удовлетворяет необходимым условиям. Докажем, что они являются достаточными.

Действительно, полагая в (2) $y = \frac{1}{1-x^2}$, получим уравнение $x'' = \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}\Big)x'^2 + \Big(\frac{1}{2}c_{-1} + \frac{1}{2}\frac{d_{-1}}{x^2} - \frac{1}{8}\frac{2c_0 - \sqrt{A_2}}{(x-1)^2} - \frac{1}{8}\frac{2c_0 + \sqrt{A_2}}{(x+1)^2}\Big)(x+1)(x-1)x$ со свойством Пенлеве [1].

Литература

1. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков, 1939.

К ТЕОРИИ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ПЕНЛЕВЕ

Н. А. Лукашевич (Минск, Беларусь),
А. В. Чичурин (Брест, Беларусь)

Рассматриваются нелинейные дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2w}{dz^2} = (A(z)w + B(z))\frac{dw}{dz} + C(z)w^3 + D(z)w^2 + E(z)w + F(z), \qquad (1)$$

где $B(z)$, $D(z)$, $E(z)$, $F(z)$ — некоторые функции z, а A, C — постоянные. Уравнения (1) возникают при решении задачи о нахождении дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d^2w}{dz^2} = R\left(\frac{dw}{dz}, w, w\right) \qquad (2)$$

(R — рациональная функция $\frac{dw}{dz}$, w с аналитическими в области G коэффициентами), решения которых не имеют подвижных критических особых точек (P-свойство). Уравнения (1) удовлетворяют необходимым условиям принадлежности к уравнениям (2), обладающих P-свойством [1, с. 438].

Для уравнений (1) решается задача об отыскании первых интегралов в виде следующих двух форм:

1)

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)^2 = P(z,w)\frac{dw}{dz} + Q(z,w), \qquad (3)$$

где $P(z,w) \equiv \phi_0(z)w^2 + \phi_1(z)w + \phi_2(z)$, $Q(z,w) \equiv f_0(z)w^4 + f_1(z)w^3 + f_2(z)w^2 + f_3(z)w + f_4(z)$, или

2)

$$\frac{a_3(z)w' - a_0(z)w^2 - a_1(z)w - a_2(z)}{b_3(z)w' - b_0(z)w^2 - b_1(z)w - b_2(z)} = h(z) + C, \qquad (4)$$

где C — произвольная постоянная.

Найдены условия существования первых интегралов вида (3), (4) для уравнений (1).

Литература

1. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков, 1939.

К СВОЙСТВАМ ФУНКЦИИ ГРИНА ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

О. Г. Медведева (Минск, Беларусь)

Рассматривается краевая задача для уравнения с запаздыванием

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)+A_1x(t-h)+\int_a^t A_2x(s-h)ds+f(t), \quad \int_a^b \Phi(s)\dot{x}(s)ds+\Psi x(a) = 0,$$

$t \in [a,b]$, $h = \text{const}$, $h > 0$, $x : [a,b] \to \mathbb{R}^n$ принадлежит пространству абсолютно непрерывных функций D_p^n. Дифференциально-интегральное ядро [1] для рассматриваемого уравнения имеет вид

$$K(t,s) = \chi(t-s)-\int_a^t A\chi(\tau-s)d\tau-\int_a^t A_1\chi_h(\tau,s)d\tau-\int_a^t d\tau\int_a^\tau A_2\chi_h(\theta,s)d\theta.$$

Можно показать справедливость следующего разложения для функции Грина данной задачи

$$\frac{\partial^i G(t,s)}{\partial t^i}=\sum_{j=0}^{i} Q_i(jh)[A_0(t-jh,s)+\chi(t-jh-s)]+\sum_{j=1}^{i} Q_{i-1}((j-1)h)\int_a^t G(\tau-jh,s)d\tau,$$

$A_0(t,s)$ — абсолютно непрерывная составляющая функции $G(t,s)$. Производные функции Грина по первому аргументу $\dfrac{\partial^i G(\cdot,\widehat{s})}{\partial t^i}$, $i = 0,1\ldots$, будут терпеть разрыв на прямых $s = t-jh$, $j = \overline{0,i}$, а скачки находятся по следующему "определяющему уравнению" $Q_i(l) = Q_{i-1}(l)A+Q_{i-1}(l-h)A_1+Q_{i-2}(l-h)A_2$ с начальными условиями $Q_i(l) = 0$, если $i < 0$ $Q_0(0) = E$, $l = 0,h,2h,\ldots$. Рассматриваемая задача иллюстрирует зависимость вида рекурентного соотношения для вычисления скачков от свойств дифференциально-интегрального ядра исходного уравнения.