где $a_k$, $b_k$, $c_k$, $d_k$ - заданные числа, $L_1 = [\alpha + i\beta;\ -\alpha + i\beta]$, $L_2 = [-\alpha + i\beta;\ -\alpha - i\beta]$, $L_3 = [-\alpha - i\beta;\ \alpha - i\beta]$, $L_4 = [\alpha - i\beta;\ \alpha + i\beta]$.

С помощью новой неизвестной вектор-функции $\Psi(z) = (\Phi(-z), \overline{\Phi(z)})$ исходная задача сводится к краевой задаче Римана с кусочно постоянной матрицей [1] и четырьмя особыми точками $\alpha + i\beta,\ -\alpha + i\beta,\ -\alpha - i\beta,\ \alpha - i\beta$ :

$$\Psi^+ = A_k \Psi^-(t) + F_k(t),\ t \in L_k,\ k = \overline{1,4},$$

где

$$A_1 = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} c_1\overline{c_3} - d_1\overline{d_3} & b_1\overline{c_3} - d_1\overline{a_3} \\ a_1\overline{d_3} - c_1\overline{b_3} & a_1\overline{a_3} - b_1\overline{b_3} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} c_2\overline{c_4} - d_2\overline{d_4} & b_2\overline{c_4} - d_2\overline{a_4} \\ a_2\overline{d_4} - c_2\overline{b_4} & a_2\overline{a_4} - b_2\overline{b_4} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \frac{1}{\Delta_3}\begin{pmatrix} \overline{a_{11}} & -\overline{a_{21}} \\ -\overline{a_{12}} & \overline{a_{22}} \end{pmatrix},\ A_4 = \frac{1}{\Delta_4}\begin{pmatrix} \overline{b_{11}} & -\overline{b_{21}} \\ -\overline{b_{12}} & \overline{b_{22}} \end{pmatrix},$$

$$\Delta_1 = d_1\overline{b_3} - a_1\overline{c_3},\ \Delta_2 = d_2\overline{b_4} - a_2\overline{c_4},\ \Delta_3 = d_3\overline{b_1} - a_3\overline{c_1},\ \Delta_4 = d_4\overline{b_2} - a_4\overline{c_2},$$

$$F_1(t) = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} -\overline{c_3}f_1(t) + d_1\overline{f_3(-t)} \\ \overline{b_3}f_1(t) - a_1\overline{f_3(-t)} \end{pmatrix},\ F_2(t) = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} -\overline{c_4}f_2(t) + d_2\overline{f_4(-t)} \\ \overline{b_4}f_2(t) - a_2\overline{f_4(-t)} \end{pmatrix},$$

$$F_3(t) = \frac{1}{\Delta_1}\begin{pmatrix} -\overline{c_1}f_3(t) + d_3\overline{f_1(-t)} \\ \overline{b_1}f_3(t) - a_3\overline{f_1(-t)} \end{pmatrix},\ F_4(t) = \frac{1}{\Delta_2}\begin{pmatrix} -\overline{c_2}f_2(t) + d_4\overline{f_2(-t)} \\ \overline{b_2}f_4(t) - a_4\overline{f_2(-t)} \end{pmatrix}.$$

Решение матричной задачи ищется в классе ограниченных функций. При построении решения используется схема, изложенная в работе [2]. Решение получено в виде рядов, коэффициенты которых выражаются через характеристические числа матриц $A_1A_2^{-1}$, $A_2A_3^{-1}$, $A_3A_4^{-1}$, $A_4A_1^{-1}$, $A_4A_2^{-1}$, $A_1A_3^{-1}$.

Найдены суммарный индекс, частные индексы и условия разрешимости задачи. Решение исходной задачи строится по формуле $\Phi(z) = \frac{1}{2}\left[\Psi_1(-z) + \overline{\Psi_2(z)}\right]$.

### Литература


1. *Жоровина Т. Н.* Обобщенная задача Римана с постоянными коэффициентами на торе *Вестник Белор.ун-та.* Сер. **1** (1) (1985) 64-67.

2. *Хвощинская Л. А.* Решение обобщенной задачи Римана на паре непересекающихся отрезков *Тр. Ин-та математики НАН Беларуси.* **12** (2004) 176-179.


## О ПРИБЛИЖЕНИИ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**А. И. Жук (Минск, Беларусь)**

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0, a] \subset R$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t))\dot{L}^j(t) \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где $f^{ij}, i = \overline{1,p}, j = \overline{1,q}$ - некоторые функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), ..., x^p(t)]$, а $L^i(t), i = \overline{1,q}$ - функции ограниченной вариации на отрезке $T$. Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t+h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t, x_n(t))[L_n^j(t+h_n) - L_n^j(t)] \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)} = x_{n0}(t)$. Здесь $L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int\limits_0^{\frac{1}{n}} L(t+s)\rho_n(s)\,ds$, где $\rho_n \in C^\infty(R)$, $\rho_n \geq 0$, $supp\rho_n \subseteq [0,1]$, $\int\limits_0^{\frac{1}{n}} \rho_n(s)\,ds = 1$, а $f_n = f * \widetilde{\rho}_n$, с $\widetilde{\rho}_n(x_0, x_1, ..., x_p) = n^p \widetilde{\rho}(nx_0, nx_1, ..., nx_p)$, $\widetilde{\rho}_n \in C^\infty(R^p)$, $\widetilde{\rho}_n \geq 0$, $supp\widetilde{\rho}_n \subseteq [0,1]$, $\int\limits_{[0;1]} \widetilde{\rho}_n(x_0, x_1, ..., x_p)\,dx_0...dx_p = 1$.

**Теорема.** *Пусть $f^{ij}$ $i = \overline{1,p}, j = \overline{1,q}$ удовлетворяют условию Липшица и ограничены. Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ так, что $\frac{1}{n} = o(h_n)$, для всех $t \in T$ решение $x_n(t)$ задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений*

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^{q} \int\limits_0^{t+} f^{ij}(s, x(s^-))\,dL^j(s), \tag{3}$$

*если для любого $t \in T$ выполняется $|x_{n0}(\tau_t) - x_0| \to 0$.*

**Литература**

1. *Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л.* Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением *Известия Вузов. Математика.* (3) (2005) 23-31.

## ЛИНЕЙНЫЕ ОДНОРОДНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЭЙЛЕРА

**Н. В. Жуковская, А. А. Килбас (Минск, Беларусь)**

Пусть $\left(D_{0+}^\alpha y\right)(x)$ и $\left(D_{-}^\alpha y\right)(x)$ лево– и правосторонние дробные производные Римана–Лиувилля порядка $\alpha > 0$, задаваемые при $x > 0$ соответственно формулами:

$$\left(D_{0+}^\alpha y\right)(x) = \left(\frac{d}{dx}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^x \frac{y(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}}$$

и

$$\left(D_{-}^\alpha y\right)(x) = \left(-\frac{d}{dx}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_x^\infty \frac{y(t)dt}{(t-x)^{\alpha-n+1}};$$

здесь $n = [\mathrm{Re}(\alpha)] + 1$, см. [1, Глава 5.1].

Рассматриваются линейные однородные дифференциальные уравнения

$$x^{\alpha+2}\left(D_{0+}^{\alpha+2} y\right)(x) + \mu x^{\alpha+1}\left(D_{0+}^{\alpha+1} y\right)(x) + \lambda x^\alpha \left(D_{0+}^\alpha y\right)(x) = 0 \tag{1}$$

и

$$x^{\alpha+2}\left(D_{-}^{\alpha+2} y\right)(x) + \mu x^{\alpha+1}\left(D_{-}^{\alpha+1} y\right)(x) + \lambda x^\alpha \left(D_{-}^\alpha y\right)(x) = 0 \tag{2}$$

при $0 < \alpha \leq 1$ на положительной полуоси $\mathbb{R}_+ = (0; +\infty)$ с действительными параметрами $\mu$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Если $\alpha = n \in \mathbb{N}_0$, то $\left(D_{0+}^n y\right)(x) = y^{(n)}(x)$, $\left(D_{-}^n y\right)(x) = (-1)^n y^{(n)}(x)$ и