Предположим, что выполняются следующие условия:

1) $f(\omega(\xi u, 0)) \neq 0$ при малых (больших) положительных ξ;

2) $|f(\omega(\xi u, z)) - f(\omega(\xi u, 0))| \leq \beta(\xi, \|z\|)$ при малых (больших) положительных $\xi + \|z\|$, причем $\beta(\xi, 0) = 0$ и существует такое $L > 0$, что для всех $l \leq L$ справедливо неравенство $\beta(\xi, l\xi) < |f(\omega(\xi u, 0))|$;

3) при достаточно малых (больших) по норме $(\xi u, z) \in K$ значения оператора

$$\widetilde{A}(\xi u, z) = (\xi u + f(\omega(\xi u, 0))u, B_2 z)$$

также принадлежат конусу K. Тогда нулевая (бесконечно удаленная) особая точка поля $\Phi = I - A$ изолирована в K и ее индекс вычисляется по правилу

$$\operatorname{ind}(0, I - A; K) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad f(\omega(\xi u, 0)) < 0 \quad \text{при малых} \quad \xi > 0, \\ 0, & \text{если} \quad f(\omega(\xi u, 0)) > 0 \quad \text{при малых} \quad \xi > 0, \end{cases}$$

$$\left(\operatorname{ind}(\infty, I - A; K) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad f(\omega(\xi u, 0)) < 0 \quad \text{при больших} \quad \xi > 0, \\ 0, & \text{если} \quad f(\omega(\xi u, 0)) > 0 \quad \text{при больших} \quad \xi > 0. \end{cases}\right)$$

ИНТЕГРАЛЫ СИСТЕМЫ ЯКОБИ В ПОЛНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛАХ

С. Н. Даранчук (Гродно, Беларусь)

Рассмотрим систему Якоби уравнений в полных дифференциалах

$$dx = J(x)\,dt, \tag{1}$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и $t = (t_1, \ldots, t_m)$ — точки из $\mathbb{R}^n$ и $\mathbb{R}^m$, $m < n$, соответственно, векторы-столбцы $dx = \operatorname{colon}(dx_1, \ldots, dx_n)$ и $dt = \operatorname{colon}(dt_1, \ldots, dt_m)$, элементами $(n \times m)$-матрицы $J(x) = \|J_{ij}(x)\|$ являются функции

$$J_{ij}: \ x \to a_{ji}(x) - x_i a_{j,n+1}(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m},$$

такие, что $a_{j\tau}: x \to \sum_{i=1}^{n} a_{j\tau i} x_i + a_{j\tau, n+1}$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $j = \overline{1,m}$, $\tau = \overline{1, n+1}$, с вещественными коэффициентами при условии $\sum_{i=1}^{n} |a_{j,n+1,i}| \neq 0$, $j = \overline{1,m}$.

Для вполне разрешимой системы (1) на основании метода частных интегралов из [1] разработан спектральный метод построения интегрального базиса. При этом базисные первые интегралы системы (1) строим по ее линейным частным интегралам (с учетом их кратностей). Линейные частные интегралы находим по общим собственным векторам квадратных матриц $A_j = \|a_{j\delta\tau}\|$ размера $n+1$, столбцы которых составляют коэффициенты линейных неоднородных функций $a_{j\tau}$, $j = \overline{1,m}$, $\tau = \overline{1, n+1}$.

В случае простых вещественных собственных чисел матриц A_j имеет место

Теорема 1. Пусть $\nu^k = (\nu_1^k, \ldots, \nu_{n+1}^k)$, $k = \overline{1, m+2}$, — общие вещественные линейно независимые собственные векторы матриц A_j, $j = \overline{1,m}$. Тогда первым интегралом вполне разрешимой системы (1) будет функция

$$W: \ x \to \prod_{k=1}^{m+2} \Big(\sum_{i=1}^{n} \nu_i^k x_i + \nu_{n+1}^k \Big)^{h_k}, \quad \forall x \in X,$$

где вещественные числа h_k, $k = \overline{1, m+2}$, являются нетривиальным решением линейной однородной системы $\sum_{k=1}^{m+2} h_k = 0$, $\sum_{k=1}^{m+2} \lambda_k^j h_k = 0$, $j = \overline{1,m}$, коэффициенты λ_k^j которой есть вещественные собственные числа матриц A_j, $j = \overline{1,m}$, соответствующие собственным векторам ν^k, $k = \overline{1, m+2}$, а X — любая область из множества определения функции W.

Литература

1. *Горбузов В.Н.* Частные интегралы вещественной автономной полиномиальной системы уравнений в полных дифференциалах. *Дифференц. уравнения и процессы управления* (http://www.neva.ru). **2** (2000) С. 1–36.

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ

В. Т. Дацык (Брест, Беларусь)

Исследуется сходимость и $(C,1)$-суммируемость одного типа тригонометрических интегралов класса функций

$$W[L; (iu)^\alpha] = \{f(x) \in L(\mathbb{R}) |\ (iu)^\alpha \widetilde{f}(u) = \widetilde{\varphi}(u), \ \varphi(x) \in L(\mathbb{R}), \ \alpha > 0\}, \tag{1}$$

где $\widetilde{f}$ — преобразование Фурье функции f и

$$(iu)^\alpha = \begin{cases} e^{i\pi\alpha/2} u^\alpha, & \text{где} \quad u \geq 0, \\ e^{3i\pi\alpha/2} |u|^\alpha, & \text{где} \quad u < 0. \end{cases}$$

Теорема 1. Если функция $f(x) \in L(-\infty; +\infty)$ и абсолютно непрерывна на $\mathbb{R}$, то интеграл

$$\int_0^{+\infty} u^\alpha\, du \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t)\cos ut\, dt \tag{2}$$

$(C,1)$ -суммируем к

$$-\Gamma(\alpha+1)\sin\frac{\alpha\pi}{2}\int_0^{+\infty}\frac{\Phi_x(t)}{t^{\alpha+1}}\,dt, \tag{3}$$

где $\Phi_x(t) = f(x-t) + f(x+t) - 2f(x)$, а интеграл

$$\int_0^{+\infty} u^\alpha\, du \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t)\sin ut\, dt \tag{4}$$

$(C,\ 1)$ -суммируем к

$$\Gamma(\alpha+1)\cos\frac{\alpha\pi}{2}\int_0^{+\infty}\frac{\Psi_x(t)}{t^{\alpha+1}}\,dt, \tag{5}$$

где $\Psi_x(t) = f(x-t) + f(x+t)$, $0 < \alpha < 1$.

На базе полученных результатов разработан метод вычисления интегралов, как от элементарных, так и специальных функций.

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Мн.: Наука и техника, (1987).

2. *Семенчук Н.П.* О $(C,1)$ -суммируемости и сходимости одного класса тригонометрических интегралов // *Вести АН БССР, серия физ.-мат. наук.* (4) (1989) С. 28–34.

3. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука (1981).

ПРИБЛИЖЕНИЕ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В БАЗИСЕ КОЙФЛЕТОВ

А. Г. Дейцева (Гродно, Беларусь)

В работе [1] было получено представление некоторых операторов (в том числе и оператора дифференцирования) в базисе вейвлетов Добеши. Койфлеты, в отличие от вейвлетов Добеши, обладают дополнительным свойством, позволяющим упростить вычисление коэффициентов вейвлет-аппроксимации [2]. Целью настоящей работы является получение приближения оператора дифференцирования $T = d^n/dx^n$, $n \in \mathbb{N}$, в базисе койфлетов, используя идеи из [1].

Рассмотрим сужение T_j оператора дифференцирования T на масштабирующее подпространство $V_j \subset L_2(\mathbb{R})$, $j \in \mathbb{Z}$:

$$T_j f(x) = 2^{jn}\sum_{k'\in\mathbb{Z}}\sum_{k\in\mathbb{Z}}\alpha_{j,k} r^{(n)}_{k'-k}\varphi_{j,k'}(x), \tag{1}$$

где

$$r^{(n)}_m = \int_{\mathbb{R}}\varphi(x-m)\varphi^{(n)}(x)\,dx, \quad \alpha_{j,k} = \int_{\mathbb{R}} f(x)\varphi_{j,k}(x)\,dx, \quad \varphi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\varphi(2^j x - k), \tag{2}$$

$j,k \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{R}$, $\varphi \in L_2(\mathbb{R})$ — масштабирующая функция Койфмана [2].

Доказано, что коэффициенты $r^{(n)}_m$, определяемые соотношением (2), могут быть найдены из системы линейных алгебраических уравнений. Также исследован ряд свойств этих коэффициентов.

Теорема. Пусть φ, ψ — масштабирующая функция Койфмана и койфлет порядка $L = 2K$, $K \in \mathbb{N}$, соответсвенно, и интегралы, стоящие в правой части (2) существуют. Тогда оператор $T_j f$, определяемый соотношением (1), $j \in \mathbb{Z}$, приближает производную $f^{(n)}$ функции $f \in C^{n+L}(\mathbb{R}) \cap L_2(\mathbb{R})$ такой, что $\sup_{x\in\mathbb{R}}|f^{(n+L)}(x)| < \infty$, с погрешностью $|f^{(n)}(x) - T_j f(x)| \le 2^{-j(L-n)}(C_1\cdot 2^{-jn} + C_2)$, где постоянные C_1 и C_2 не зависят от j; $n < L$, $n \in \mathbb{R}$.

Литература

1. *Beylkin G.* On the representation of operators in bases of compactly supported wavelets // *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 6 (6) (1992) P. 1716–1740.

2. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ Регулярная и Хаотическая Динамика (2001).