*Тонкову), то найдется $\rho > 0$, позволяющее при всяком $t_0 \in \mathbb{R}$ для любого вектора $\xi \in \mathbb{R}^n$, $\|\xi\| = 1$, отыскать такие вектор $\nu \in \mathbb{R}^m$, $\|\nu\| = 1$ и момент времени $t^* \in [t_0, t_0 + \sigma]$, что будет выполняться неравенство*

$$|\xi^* Q(t_0, t^*)\nu| \geqslant \rho. \tag{2}$$

**Литература**

1. Макаров Е. К., Попова С. Н. // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35. № 1. С. 97 – 106.

# ОБ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ СИНГУЛЯРНОГО ТИПА

Т. В. Копайцева (Брест, Беларусь)

Рассмотрим систему

$$\begin{gathered} Ax(t) = A_1 x(t-1) + Bu(t-1), \quad t = 0, 1, \ldots, T, \\ x_0(\cdot) = \{x(\tau) = \varphi(\tau),\ \tau = -1, \ldots, T-1\}, \end{gathered} \tag{1}$$

где $A$ и $A_1$ — заданные матрицы с постоянными элементами; $B$ — невырожденная матрица нужной размерности.

Любое решение равенства (1) удовлетворяет системе (см. [1]):

$$(E - C_0 A)x(t-1) = \sum_{i=1}^{k} C_i^{i-1} Bu(t+i-2) \tag{2}$$

и одновременно невырожденной системе обыкновенных дискретных уравнений

$$x(t) = C_0 A_1 x(t-1) + \sum_{i=0}^{k} C_i^i Bu(t+i-1). \tag{3}$$

Обратное также верно: любое решение (2), (3) удовлетворяет системе (1).

Пусть $H$ — $n \times n$ матрица, $\operatorname{rank}\{H\} = l$. Обозначим через $H_l$ совокупность векторов вида $Hx$, где $x \in \mathbb{R}^n$ — $n$-мерное евклидово пространство.

**Определение.** Система (1) называется *$H$-управляемой (относительно управляемой)*, если для любого $l$ — вектора $c \in H_l$ найдутся момент $t_1 < +\infty$, $H_1$ — $n \times n$-матрица, такая что $H_1(E - C_0 A) = H$ и последовательность $u(-1)$, $u(0)$, $u(1), \ldots, u(T-1)$ такие, что $Hx(T) = c$, $c \in H_l$.

**Теорема.** *Для того, чтобы система (1) была относительно управляема, необходимо и достаточно, чтобы было относительно управляемо* *условие* (2) *и одновременно выполнялось условие* (3) *для найденного управления.*

**Литература**

1. Бояринцев Ю. Е. Линейные и нелинейные алгебро-дифференциальные системы. Новосибирск, 2000.

# АЛЬТЕРНАТИВЫ ПОСТРОЕНИЯ УПРАВЛЕНИЙ ТИПА ОБРАТНОЙ СВЯЗИ НА УЧАСТКАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА

О. И. Костюкова, М. А. Курдина (Минск, Беларусь)

Рассмотрим динамическую систему

$$\dot{x} = f(x,u) + w(t), \quad t \in T = [0, t_*], \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояний, $u \in \mathbb{R}^m$ — вектор управлений, $f(x,u) \in \in \mathbb{R}^n$, — заданная гладкая функция; $w(t)$, $t \geqslant 0$, - неизвестное возмущение. Задача состоит в том, чтобы перевести систему (1) из заданного начального состояния $x_0 \in \mathbb{R}^n$ в заданное конечное состояние $x_* \in \mathbb{R}^n$ за минимальное время. Для решения этой задачи будем использовать управление типа обратной связи, построенное по правилу:

$$u^0(\tau, x) = u^0(\tau|\tau, x), \quad (\tau, x) \in T \times \mathbb{R}^n, \tag{2}$$

где $u^0(\tau|t, y)$, $t \in [\tau, t_*]$ — решение параметрической задачи $TO(\tau, y)$ :

$$t_* \to \min, \quad \dot{x} = f(x,u), \quad x(\tau) = y, \quad x(t_*) = x_*, \quad t \in [\tau, t_*].$$

Тогда динамику системы (1) можно описать как

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u^0(t, x(t))) + w(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \in [0, t_*]. \tag{3}$$

В общем случае функция $u^0(t, x)$ является разрывной по $x$, в силу чего правая часть (3) является разрывной функцией. Поэтому (3) может не иметь классического решения (возникает скользящий режим). В данной работе основное внимание уделяется ситуации, когда решение системы (3) попадает на поверхность разрыва функции $f(x, u^0(t, x))$ и правила построения управляющего воздействия оказываются неоднозначными. Возникает альтернатива: можно либо сойти с поверхности разрыва и строить управление по классическим правилам, либо двигаться по поверхности разрыва и строить управление, используя скользящий режим [2]. Ранее такие ситуации не рассматривались. Возможность возникновения альтернативных ситуаций теоретически обоснована и продемонстрирована на примерах.