It is assumed that the Hilbert space H decomposes in the direct sum $H = H_+ + H_-$, the element $x \in H$ can be unique represented as $x = x_+ + x_-$ and

$$(A(t)x, x_+) \geq c\|x_+\|^2, \quad -(A(t)x, x_-) \geq c\|x_-\|^2, \tag{3}$$

where $(\cdot\,,\cdot)$ and $\|\cdot\|$ are the scalar product and the norm in H.

Theorem 1. If $\varphi \in H$, then the solution $u(t,\alpha)$ of equation (1) with non-local condition

$$\alpha u|_{t=0} + (1-\alpha)u|_{t=T} = \varphi \tag{4}$$

exists, belongs to $C([0,T],H)$ and

$$\sup_{0\leq t\leq T} \|u(t,\alpha)\|^2 \leq \frac{1}{\alpha^2}\|\varphi_+\|^2 + \frac{1}{(1-\alpha)^2}\|\varphi_-\|^2. \tag{5}$$

Theorem 2. If $\varphi \in H$, then

$$\lim_{\alpha\to 1}\|u(0,\alpha)-\varphi\| = 0, \quad \lim_{\alpha\to 0}\|u(T,\alpha)-\varphi\| = 0. \tag{6}$$

О КОРРЕКТНОСТИ ЗАДАЧИ О СКАЧКЕ ДЛЯ ОГРАНИЧЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

М. М. Юхимук (Брест, Беларусь)

Вопрос о корректности краевой задачи о скачке с мероморфной правой частью тесно связан с вопросом об ограниченности такой функции вне некоторых окрестностей ее полюсов (см. [1]).

Рассмотрим задачу о скачке с граничными условиями

$$\Phi_k^+(t) - \Phi^-(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{t}{t^2 - j^2}, \quad t \in L_k, \quad \text{где} \quad L_k:\ |z-k| = \frac{1}{4}, \quad k \in \mathbf{Z}\setminus\{0\}.$$

Формальное решение этой задачи имеет вид

$$\Phi_k^+(z) \equiv 0, \quad z \in D_k^+ = \{z:\ |z-k| < 1/4\}, \quad k \in \mathbf{Z}\setminus\{0\},$$

$$\Phi^-(z) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{z}{j^2 - z^2}, \quad z \in D^- = \mathbb{C}\setminus \bigcup_{k\in\mathbf{Z}\setminus\{0\}} D_k^+.$$

В силу мажорантного признака Вейерштрасса ряд $\sum\limits_{j=1}^{\infty} \frac{z}{j^2 - z^2}$, абсолютно и равномерно сходится в любом ограниченном подмножестве области D^- (см., например, [2]). Так как функция $\Phi^-(z) = \frac{1}{2z} - \frac{\pi}{2}\operatorname{ctg}\pi z$ содержит периодическое слагаемое, то задача не имеет решения в классе исчезающих на бесконечности функций. Однако можно ставить вопрос об ограниченности формального решения. На множестве $\overline{D^-} \cap \{z:\ |\operatorname{Im} z| \leq 2\}$ функция $\Phi^-(z)$, являясь суммой ограниченной и периодической функций, ограничена, а в области $|\operatorname{Im} z| \geq 2$ справедлива оценка $|\Phi^-(z)| < \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2 - 2e^{-2\pi}}$. Таким образом, формально построенное решение $\Phi^-(z)$ ограничено в D^-. Этот факт дает возможность строить примеры краевых задач для бесконечно связных областей с исчезающими на бесконечности решениями. Так, для любой аналитической в области D^- функции φ ($\varphi(z) = o(z)$, $z \to \infty$) задача о скачке с граничными условиями

$$\Phi_k^+(t) - \Phi^-(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\varphi(t)}{t^2 - j^2}, \quad t \in L_k, \quad k \in \mathbf{Z}\setminus\{0\},$$

имеет решение в классе исчезающих на бесконечности функций (ср. [3]).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь.

Литература

1. *Говоров Н.В. Краевая задача Римана с бесконечным индексом.* М.: Наука, 1986, 240 с.
2. *Гольдберг А.А., Островский И.В. Распределение значений мероморфных функций.* М.: Наука, 1970, 592 с.
3. *Юхимук М.М.* Задача о скачке для многосвязных и бесконечно связных областей // *Веснік Брэсцкага універсітэта.* **25**, № 1, 2006. С. 17–24.