Это может свести роль чистых специалистов по вычислительным машинам к роли техников, оптимизирующих взнос машин в общую работу. Чтобы сделать симбиоз человека и машины подлинно эффективным, наше общество будет нуждаться в прикладных математиках, которые, как численные аналитики, следили бы за приближениями, производимыми при моделировании континуумов, и, что еще важнее, соотносили бы выход вычислительных машин с решаемыми на них научными и техническими задачами.

УДК 519.2

**И. Н. МЕЛЬНИКОВА, П. А. КОТЫШ**
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

## ПРИЛОЖЕНИЯ ПУАССОНОВСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассмотрим случайную величину $\xi$, равную общему числу «успехов» в $n$ испытаниях Бернулли: $\xi(\omega)=k$, если при элементарном исходе $\omega$ ровно $k$ раз наступает «успех». Различных исходов $\omega$, приводящих к одному и тому же числу $k$ «успехов», столько же, сколько можно образовать различных комбинаций из $k$ единиц и $n-k$ нулей. Число таких комбинаций равно числу сочетаний из $n$ по $k$, что составляет $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. Все эти исходы $\omega$ имеют одну и ту же вероятность $P(\omega)=p^k q^{n-k}$, так что событие $\{\xi=k\}$ имеет вероятность $P\{\xi=K\}=C_n^k p^k q^{n-k}$. Таким образом, распределение вероятностей случайной величины $\xi$ задается формулой $P_\xi(k)=C_n^k p^k q^{n-k}, \qquad k=0,...,n.$

Это так называемое *биномиальное распределение*. Оно задается двумя параметрами: вероятностью отдельного «успеха» и числом испытаний.

Полезно отметить, что случайная величина $\xi$ есть сумма $n$ независимых величин $\xi_1,...\xi_n$, определяемых следующим образом: $\xi_k=1$, если в $k$-м испытании наступает «успех», и $\xi_k=0$, если наступает «неудача». Для математического ожидания и дисперсии случайной величины $\xi$ в этом случае получаем следующие выражения: $M\xi=np$; $D\xi=npq$.

При большом числе испытаний $n$ и сравнительно малой вероятности $p$, когда каждый из «успехов» является сравнительно редким событием, но среднее число «успехов» $np$ довольно значительно, приблизительно можно считать, что $P\xi(k) \sim \frac{a^k}{k!}e^{-a}$, $k = 0,1,...$, где $a = np$ есть среднее число «успехов».

Говорят, что случайная величина $\xi$ (принимающая лишь целочисленные значения 0, 1, ...) имеет *пуассоновское распределение вероятностей* (распределена по закону Пуассона), если $P_\xi(k) = \frac{a^k}{k!}e^{-a}$, $k = 0,1,...$

Это распределение задается одним-единственным неотрицательным параметром $a$, совпадающим со средним значением $\mathbf{M}\xi$.

Рассмотрим занимательную задачу об изюминках.

Имеется некоторое количество теста $V$, из которого выпекаются булочки с изюмом. Некоторое количество изюма $n$ высыпается в тесто, после чего все многократно тщательно перемешивается и затем разрезается на равные части. Скажем, на отдельную булку расходуется количество теста $v$, так что всего выпекается $N = \frac{V}{v}$ булок с изюмом. Ясно, что, хотя средний расход изюма на отдельную булку составляет вполне определенную величину $a = n\frac{v}{V}$, количество изюма в разных булках вовсе не одинаково. Какова вероятность того, что в отдельно взятой, случайно выбранной булке окажется хотя бы одна изюминка?

Естественно считать, что количество изюма много меньше количества теста, так что при многократном перемешивании теста изюминки в конце концов движутся практически независимо друг от друга, в частности независимо друг от друга попадают или не попадают в выбранную булку. Очевидно, после тщательного перемешивания изюминки распределяются в тесте приблизительно равномерно, так что вероятность попадания любой из изюминок в любую из булок одна и та же и есть $\frac{1}{N} = \frac{v}{V}$.

Попадание отдельной изюминки в определенную булку можно рассматривать как «успех» в отдельном испытании, вероятность которого есть $p = \frac{v}{V}$. Независимость движения изюминок при перемешивании позволяет считать, что имеется $n$ испытаний Бернулли с вероятностью «успеха» $p$, $n$ – общее число изюминок. Эта вероятность сравнительно мала, если булок выпекается достаточно много. В то же время число изюминок $n$ сравнительно велико. Следовательно, случайное число изюминок в отдельной булке, равное числу «успехов», приблизительно распределено по закону Пуассона: вероятность $P(k)$ того, что в булке окажется ровно $k$ изюминок, есть $P(k) \approx \frac{a^k}{k!}e^{-a}$, где $a = np = n\frac{v}{V}$ – среднее число изюминок, приходящихся на одну булку. Вероятность $P$ того, что в булке окажется хотя бы одна изюминка, есть $P = 1 - P(0) = 1 - e^{-a}$.

УДК 517.95

**М. Г. НОГАЧ, А. И. БАСИК**
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

## ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДАЛАМБЕРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ ФАКТОРИЗАЦИИ

Одной из основных задач, изучаемых студентами в курсах «Уравнения математической физики» и «Уравнения с частными производными», является задача Коши для уравнения второго порядка гиперболического типа на плоскости. Традиционно при построении решения задачи Коши как на лекционных, так и на практических занятиях используется метод характеристик, известный также как метод Даламбера или метод бегущих волн. В известном учебнике А. Н. Тихонова и А. А. Самарского [1, с. 52] говорится, что «...изложенный метод доказывает как единственность, так и существование решения поставленной задачи», что подтверждает универсальность метода характеристик. В настоящей статье мы приведем вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны методом факторизации (разложения на множители) дифференциального оператора. Этот метод с успехом применяется в теории обыкновенных дифференциальных уравнений [2, с. 56] и состоит в последовательном интегрировании задач Коши для линейных уравнений первого порядка. В книге [3, с. 16] методом факторизации получена формула общего решения однородного уравнения малых поперечных колебаний струны.

**Задача.** *Пусть* $\varphi \in C^2(\mathbf{R})$, $\psi \in C^1(\mathbf{R})$. *Найти функцию* $u=u(t;x)$, *удовлетворяющую уравнению*

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 \ (t > 0, \ -\infty < x < +\infty) \qquad (1)$$

*и начальным условиям*

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \ u_t|_{t=0} = \psi(x) \ \ (-\infty < x < +\infty). \qquad (2)$$