где $B_n(\alpha, \gamma)$ *имеют вид:*

$$B_n(\alpha, \gamma) = \sum_{k=0}^{n} a_k \begin{pmatrix} \gamma - k \\ n - k \end{pmatrix} \Omega_{n-k}(\alpha, \beta), \quad \Omega_k(\alpha, \beta) = \int_0^1 (1-\tau)^{\alpha-1} \tau^{-\beta} (\ln \tau)^k \, d\tau.$$

Идея доказательства. Доказательство проводится методом непосредственных оценок ([1], [2]) после подстановки $t - x = \varepsilon\tau$ в локальном дробном интеграле (1).

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф08МС-028).

Литература

1. *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения.* Мн.: Наука и техника (1987).

2. *Wong R.* Asymptotic expansions of fractional integrals involving logarithms *SIAM J. Math. Anal.* Vol. **9** (5) (1978) 835-842.

3. *Гринько А. П., Карпук М. М.* Дробные производные в точке и некоторые их приложения *Труды института математики НАН Беларуси.* Т. **12** (1) (2004) 46-53.

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ СО СВОЙСТВОМ ПЕНЛЕВЕ

В. И. Громак, Е. В. Грицук (Минск, Беларусь)

В работах Пенлеве и Гамбье решена проблема классификации уравнений второго порядка относительно свойства отсутствия у решений подвижных критических особых точек, которое в настоящее время называют свойством Пенлеве. Наиболее существенными среди выделенных Пенлеве уравнений оказались шесть уравнений, в настоящее время называемые его именем, и их решения – трансцендентными Пенлеве. Для решения этой задачи Пенлеве использовал развитый им метод малого параметра, который в настоящее время называют α-методом Пенлеве. Для дифференциальных уравнений высших порядков классификационная работа Пенлеве оказалась очень трудной и в настоящее время наиболее полные результаты получены лишь для полиномиальных уравнений высших порядков. При этом появились новые методы исследования, такие как метод резонансов, метод возмущений, которые являются развитием α-метода Пенлеве.

В настоящей работе мы исследуем связь между методом резонансов, также называемым формальным тестом Пенлеве, для дифференциальных систем

$$x_i' Q_i(x_n, x_{n-1}, ..., x_1, t) = P_i(x_n, x_{n-1}, ..., x_1, t), \tag{1}$$

где $t = z - z_0$, P_i и Q_i – полиномы $x_n, x_{n-1}, ..., x_1$ с аналитическими по t коэффициентами в некоторой области и представлением этих систем в виде эквивалентных систем Брио и Буке.

Теорема 1. *Если система (1) проходит формальный тест Пенлеве, то система (1) в окрестности подвижной особой точки может быть преобразована к эквивалентной системе Брио и Буке, а разложения вида*

$$x_i = \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} t^{j-k_i}$$

являются сходящимися в окрестности особой точки $t = 0$.

Теорема 2. *Если для всевозможных случаев набора высших членов системы (1) и всех пар (c,k), $k \in \mathbb{R}^n$, $c \neq 0$, в окрестности подвижной особой точки соответствующие системы Брио и Буке таковы, что*

1) $k \in \mathbb{Z}^n$,

2) собственные значения их линейных частей различные положительные и целые числа, кроме -1 и возможно 0,

3) имеют $n-1$ параметрические голоморфные решения, а в случае существования собственного значения равного нулю $n-2$ параметрические голоморфные решения и c – произвольный вектор,

то система (1) проходит тест Пенлеве методом резонансов.

О КРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЧАСТНЫХ ИНТЕГРАЛАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЯКОБИ – ФУРЬЕ

С. Н. Даранчук (Гродно, Беларусь)

В [1] введено понятие кратного полиномиального частного интеграла полиномиальных дифференциальных систем. Это позволяет уменьшить количество частных интегралов, достаточное для решения задачи Дарбу (для построения первого интеграла или последнего множителя по частным интегралам).

Использование частных интегралов с учетом их кратностей дало возможность разработать спектральный метод [2] построения автономного интегрального базиса обыкновенной дифференциальной системы Якоби – Фурье

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i X - x_i A_{n+1} X, \quad i = \overline{1,\, n}, \tag{1}$$

где $x = (x_1,\ldots,x_n) \in \mathbf{R}^n$, $X = (x_1,\ldots,x_n,1)$, $A_k = (a_{k1},\ldots,a_{k,n+1}) \in \mathbf{R}^{n+1}$, $k = \overline{1,\, n+1}$, $\sum\limits_{i=1}^{n} |a_{n+1,i}| \neq 0$. Полученный метод состоит в следующем. На основании собственных векторов ν_k матрицы коэффициентов $B = \|a_{\tau k}\|^T$ (τ – номер строки, k – номер столбца, T – знак транспонирования) системы (1) находим линейные частные интегралы $p_k\colon x \to \nu_k X$ этой системы. Далее по линейным частным интегралам с учетом их кратностей строим в виде функции Дарбу первый интеграл. Отметим, что задача установления кратности линейного частного интеграла $p\colon x \to \nu X$ системы (1) сведена к алгебраической задаче нахождения присоединенных векторов [2] матрицы B, соответствующих ее собственному вектору ν. Так, если собственному числу λ матрицы B с собственным вектором ν соответствует элементарный делитель кратности m, то для этого вектора существуют $m-1$ присоединенных векторов матрицы B, а линейный частный интеграл $p\colon x \to \nu X$ системы (1) будет m-кратным.

При существовании кратных элементарных делителей матрицы B в основе спектрального метода построения интегрального базиса системы (1) лежит

Теорема. *Пусть собственному числу λ матрицы B соответствует m-кратный ($m \geq 3$) элементарный делитель, собственный вектор $\nu^{(0)}$ и $m-1$ присоединенных векторов $\nu^{(k)}$, $k = \overline{1,\, m-1}$. Тогда функционально независимыми автономными первыми интегралами на области G системы (1) будут функции $W_q\colon x \to W_q(x)$ $\forall x \in G$, $q = \overline{2,\, m-1}$, где функции W_k такие, что имеет место система тождеств $\nu^{(k)}X = \sum\limits_{i=1}^{k} \binom{k-1}{i-1} W_i(x)(\nu^{(k-i)}X)$, $k = \overline{1,\, m-1}$.*