

И. Н. Аверина

РБ, г. Брест, Брестский политехнический институт

ПРОБЛЕМЫ МНОГОЦЕЛЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Подавляющее большинство прикладных экономических задач - это задачи управления деятельностью производственных систем различных типов. Для выбора наиболее рационального решения прежде всего необходимо указать систему величин, характеризующих качество каждого из возможных решений.

Пусть совокупность возможных решений (планов) описывается как множество допустимых значений переменных математической модели, т.е. в виде $x \in \Omega$. Задача многоцелевой оптимизации основывается на предположении о наличии некоторого числа показателей (или критериев) $Z_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$), с разных сторон характеризующих различные решения (воздействия на систему). Возможны и более сложные случаи, в которых качество системы характеризуется матрицей качества $Z_{m \times n}$ (система может работать в m различных режимах и в каждом режиме её качество характеризуется n показателями). Каждому частному критерию во множестве допустимых решений соответствует свой план, доставляющий ему экстремальное значение. Чаще всего предполагается, что заранее выделено направление улучшения каждого из показателей, например его увеличение (при неизменных значениях других). В этом случае задачу многокритериальной оптимизации формально записывают в виде

$$Z_i(x) \rightarrow \max, \quad i=1, \dots, n, \quad \text{при } x \in \Omega.$$

При векторном критерии задача отыскания оптимального решения теряет однозначность: сравнение даже двух различных планов не всегда возможно без привлечения дополнительных понятий.

Множество допустимых планов задач, для которых невозможно одновременно улучшать все частные показатели эффективности называют областью компромиссов (эффективных, или оптимальных по Парето, планов). Так как в области экономических возможностей Ω различные частные критерии оптимальности достигают экстремального значения в различных точках, то решение задачи по многим критериям связано с рядом трудностей, среди которых можно выделить следующие.

Прежде всего - определение самой области компромиссов. Для задач линейного программирования с двумя переменными область компромиссов легко установить графически.

В принципе любое решение из области компромиссов можно считать наилучшим, если имеются достаточные основания. Существуют следующие подходы к вопросу выбора оптимального плана. Первый из них рекомендует выбирать единственный план на основе интуиции и здравого смысла; второй - с помощью механизма случайного выбора; третий - на основе дополнительной информации строить строго научные процедуры выбора. С этим подходом связана вторая проблема многокритериального подхода - проблема скаляризации, то есть разработки схемы разумного компромисса, на базе которой находится наилучшее решение.

Чаще всего данная проблема сводится к построению единственного критерия оптимальности как функции частных критериев. Методы скаляризации векторного критерия можно условно разделить на группы: основанные на построении результирующей целевой функции от частных критериев, минимаксные методы, векторный синтез по последовательно применяемым критериям (метод главного показателя, метод последовательных уступок и др.).

Например, одним из методов скаляризации является метод линейной комбинации частных критериев. Он состоит в задании

$\lambda_i > 0$ ($i=1, \dots, n$), удовлетворяющих условию $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$, на основе которых скалярный критерий формулируется в виде

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i(x).$$

Величины λ_i имеют смысл ценности единицы каждого из показателей, оценивают его вклад в увеличение значения критерия задачи. При решении конкретных задач выяснить численное значение весовых коэффициентов λ_i можно методом корреляционного анализа, экспертных оценок, с помощью теории игр.

В рамках проблемы скаляризации выделяют еще две - нормализации критериев, которая возникает в случае различных масштабов их измерения, и учета важности (ранжирования) критериев.

Количественные методы синтеза оптимальности по многим критериям чрезвычайно актуальны в настоящее время. Практика показывает, что только учитывая множество критериев, можно надеяться на получение действительно эффективного решения в задачах управления производственными ситуациями.