UNCERTAINTY PRINCIPLES FOR THE HANKEL TRANSFORMS

Vu Kim Tuan (Carrollton, USA)

The Hankel transform of order $\nu > -1/2$ is defined as follows

$$f_\nu(x) := \int_0^\infty \sqrt{xy} J_\nu(xy)\, f(y)\, dy,$$

where $J_\nu(z)$ is the Bessel function of the first kind. If $f \in L_2(\mathbb{R}_+)$, then $f_\nu \in L_2(\mathbb{R}_+)$, and the Parseval formula $\|f\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} = \|f_\nu\|_{L_2(\mathbb{R}_+)}$ holds. The following inequality for the Hankel transform

$$\|xf(x)\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \cdot \|xf_\nu(x)\|_{L_2(\mathbb{R}_+)} \geq (\nu+1)\|f\|^2_{L_2(\mathbb{R}_+)}$$

has been established by Rösler (1999). It is an analogue of the classical Heisenberg–Weyl uncertainty principle for the Fourier transform. Roughly speaking, the uncertainty principle for the Fourier transform says that a function and its Fourier transform cannot both be sharply localized. That is, it is impossible for a nonzero function and its Fourier transform to be simultaneously small. "Smallness" had taken different interpretations in different contexts. Hardy, Cowling and Price, and Beurling showed such impossibility when "smallness" is interpreted as sharp pointwise or integrable decay. Benedicks, Slepian, Pollak and Landau, Donoho and Stark gave qualitative uncertainty principles for the Fourier transforms.

The purpose of this talk is to obtain uncertainty principles similar to Hardy's, Beurling's, Cowling-Price's, Gelfand-Shilov's, and Donoho-Stark's principles for the Hankel transform and generalized Fourier transforms arising from eigenfunctions expansions of Sturm-Liouville problems.

О ДИСКРЕТНЫХ УРАВНЕНИЯХ ТИПА СВЕРТКИ С ПОЧТИ СТАБИЛИЗИРУЮЩИМИСЯ МНОЖИТЕЛЯМИ

А. И. Тузик (Брест, Беларусь)

В докладе дается обзор работ, посвященных исследованию уравнений с разностными и суммарными ядрами с почти стабилизирующимися множителями специального вида $(-1)^k$, $k \in Z$. Применяя к этим уравнениям преобразование Лорана и учитывая его свойства [1–4], получим равносильное сингулярное интегральное уравнение с $\alpha_0^+ = t$ и одним из сдвигом Карлемана: $\alpha_1^+ = -t$ [2, 4], $\alpha_2^- = t^{-1}$ [5], $\alpha_3^- = -t^{-1}$ [3–5], $|t| = 1$. На основании теории таких уравнений и соответствующих им краевых задач [6], для изучаемых в [2–5] дискретных уравнений выписаны условия нетеровости, вычислен их индекс, выделены случаи разрешимости в замкнутой форме.

В работе [7] рассмотрены близкие к изучаемым в [2–5] дискретные уравнения, допускающие решение в замкнутой форме, отличные от приведенных в [2–4].

Дискретные уравнения, изучаемые в [8, 9] сводятся к равносильному сингулярному интегральному уравнению с конечной коммутативной группой $G_4 = \{\alpha_0^+, \alpha_1^+, \alpha_2^-, \alpha_3^-\}$ прямых и обратных сдвигов Карлемана на единичной окружности. Для таких уравнений выписаны необходимые и достаточные условия нетеровости, вычислен их индекс, выделены специфические особенности в исключительных случаях.

Литература

1. *Гахов Ф.Д., Черский Ю.Н.* Уравнения типа свертки. М.: Наука, (1978) 296 с.

2. *Тузик А.И.* Дискретные уравнения типа свертки, сводящиеся к четырехэлементным краевым задачам со сдвигом Карлемана // *Доклады АН БССР.* Т. **32**, № 12 (1988) С. 1065–1068.

3. *Тузик А.И.* О разрешимости одного дискретного уравнения типа свертки с переменными коэффициентами // *Дифференц. уравнения.* Т. **25**, № 8 (1989) С. 1462–1464.

4. *Тузик А.И.* О разрешимости одного класса дискретных уравнений типа свертки с сопряжением // *Доклады АН БССР.* Т. **33**, № 7 (1989) С. 595–598.

5. *Тузик А.И.* О нетеровости одного парного дискретного уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями // *Доклады АН БССР.* Т. **37**, № 2 (1993) С. 118–120.

6. *Литвинчук Г.С.* Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М.: Наука, (1977) 448 с.

7. *Шилин А.П.* К решению в замкнутой форме дискретных уравнений типа свертки с почти стабилизирующимися множителями // *Вестник БГУ.* Сер. **1**, № 2 (1994) С. 44–46.

8. *Тузик А.И.* Дискретные уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями специального вида в нормальном и исключительном случаях // *Вестник БрГТУ.* № **5** (11) (2001) С. 45–47.

9. *Тузик А.И.* Парные дискретные уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями специального вида в нормальном и исключительном случаях // *Вестник БрГТУ.* № **5** (23) (2003) С. 18–20.