О ПРИБЛИЖЕНИИ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А. И. Жук (Минск, Беларусь)

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(x(t))\dot{L}^j(t), i = \overline{1,p} \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$ — некоторые функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \dots, x^p(t)]$, а $L^i(t)$, $i = \overline{1,q}$ — функции ограниченной вариации на отрезке T. Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t + h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(x_n(t))[L_n^j(t + h_n) - L_n^j(t)], i = \overline{1,p} \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)} = x_{n0}(t)$. Здесь $L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int_0^{1/n} L(t+s) \times \rho_n(s)\,ds$, где $\rho_n \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\rho_n \geqslant 0$, $\operatorname{supp}\rho_n \subseteq [0,1]$, $\int_0^{1/n} \rho_n(s)\,ds = 1$, а $f_n = f * \widetilde{\rho}_n$, с $\widetilde{\rho}_n(x_1, \dots, x_p) = n^p\widetilde{\rho}(nx_1, \dots, nx_p)$, $\widetilde{\rho}_n \in C^\infty(\mathbb{R}^p)$, $\widetilde{\rho}_n \geqslant 0$, $\operatorname{supp}\widetilde{\rho}_n \subseteq [0,1]$, $\int_{[0;1]} \widetilde{\rho}_n(x_1, \dots, x_p)\,dx_1 \dots dx_p = 1$.

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^{q} \int_0^t f^{ij}(x(s))\,dL^j(s), \quad i = \overline{1,p}. \tag{3}$$

Для любого $t \in T$ справедливо следующее представление: $t = \tau_t + m_t h_n$, где $\tau_t \in [0, h_n)$, $m_t \in \mathbb{N}$.

Теорема. *Пусть f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$ удовлетворяют условию Липшица и ограничены, L^i — функции ограниченной вариации и непрерывны. Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ для всех $t \in T$ решение $x_n(t)$ задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) если для любого $t \in T$ выполняется $|x_{n0}(\tau_t) - x_0| \to 0$.*

Литература

1. Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л. *Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением* // Изв. ВУЗов. Математика. 2005. № 3. С. 23–31.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОГРАММНОГО МНОГООБРАЗИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

С. С. Жуматов (Алматы, Казахстан)

Задача построения всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую, впервые была сформулирована и дан метод решения этой задачи в работе [1]. Дальнейшее развитие метод Еругина получил