кумента достаточно создать интерфейсный модуль для его разноски в соответствующие журналы не затрагивая при этом отработку выходных форм с вытекающей отсюда производительностью труда программиста.

Отметим специфику использования картотек типа журнал при разноске первичных документов отражающих движение объекта учета в некоторой группе субъектов хозяйствования. Как правило, в таких журналах присутствуют реквизиты дата операции, идентификация первичного документа до его кода и номера, субъект отдавший, субъект принявший, объект учета, численные характеристики объекта или операции. В качестве примера могут служить Регистрационный журнал в системах бухгалтерского учета и Журнал учета движения материальных средств. Более того, в дальнейшем из таких журналов методом двойной записи формируются промежуточные картотеки типа Книги счетов по субъектам, которые выполняли операции. Далее на базе Книг счетов получают практически всю выходную отчетность по движению объектов.

Таким образом, использование вышеуказанных картотек типа журнал можно существенно повысить надежность производственных компьютерных систем за счет их типизации и упрощения.

Л.П. МАХНИСТ, Т.И. КАРИМОВА, В.С. РУБАНОВ, И.И. ГЛАДКИЙ

О МОМЕНТАХ НЕКОТОРЫХ ДИСКРЕТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В работе представлен общий подход к вычислению моментов распределений дискретных случайных величин. В частности, рассмотрены биномиальное, геометрическое распределения и распределение Пуассона (например, в [1]).

В работе [2] рассмотрены взаимосвязи между начальными, центральными и соответствующими факториальными моментами случайных величин, способы вычисления одних моментов, используя другие, и вычисление моментов случайных величин, используя числа Стирлинга первого и второго рода.

Начальные факториальные моменты n-ого порядка $\alpha_{[n]}$ могут быть найдены по формулам: $\alpha_{[n]} = n!q^n p^{-n}$ для геометрического распределения [3], $\alpha_{[n]} = \lambda^n$ для распределения Пуассона [4], $\alpha_{[m]} = n^{[m]} p^m$ для биномиального распределения [5].

Начальные моменты n-ого порядка α_n случайной величины связаны с ее начальными факториальными моментами соотношением [2]

$$\alpha_n = \sum_{m=1}^{n} S_m^{(n)} \alpha_{[m]}, \qquad (1)$$

где коэффициенты $S_m^{(n)}$ – числа Стирлинга второго рода. Тогда для геометрического распределения получим формулу $\alpha_n = \sum_{m=1}^{n} \alpha_m^{(n)} q^m p^{-m}$, где коэффициенты $\alpha_m^{(n)} = S_m^{(n)} m!$ (последовательность A019538 в OEIS (англ. On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Энциклопедия целочисленных последовательностей)) и могут быть получены с помощью рекуррентной формулы $\alpha_m^{(n)} = m\left(\alpha_{m-1}^{(n-1)} + \alpha_m^{(n-1)}\right)$, полагая $\alpha_m^{(n)} = 0$, если $m < 1$ или $m > n$. Для распределения Пуассона формула (1) примет вид $\alpha_n = \sum_{m=1}^{n} S_m^{(n)} \lambda^m$. Используя формулу (1) начальные моменты n-ого порядка биномиального распределения могут быть вычислены так:

$$\alpha_1 = \alpha_{[1]} = np; \quad \alpha_2 = \alpha_{[2]} + \alpha_{[1]} = n(n-1)p^2 + np;$$

$$\alpha_3 = \alpha_{[3]} + 3\alpha_{[2]} + \alpha_{[1]} = n(n-1)(n-2)p^3 + 3n(n-1)p^2 + np, \text{ и т.д.}$$

Центральные моменты n-ого порядка случайной величины X связаны с ее начальными моментами соотношением [2]

$$\mu_n = \sum_{m=0}^{n} (-1)^m C_n^m \alpha_{n-m} \alpha_1^m. \qquad (2)$$

Тогда для геометрического распределения формула примет вид $\mu_n = \sum_{m=1}^{n} \mu_m^{(n)} \frac{q^m}{p^m}$, где коэффициенты $\mu_m^{(n)}$ определяются соотношением $\mu_m^{(n)} = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j C_n^j S_{m-j}^{(n-j)} (m-j)!$ [3]. Центральный момент n-ого порядка распределения Пуассона, с учетом формулы (2), можно найти по формуле $\mu_n = \lambda \sum_{i=0}^{n-2} C_{n-1}^i \mu_i$. Для биномиального распределения получим:

$$\mu_2 = np(-p+1); \; \mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3 = np(2p^2 - 3p + 1);$$

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^4 = (3n^2 - 6n)(p^4 - 2p^3 + p^2) - np^2 + np, \text{ и т.д.}$$

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М. : Высшая школа, 1999. – 576с.

2. Махнист, Л.П. О моментах геометрического распределения / Л.П. Махнист, Т.И. Каримова, Е.А. Зеневич, Н.В. Фомина // Вычислительные ме-

тоды, модели и образовательные технологии : сб. материалов региональной науч.-практ. конф., Брест, 18–19 окт. 2012 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. О.В. Матысика. – Брест, 2012. – С. 108–110.

3. Махнист, Л.П. О моментах геометрического распределения / Л.П. Махнист [и др.] // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов регион. нау.-практ. конф., Брест, 18-19 октября 2012 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. О.В. Матысика. – Брест, 2012. – С.108–110.

4. Антоник, И.А. О моментах распределения Пуассона / И.А. Антоник (Научные руководители: к.т.н., доцент Л.П. Махнист, доцент И.И. Гладкий) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов : в 2 ч. – Брест: издательство БрГТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 47–50.

5. Липовцев, А.П. О моментах биномиального распределения / А.П. Липовцев (научные руководители: Л.П. Махнист, Т.И. Каримова) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов : в 2 ч. – Брест : издательство БрГТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 71–74.

Т.Ю. ЮХИМУК, А.Н. КАШТЕЛЯН

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ ОДНОГО КЛАССА МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

Пусть комплексные числа ω_1, ω_2 удовлетворяют условиям $\operatorname{Im}\omega_1 = 0$, $\operatorname{Im}\omega_2 > 0$. Выберем натуральное число n_0 и действительные числа $\alpha_n \in [0;1)(n \in Z)$, равные нулю при $n = 0$ и $|n| > n_0$. Рассмотрим мероморфную функцию $f(z) = z^{-2} + \sum\limits_{\substack{m,n\in\mathbb{Z} \\ (m;n)\neq(0;0)}} \left[(z-\gamma_{m,n})^{-2} - \gamma_{m,n}{}^{-2} \right]$ с полюсами в точках $\gamma_{m,n} = 2\omega_1(m+\alpha_n) + 2\omega_2 n \ (m,n \in Z, (m;n) \neq (0;0))$. Если $\forall n \in Z\ (\alpha_n = 0)$, то функция $f(z)$ совпадает с эллиптической функцией Вейерштрасса $\wp(z)$ с полюсами в точках $\Omega_{m,n} = 2\omega_1 m + 2\omega_2 n \ (m,n \in Z)$.

Найдём разность функций $f(z)$ и $\wp(z)$:

$$f(z) - \wp(z) = \sum_{\substack{n=-n_0,n_0 \\ n\neq 0}} \left\{ \sum_{m\in\mathbb{Z}} \left(\left(z - [2\omega_1\alpha_n + 2\omega_2 n] \right) - 2\omega_1 m \right)^{-2} \right\} -$$

$$- \sum_{\substack{n=-n_0,n_0 \\ n\neq 0}} \left\{ \sum_{m\in\mathbb{Z}} \left((z - 2\omega_2 n) - 2\omega_1 m \right)^{-2} \right\} + \sum_{\substack{m,n\in\mathbb{Z} \\ (m;n)\neq(0;0) \\ |n|\le n_0}} \left[\Omega_{m,n}{}^{-2} - \left(\Omega_{m,n} + 2\omega_1\alpha_n \right)^{-2} \right].$$

Обозначив $\varphi(z) = \sum\limits_{m\in Z} \dfrac{1}{(z-2\omega_1 m)^2} = \dfrac{\pi^2}{4\omega_1^2} \cdot \left(\sin\dfrac{\pi z}{2\omega_1} \right)^{-2}$, получим: $f(z) = \wp(z) +$