] dx. \quad (11)$$

Коэффициент ψ_s , учитывающий влияние растянутого бетона железобетонного блока между трещинами на работу арматуры (для трансформирования ее диаграммы деформирования после появления трещин), может быть вычислен как отношение площади эпюры напряжений арматуры на его длине к площади трапециевидной эпюры с ординатами-напряжениями в поперечных сечениях с трещинами по концам железобетонного блока.

Вычисление жесткости участка по длине изгибаемого железобетонного элемента с трещинами для вычисления прогибов производится с учетом работы растянутого бетона как среднее значение суммы жесткостей элементарных площадок бетона и арматуры по границам участка:

Опытные балки изготавливали из обычного бетона, прочностные и деформационные характеристики которого определяли при испытании специальных образцов (призм, балочек).

В качестве рабочей продольной арматуры опытных балок использовалась горячекатаная стержневая арматура периодического профиля диаметром 12 мм ($A_s=112.8 \text{ мм}^2$). Дополнительное армирование при усилении растянутой зоны опытных балок было принято из 2-х или 3-х слоев стеклоткани СТ-13 на эпоксидном клее. Степень армирования опытных балок, приведенная к расчетному сопротивлению арматуры основной конструкции, до усиления и после усиления соответственно составляла 1.01 % и 1.1 % (при двухслойном стеклопластике), 1.18 % (при трехслойном стеклопластике).

Прочностные и деформационные характеристики стержневой арматуры и стеклопластика (по методике [22]) балок определялись испытанием на растяжение и составляли: $\sigma_y = 673 \text{ МПа}$,

$\sigma_u = 747$ МПа, $E_s = 2.01.105$ МПа; для стеклопластика из 2-х слоев стеклоткани - $N_{u,ad} = 92$ Н/мм, $E_{s,ad} = 3.65.104$ МПа; для стеклопластика из 3-х слоев стеклоткани - $N_{u,ad} = 164$ Н/мм, $E_{s,ad} = 3.9.104$ МПа.

Совместная работа дополнительной композитной арматуры в растянутой зоне усиливаемых опытных балок обеспечивалась путем приклеивания к подготовленной поверхности растянутой грани балок.

В качестве варьируемых факторов были приняты: относительный изгибающий момент от статической нагрузки в момент усиления M/M_u (0; 0.24; 0.7; 0.9) (значения M_u , определялись расчетом по

фактическим характеристикам опытных балок) и количество слоев стеклопластика, с тем, чтобы выявить основные закономерности работы усиленных внешним композитным армированием в растянутой зоне изгибаемых железобетонных элементов в процессе нагружения, а во-вторых, установить влияние основных факторов (нагрузки при усилении) на параметры напряженно-деформированного состояния усиленных в растянутой зоне изгибаемых железобетонных элементов. Номенклатура, геометрические размеры сечения и характеристики материалов опытных балок приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Номенклатура, геометрические размеры поперечных сечений и характеристики материалов опытных балок

Шифр балки	Геометрические размеры поперечного сечения балки					Бетон балки			Характеристики стеклопластика		Нагрузка при усилении $\frac{M}{M_u}$
	$b, \text{ мм}$	$h, \text{ мм}$	$d, \text{ мм}$	$d_{ad}, \text{ мм}$	$b_{s,ad}, \text{ мм}$	$f_{cm}, \text{ МПа}$	$f_{ctm}, \text{ МПа}$	$E_c \cdot 10^3, \text{ МПа}$	$N_{u,ad}, \text{ Н/мм}$	$E_{s,ad} \cdot 10^4, \text{ МПа}$	
БЭ-1-3	80	160	138	–	–	21.8	1.9	34.1	–	–	–
Б-1-3	81	162	141	163	80	21.4	1.93	32.3	92	3.65	0
Б-2-3	81	159	140	160	80	21.8	1.9	34.1	92	3.65	0.24
Б-3-3	80	162	140	163	80	21.4	1.93	32.3	92	3.65	0.7
Б-4-3	84	160	140	161	80	25.2	2.05	34.3	164	3.9	0.9
Б-5-3	84	162	142	163	80	25.2	2.05	34.3	164	3.9	0.7
Б-6-3	80	158	138	159	80	21.8	1.9	34.1	92	3.65	0.9

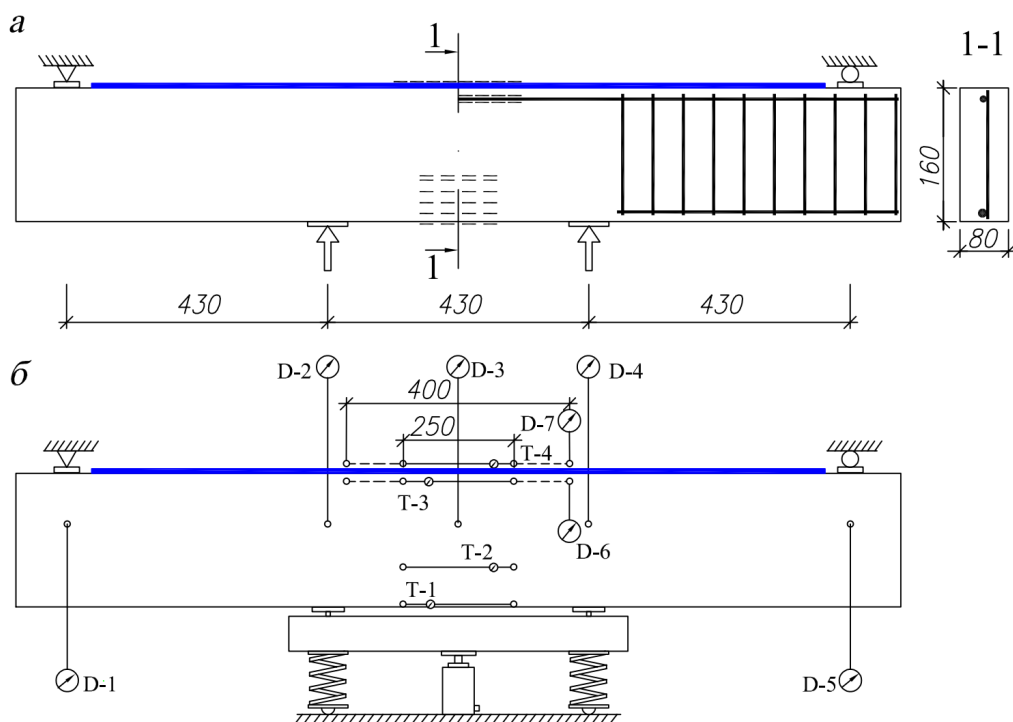
С целью удобства при приклеивании внешней композитной арматуры в растянутой зоне предварительное нагружение при усилении и испытание опытных балок производилось на испытательном стенде с ориентацией растянутой грани балок вверх.

Опытные балки, имеющие нормальные трещины в растянутой зоне перед усилением, подвергались инъектированию трещин с помощью клея на основе эпоксидной смолы. Для этого берега трещин разделялись, по боковым граням оштукатуривались, а затем со

стороны растянутой грани производилось нагнетание клея с помощью ручного нагнетательного шприца.

Опытные балки испытывали по однопролетной балочной схеме нагружением двумя сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета.

Конструкция опытных балок, размещение приборов и схема испытания при действии кратковременной статической нагрузки представлены на рисунке 6.



а – конструкция опытных балок, расположение тензодатчиков на бетоне и арматуре; **б** – схема испытания при действии кратковременной нагрузки, расположение прогибометров, тензометров

Рисунок 6 - Схема испытания опытных балок, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием

Относительные деформации бетона, стержневой и внешней композитной арматуры опытных балок измерялись с помощью тензодатчиков, механических тензометров, индикаторов часового типа. При этом для определения осевых деформаций тензодатчики устанавливались на верхней и нижней фибрах арматурного стержня с последующей их гидро-изоляция. Прогобы и ширина раскрытия трещин опытных балок измерялись с помощью соответственно прогибометров и отсчетного микроскопа.

Разрушение опытных балок, усиленных внешним композитным армированием стеклопластиком без предварительного нагружения или при низком его уровне (Б-1-3, Б-2-3, Б-5-3), сопровождалось разрывом стекловолокон внешнего композитного армирования при нормальных напряжениях в стержневой арматуре менее ее предела текучести, но балки продолжали нести увеличивающуюся нагрузку, компенсируя потерю усилия в растянутой зоне из-за разрушения композитной арматуры приращением усилия в стержневой арматуре, достигая в ней напряжений, превышающих ее предел текучести. Опытные балки Б-3-3, Б-4-3, Б-6-3 разрушились по сжатой зоне при напряжениях в стержневой арматуре, превышающих ее предел текучести, и напряжениях в композитной арматуре менее ее временного сопротивления. Нарушения сплошности контакта в месте приклеивания стеклопластика на нижней грани в припорных зонах опытных балок не наблюдалось вплоть до их разрушения. Вид опытных балок после разрушения приведен на рисунке 7.

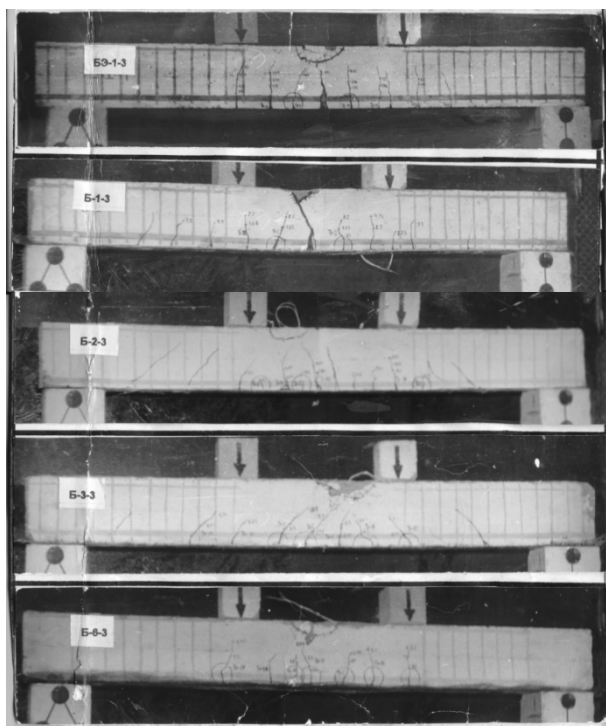


Рисунок 7 – Вид после разрушения опытных балок, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием

При испытании опытных балок, усиленных композитным армированием стеклопластиком с инъектированием трещин под нагрузкой, установлено, что трещины нормального отрыва в бетоне растянутой зоне образовывались в продолжение или в непосредственной близости от инъектированных трещин балки. Наиболее отчетливо это проявлялось для опытных балок, усиленных при высоком уровне предварительного нагружения, что объясняется низкой степенью адгезии клея для инъектирования к бетону по сравнению с прочностью бетона при растяжении.

Тензодатчики на стержнях продольной арматуры фиксировали неравномерность деформаций по длине зоны чистого изгиба: в сечении с трещиной нормального отрыва значения деформации превышали в 1.6...2 раза значения, измеренные в сечении между тре-

щинами. Разработанная методика расчета коэффициента ψ_s позволяет получить его значение коэффициента для арматуры основной конструкции и дополнительной внешней композитной арматуры, включаемой в совместную работу на более поздней стадии нагружения. Определение коэффициента ψ_s в экспериментальных исследованиях производилось по результатам измерений относительных деформаций по длине стержневой и внешней композитной арматуры:

$$\psi_s = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_s}; \quad \psi_{s,ad} = \frac{\epsilon_{sm,ad}}{\epsilon_{s,ad}}, \quad (13)$$

где ϵ_s и $\epsilon_{s,ad}$ – средние значения измеренных относительных деформаций соответственно стержневой и внешней композитной арматуры на длине бетонного блока между трещинами; ϵ_s и $\epsilon_{s,ad}$ – измеренные относительные деформации в поперечном сечении с трещиной соответственно стержневой и внешней композитной арматуры.

Сопоставление значений коэффициентов ψ_s и $\psi_{s,ad}$, вычисленных по опытным значениям для исследуемых балок по формулам (13) с расчетными значениями по предлагаемой методике, дает удовлетворительное согласование (расхождение на всех этапах нагружения не превышает 21 %).

По экспериментальным данным для сопоставления с расчетными значениями для опытных балок построены зависимости кривизны $1/r$ и ширины раскрытия трещин W_{cr} (рисунок 8). Расчетные значения названных величин хорошо согласуются с опытными данными для всех балок. Предлагаемая физическая модель расчета на основе общей деформационной модели метода сечений и блочной модели изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием, позволяет получить параметры напряженно-деформированного состояния на любой стадии работы конструкции вплоть до разрушения.

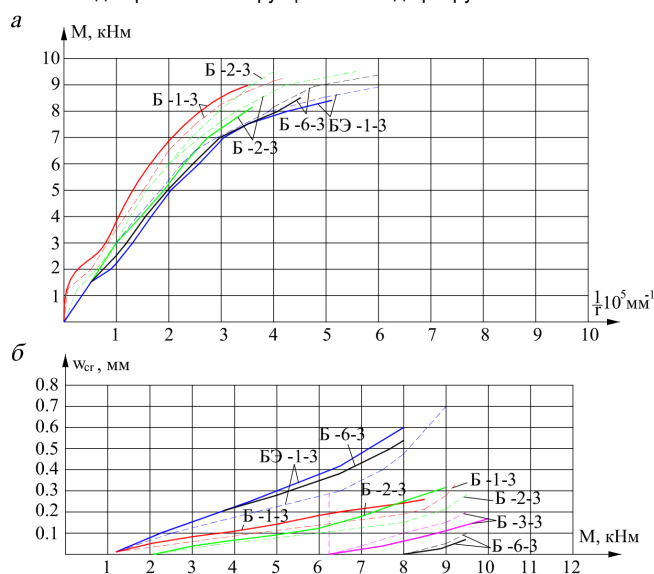


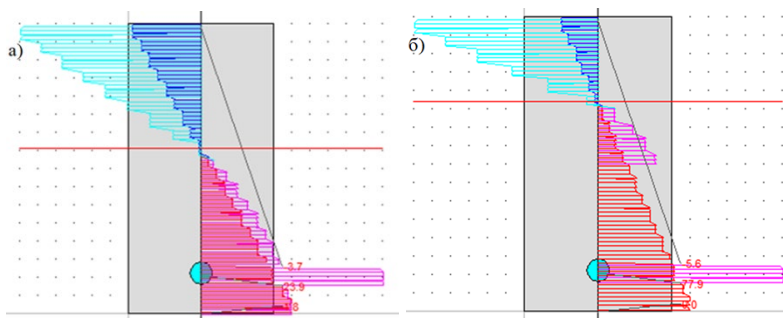
Рисунок 8 – Зависимость кривизны в середине пролета (а) и ширины раскрытия трещин (б) от изгибающего момента для опытных балок: ———— – опытная; - - - - - расчетная

Для исходных данных опытной балки БЭ-1-3 построена зависимость изгибающего момента образования трещин от дополнительного напряжения в растянутой арматуре при передаче их на арматуру с бетона. Важным эффектом в поперечных сечениях без трещины с дополнительным напряжением в растянутой арматуре является повышение изгибающего момента трещинообразования при увеличении нагрузки (рисунок 9).

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние поперечного сечения с трещиной на примере опытной балки БЭ-1-3. На рисунке 10а представлены распределение относительных деформаций и напряжений в поперечном сечении, где возможно появление трещины на первой стадии трещинообразования. Трещина нормального отрыва появляется в растянутом бетоне в поперечном сечении, где растягивающие относительные деформации в бетоне приближаются к предельным. После появления трещины (рисунок 10б) напряжения с бетона растянутой зоны передаются на арматуру, в результате чего напряжения в арматуре резко увеличиваются с 23,9МПа до 77,9МПа. Нейтральная линия смещается в направлении сжатой зоны.



Рисунок 9 – Зависимость изгибающего момента образования трещины от дополнительного напряжения в растянутой арматуре

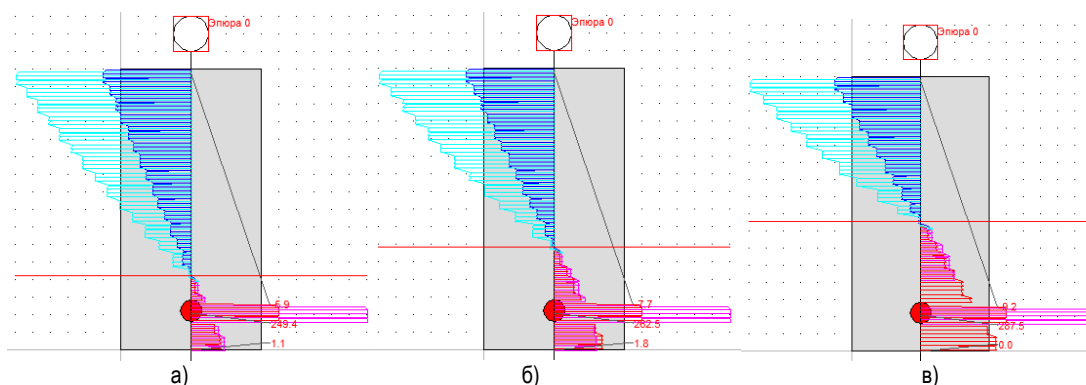


а) перед образованием трещины в растянутом блоке между трещинами; б) после образования трещины; (цифры на выносных линиях – нормальные напряжения в МПа) (синим и красным цветом показано распределение по высоте поперечного сечения относительных деформаций соответственно в сжатой и растянутой зонах; голубым и розовым – аналогично, нормальных напряжений)

Рисунок 10 – Моделирование напряженно-деформированного состояния в поперечном сечении изгибаемого элемента на первой стадии трещинообразования

На второй стадии трещинообразования трещина появляется в растянутом блоке в поперечном сечении между уже имеющимися трещинами, где дополнительное напряжение в результате взаимного сдвига арматуры и растянутого бетона не равно нулю. Например, дополнительное напряжение в арматуре от ближайшей трещины 214МПа, что соответствует изгибающему моменту перед трещино-

образованием 3кНм (рисунок 9) и суммарному напряжению в арматуре $214+35,4=249,4$ МПа. Далее при увеличении нагрузки при изгибающем моменте 3,6кНм появляется вторичная трещина, напряжения в арматуре в этом поперечном сечении резко возрастают до 275МПа, нейтральная ось также смещается в направлении сжатой зоны (рисунок 11в).



а) состояние сечения при дополнительном напряжении от ближайшей трещины 214МПа б) перед образованием трещины в растянутом блоке между трещинами; в) после образования трещины; (цифры на выносных линиях – нормальные напряжения в МПа) (синим и красным цветом показано распределение по высоте поперечного сечения относительных деформаций соответственно в сжатой и растянутой зонах; голубым и розовым - аналогично, нормальных напряжений)

Рисунок 11 – Моделирование напряженно-деформированного состояния в поперечном сечении изгибаемого элемента на второй стадии трещинообразования

За разрушающий изгибающий момент согласно разработанной теории расчета принят изгибающий момент, соответствующий нефизическому или условному (с учетом коэффициента $\gamma_{сб}$) пределу текучести арматуры, а максимальному значению приложенной нагрузки. Испытания опытных балок подтвердили правильность принятого критерия разрушения для усиленных железобетонных конструкций. При разрушении конструкций, усиленных под нагрузкой из-за разгружающего действия дополнительной арматуры, включаемой в совместную работу на более поздней стадии, арматура основной конструкции достигает более высоких значений сопротивления. Это может происходить также и в неусиленной конструкции,

когда для армирования используется арматура разных классов или располагается в несколько рядов по высоте сечения.

Сопоставление опытных и расчетных значений разрушающего изгибающего момента, момента образования трещин, средней ширины раскрытия трещин нормального отрыва на уровне центра тяжести стержневой арматуры и прогибов, определенных по разработанной методике расчета приведены в таблице 2. При этом сопоставление ширины раскрытия трещин и прогибов производилось для уровня эксплуатационных нагрузок, составляющих 0,8 от значений расчетных разрушающих нагрузок, которые определяли по разработанной методике с использованием расчетных диаграмм деформирования бетона и арматуры, т. е. как при реальном проектировании.

Таблица 2 – Расчет разрушающего изгибающего момента, момента образования, ширины раскрытия трещин и прогибов опытных балок

Шифр балки	M_u^{exp} кНм	M_u^{th} кНм	M_u^{exp}	M_{cr}^{ex} кНм	M_{cr}^{th} кНм	M_{cr}^{exp}	W_{cr}^{exp} мм	W_{cr}^{th} мм	W_{crc}^{exp}	a^{exp} мм	a^{th} мм	a^{exp}
			M_u^{th}			M_{cr}^{th}			W_{crc}^{th}			a^{th}
БЭ-1-3	8.5	9.0	0.94	1.2	1.2	1.0	0.34	0.31	1.1	5.16	6.11	0.84
Б-1-3	9.0	9.0	1.0	1.3	1.25	1.04	0.19	0.24	0.8	3.65	3.78	0.96
Б-2-3	9.0	9.0	1.0	1.2	1.2	1.0	0.11*	0.11*	1.0	3.80	4.21	0.9
Б-3-3	9.0	9.0	1.0	1.2	1.2	1.0	0.04*	0.03*	1.13	4.49	4.95	0.91
Б-4-3	10.0	11.3	0.89	1.3	1.25	1.04	0.02*	0.02*	1.0	6.72	6.84	0.98
Б-5-3	10.5	9.8	1.07	1.4	1.25	1.12	0.18	0.2	0.9	5.13	5.46	0.94
Б-6-3	8.8	9.0	0.98	1.2	1.2	1.0	0.01*	0.01*	1.0	7.95	7.16	1.11

Примечание * раскрытие трещин, измеренное и рассчитанное с учетом их инъецирования

Сравнение расчетных значений названных параметров напряженно-деформированного состояния изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним армированием композитным материалом (стеклопластиком) с опытными данными, показывает их удовлетворительную сходимость.

Экспериментально установлено, что степень предварительного нагружения перед усилением опытных балок внешним композитным армированием при принятом в исследовании соотношении предельных усилий в стержневой и композитной арматуре практически не влияет на их несущую способность. В то же время предварительное нагружение в момент усиления существенно повышает деформативность опытных балок и ширину раскрытия трещин в эксплуатационной стадии (таблица 2). Инъецирование трещин перед усилением балок позволило существенно уменьшить ширину их раскрытия в эксплуатационной стадии.

Заключение

На основе объединения общей деформационной и блочной моделей [23, 24] предложена методика расчета изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним армированием композитными материалами под нагрузкой, позволяющая получать параметры их напряженно-деформированного состояния на любой стадии работы под нагрузкой при любом сочетании предельных усилий в стержневой и композитной арматуре, в любом поперечном сечении, включая поперечное сечение между трещинами.

Для изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним композитным армированием, предложена модель учета работы растянутого бетона между трещинами наложением дополнительного напряжения в арматуре, обусловленного возникшей разностью относительных деформаций между растянутой арматурой и бетоном при образовании трещины нормального отрыва.

Проведенные исследования экспериментально подтвердили теоретические положения методики расчета, учитывающей закономерности деформирования изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним армированием композитными материалами под нагрузкой.

Экспериментально установлено, что степень предварительного нагружения перед усилением изгибаемых железобетонных элементов, усиленных внешним композитным армированием, увеличивает их деформативность и ширину раскрытия трещин нормального отрыва.

Список цитированных источников

1. Шилин, В. А. Внешнее армирование железобетонных конструкций композиционными материалами А. А. Шилин, В. А. Пшеничный, Д. В. Картузов. – М. : Стройиздат, 2007 – 180 с.
2. Усиление железобетонных конструкций композитными материалами: СП 164.1325800.2014. – Правила проектирования / Минстрой России. – Москва, 2015. – 51 с.
3. Лазовский, Д. Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений / Д. Н. Лазовский. – Новополоцк : Изд-во Полоцкого гос. ун-та, 1998. – 240 с.
4. Бетонные и железобетонные конструкции: СНиП 2.03.01-84 Нормы проектирования / Госстрой СССР. – Москва : ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
5. Пособие П1-98 к СНиП 2.03.01-84. Усиление железобетонных конструкций / Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь. – Минск, 1993. – 189 с.
6. Лазовский, А. Д. Сопротивление изгибу железобетонных многослойных плит перекрытий безопалубочного формования в составе платформенных стыков зданий. - дисс.... канд. техн. наук / А. Д. Лазовский. – Новополоцк, 2017. – 152 с.
7. Статически неопределимые железобетонные конструкции. Диаграммные методы автоматизированного расчета и проектирования: методическое пособие. – Москва : Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2017. – 197 с.
8. Bortolotti L. First Cracking Load of Concrete Subjected to Direct Tension / L. Bortolotti // ACI Materials Journal. – 1991. – Vol. 88, №1. – P. 70–73.
9. Kolleger J. Comparison of Fixed and Rotating Crack Models in the Analysis of Panels, Plates and Shells Subjected to Shear / J. Kolleger // Proceedings Symposium in Concrete Shear in Earthquake, Houston. – P. 216–225.
10. Тур, В. В. Прочность и деформации бетона в расчетах конструкций: монография / В. В. Тур, Н. А. Рак. – Брест: Издательство БГТУ, 2003. – 252 с.
11. Westergaard, H. M. Computation of Stresses in Bridge Slabs Due to Wheel Loads / H. M. Westergaard. – Public Roads. – Vol. 11, № 1. – March. – 1930. – P. 1–23.

12. Васильев, П. И. Раскрытие швов и трещин в массивных бетонных конструкциях / П. И. Васильев, Е. Н. Пересыпкин // Аннотации законченных в 1967 г. научно-исследовательских работ по гидротехнике. – Ленинград : Энергия, 1968. – С. 292–294.
13. Починок, Ю. В. Блочная деформационная модель в расчетах железобетонных стержневых изгибаемых элементов с трещинами : дисс.... канд. техн. наук / Ю. В. Починок. – Ростов на Дону, 2004. – 241 с.
14. Croce, P. Numerical Simulation of the Behavior of Cracked Reinforced Concrete Members / P. Croce, P. Formichi // Materials Sciences and Applications. – 2014. – № 5. – P. 883–894.
15. Lowes, L. N. Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures / L. N. Lowes, J. P. Moehle, S. Govindjee // ACI Structural Journal. – July–August, 2004. – P. 501–511.
16. CEB-FIB Model Code for Concrete Structures/-2010.
17. Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete / X.Z. Lu [et. al] // Engineering Structures. – 2005. – № 27. – P. 920–937.
18. ASCE Flexural and Interfacial Behavior of FRP-Strengthened Reinforced Concrete Beams H. A. Baky [et. al] // Journal of Composites for Construction © ASCE / November/December. – 2007. – P. 629–639.
19. Chao, M. Bond Properties of FRP Fabrics and Concrete joints / M. Chao, F. Ansari – 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada, August 1–6, 2004. – Paper No. 35.
20. Bond–Slip Relationship for CFRP Sheets Externally Bonded to Concrete under Cyclic Loading / K. Li [et. al]. – Materials. – 2018, 11, 336.
21. Flexural Strengthening of RC Beams with Externally Bonded CFRP Systems: Test Results and 3D Nonlinear FE Analysis / R. Kotynia. [et. al]. – Journal of Composites for Construction © ASCE / 2008. – March/April. – P. 190–201.
22. Щербо, А. Г. Усиление изгибаемых стальных и сталебетонных строительных конструкций композиционными материалами / А. Г. Щербо, А. Д. Лазовский // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F, Строительство. Прикладные науки. – 2008. – № 12. – С. 70–80.
23. Расчетная модель напряженно-деформированного состояния статически неопределимых железобетонных конструкций // Д. Н. Лазовский [и др.] // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F, Строительство. Прикладные науки. – 2022 г., № 14(32). – С. 29–44.
24. Lazouski, D. Modeling of Behavior of the Bending Reinforced Concrete Structures Under Load / D. Lazouski [et. al] // Sustainable and Digital Building/ Proceedings of the International Conference, 2022 // Editors: F.Gaspar, A.Mateus. -Springer. – Switzerland AG. – 2023 – P. 279–291.
7. Statically indeterminate reinforced concrete structures. Diagrammatic methods of automated calculation and design: a methodological manual. – Moscow: Ministry of Construction and Municipal Economy of the Russian Federation. – 2017. – 197 s.
8. Bortolotti L. First Cracking Load of Concrete Subjected to Direct Tension / L. Bortolotti // ACI Materials Journal. – 1991. – V.88, №1. – P. 70–73.
9. Kolleger J. Comparison of Fixed and Rotating Crack Models in the Analysis of Panels, Plates and Shells Subjected to Shear / J. Kolleger // Proceedings Symposium on Concrete Shear in Earthquake, Houston. – P 216–225.
10. Tur, V. V. Prochnost' i deformacii betona v raschetah konstrukcij: monografiya / V. V. Tur, N. A. Rak. – Brest: Izdatel'stvo BGUT, 2003. – 252 s.
11. Westergaard, H. M. Computation of Stresses in Bridge Slabs Due to Wheel Loads / H. M. Westergaard. – Public Roads. – Vol. 11, № 1. – March. – 1930. – P 1–23.
12. Vasil'ev, P. I. Raskrytie shvov i treshchin v massivnyh betonnyh konstrukcijah / P. I. Vasil'ev, E. N. Peresypkin // Annotacii zakonchennyh v 1967 g. nauchno-issledovatel'skih rabot po gidrotekhnike. – Leningrad: Energiya. – 1968. – S. 292–294.
13. Pochinok, YU. V. Blochnaya deformacionnaya model' v raschetah zhelezobetonnyh stержневых izgibaemyh elementov s treshchinami: diss.... kand. tekhn. nauk / YU. V. Pochinok. – Rostov na Donu. – 2004. – 241 s.
14. Croce, P. Numerical Simulation of the Behavior of Cracked Reinforced Concrete Members / P. Croce, P. Formichi. – Materials Sciences and Applications. – 2014. – № 5. – P. 883–894.
15. Lowes, L. N. Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures / L. N. Lowes, J. P. Moehle, S. Govindjee. – ACI Structural Journal. – July–August, 2004. – P. 501–511.
16. CEB-FIB Model Code for Concrete Structures/-2010.
17. Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete / X.Z. Lu [et. al]. – Engineering Structures. – № 27. – 2005. – P. 920–937.
18. ASCE Flexural and Interfacial Behavior of FRP-Strengthened Reinforced Concrete Beams H. A. Baky [et. al]. – Journal of Composites for Construction © ASCE / November/December. – 2007. – P.629–639.
19. Chao, M. Bond Properties of FRP Fabrics and Concrete joints / M. Chao, F. Ansari – 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada, August 1–6, 2004. – Paper No. 35.
20. Bond–Slip Relationship for CFRP Sheets Externally Bonded to Concrete under Cyclic Loading / K. Li [et. al]. – Materials. – 2018, 11, 336.
21. Flexural Strengthening of RC Beams with Externally Bonded CFRP Systems: Test Results and 3D Nonlinear FE Analysis / R. Kotynia. [et. al]. – Journal of Composites for Construction © ASCE / 2008. – March/April. – P. 190–201.
22. SHcherbo, A. G. Usilenie izgibaemyh stal'nyh i stalebetonnyh stroitel'nyh konstrukcij kompozitsionnymi materialami / A. G.SHcherbo, A. D. Lazovskij // Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F, Stroitel'stvo. Prikladnye nauki. – 2008. – № 12. – S. 70–80.
23. Raschetnaya model' napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya staticheski neopredelimyh zhelezobetonnyh konstrukcij //D. N. Lazovskij [i dr.] // Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F. Stroitel'stvo. Prikladnye nauki. – 2022 g., № 14(32). – S. 29–44.
24. Lazouski, D. Modeling of Behavior of the Bending Reinforced Concrete Structures Under Load / D. Lazouski [et. al] // Sustainable and Digital Building/ Proceedings of the International Conference, 2022 // Editors: F.Gaspar, A.Mateus. -Springer. – Switzerland AG. – 2023 – P. 279–291.

References

1. SHilin, V. A. Vneshnee armirovanie zhelezobetonnyh konstrukcij kompozitsionnymi materialami A. A. SHilin, V. A. Pshenichnyj, D. V. Kartuzov. – M. : Strojizdat. – 2007 – 180 s.
2. Usilenie zhelezobetonnyh konstrukcij kompozitsionnymi materialami: SP 164.1325800.2014. – Pravila proektirovaniya / Ministroy Rossii. – Moskva. – 2015. – 51s.
3. Lazovskij, D. N. Usilenie zhelezobetonnyh konstrukcij ekspluatiruemyyh stroitel'nyh sooruzhenij / D. N. Lazovskij. – Novopolock: Izd-vo Polockogo gos. un-ta, 1998. – 240 s.
4. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii: SNIp 2.03.01-84 Normy proektirovaniya / Gosstroj SSSR. – Moskva : CITP Gosstroya SSSR, 1989. – 80 s.
5. Posobie P1-98 k SNIp 2.03.01-84. Usilenie zhelezobetonnyh konstrukcij /Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus'. – Minsk. – 1993. – 189s.
6. Lazovskij, A. D. Soprotivlenie izgibu zhelezobetonnyh mnogopustotnyh plit perekrytij bezopalubochnogo formovaniya v sostave platformennyh stykov zdaniy.- diss.... kand. tekhn. nauk / A. D. Lazovskij. – Novopolock. – 2017. – 152 s.

Материал поступил 17.05.2023, одобрен 12.06.2023, принят к публикации 12.06.2023