

и называемых  $m$ -возмущениями.

**Определение 2.** Через  $L^p N_1$ , будем обозначать множество всех тех линейных систем  $(1_A)$  из  $L^p N$ , для каждой из которых и всякого  $m$ -возмущения  $f : [0, +\infty) \times U_{\rho(f)} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $f \in F_m$ ,  $m > 1$ , существует такая окрестность  $U_{\varepsilon(A,f)} \subset U_{\rho(f)}$  начала координат радиуса  $\varepsilon(A, f) > 0$ , что любое нетривиальное решение возмущенной системы (2), принадлежащее окрестности  $U_{\varepsilon(A,f)}$  в начальный момент времени  $t = 0$ , за конечное время выходит на границу  $\partial U_{\varepsilon(A,f)}$  этой окрестности.

**Теорема.**  $L^p N_1 = L^p N \iff p \geq 1$ .

**Следствие.** Нулевое решение системы (2) с линейным приближением  $A \in L^p N$ ,  $p \geq 1$ , и любым  $m$ -возмущением  $f$  порядка малости  $m > 1$  неустойчиво по Ляпунову.

#### Литература

1. Coppel W. A. Stability and Asymptotic Behavior of Differential Equations. Boston. 1965.
2. Conti R. // Funkcialaj Ekvacioj. 1966. V. 9. № 1. P. 23 — 26.
3. Изобов Н. А., Прохорова Р. А. // Вестн. Бел. ун-та. Сер. 1. Физика. Математика. Механика. 1989. № 2. С. 39 — 44.

## СИСТЕМЫ НЕАВТНОМНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Т. И. КАРИМОВА (БРЕСТ, БЕЛАРУСЬ)

На полном вероятностном пространстве  $(\Omega, A, P)$  рассматривается система дифференциальных уравнений, которая в алгебре обобщенных случайных процессов  $G(T, \Omega)$  на уровне представителей будет записана в виде задачи Коши с опережением

$$\begin{cases} X_n^i(t+h_n) - X_n^i(t) = \sum_{j=1}^m f_n^{ij}(t, X_n(t+h_n)) [B_n^j(t+h_n) - B_n^j(t)] + g_n^i(t, X_n(t)), \\ X_n^i(t)|_{[0, h_n)} = X_n^{0i}(t), \quad i = \overline{1, r}, \quad t \in [0; T] \end{cases} \quad (1)$$

где  $B_n^j(t) = (B^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/n} B^j(t+s) \rho_n^j(s) ds$ ,  $\rho_n^j(t) \in C^\infty(\mathbb{R})$ ,  $\rho_n^j \geq 0$ ,

$\text{supp } \rho_n^j(t) \subset [0, 1/n]$ ,  $\int_0^{1/n} \rho_n^j(s) ds = 1$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $B(t) = (B^1(t), \dots, B^m(t))$  —

$m$ -мерный стандартный процесс броуновского движения,  $f_{ii}^{ij} = (f^{ij} * \bar{\rho}_n)$ ,  $g_i^i = (g^i * \bar{\rho}_n)$ ,  $f^{ij} \in C_B^2(\mathbb{R}^{r+1})$ ,  $g^i \in C_B^1(\mathbb{R}^{r+1})$ , а  $\bar{\rho}_n$  — неотрицательная бесконечно дифференцируемая функция, носитель которой содержится в  $[0, 1/n]^{r+1}$

$$\text{и } \int_0^{1/n} \dots \int_0^{1/n} \bar{\rho}(s, s_1, \dots, s_r) ds ds_1 \dots ds_r = 1.$$

Система уравнений, ассоциированных системе (1) имеет вид

$$X_i(t) = x_i + \sum_{j=1}^m (\theta_j) \int_0^t f^{ij}(s, X(s)) dB^j(s) + \int_0^t g^i(s, X(s)) ds, \quad i = \overline{1, r}. \quad (2)$$

где  $t \in T$ ,  $x_i \in \mathbb{R}$ ,  $\theta \in [0, 1]$  и интеграл в правой части — стохастический  $\theta$ -интеграл

Пусть поток  $\sigma$ -алгебр  $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, T]}$  порожден процессом  $B(t)$ .

Рассмотрим числовые последовательности

$$K_j(n, h_n) = \iint_{\substack{0 \leq s, \tau \leq 1/n \\ |s - \tau| \leq h_n}} \left(1 - \frac{|s - \tau|}{h_n}\right) \rho_n^j(s) \rho_n^j(\tau) ds d\tau, \quad j = \overline{1, m}.$$

**Теорема.** Пусть  $f^{ij} \in C_B^2(\mathbb{R}^{r+1})$ ,  $g^i \in C_B^1(\mathbb{R}^{r+1})$ ,  $i = \overline{1, r}$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Если  $n \rightarrow \infty$ ,  $h_n \rightarrow 0$ , так что  $1/n^2 = o(h_n)$ , причем “начальное условие” задачи Коши (1)  $X_n^{0i}(t)$  является  $\mathcal{F}_{t+\frac{1}{n}}$  измеримым для любого  $t \in [0, h_n]$ ,

$\sup_{t \in [0, h_n]} E[X_n^{0i}(t) - x^i]^2 \rightarrow 0$ , и  $K_j(n, h_n) \rightarrow (2\theta_j - 1)$ , где  $\theta_j \in [1/2, 1]$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,

$h_n \rightarrow 0$  тогда  $\sup_{t \in [0, T]} E[X_n^i(t) - X^i(t)]^2 \rightarrow 0$ ,  $i = \overline{1, r}$  где  $X_n^i(t)$  и  $X^i(t)$

решения задачи Коши (1) и уравнения (2).

## О НЕСОХРАНЕНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ПО МАЛОМУ ПАРАМЕТРУ ТРЕХМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

С. Г. КРАСОВСКИЙ (МИНСК, БЕЛАРУСЬ)

Рассмотрим исходную линейную систему с малым положительным параметром  $\varepsilon$  при производной

$$\varepsilon \dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (1_{A/\varepsilon})$$

и ограниченной кусочно-непрерывной матрицей  $A(t)$ , а также возмущенную сингулярную систему  $(1_{(A+Q)/\varepsilon})$  с кусочно-непрерывным возмущением  $Q(\cdot)$ ,  $\|Q(t)\| \leq \delta$  при  $t \geq 0$ .