$$f(x) = \mp\frac{1}{2}g(x) \mp \frac{1}{2\pi^2}\int_{-1}^{+1}\sqrt{\frac{(b_1-a_1)(b_2-x)(a_2-x)-(b_2-a_2)(b_1-x)(a_1-x)}{(b_1-x)(a_1-x)(b_2-x)(a_2-x)}}\cdot\left(\frac{(b_1-x)(b_2-x)}{(a_1-x)(a_2-x)}\right)^{i\ln\frac{1+\lambda}{1-\lambda}}$$

$$\cdot\frac{d\lambda}{1-\lambda^2}\int_{\Gamma}\left(\frac{(b_1-y)(b_2-y)}{(a_1-y)(a_2-y)}\right)^{-i\ln\frac{1+\lambda}{1-\lambda}}\sqrt{\frac{(b_1-a_1)(b_2-y)(a_2-y)-(b_2-a_2)(b_1-y)(a_1-y)}{(b_1-y)(a_1-y)(b_2-y)(a_2-y)}}g(y)dy.$$

FAST DIFFUSION EQUATION WITH DOUBLE NONLINEARITY

A.L.Gladkov (Belarus, Vitebsk)

We consider the Cauchy problem for doubly nonlinear parabolic equation

$$u_t = div\left\{a(x,t)\,|\,u\,|^l\,|\,\nabla u\,|^{m-2}\,\nabla u\right\} \quad (x,t)\in S = R^N\times(0,+\infty), \tag{1}$$

with the initial condition

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x\in R^N, \tag{2}$$

where $m>1$, $l\geq 0$, $m+l<2$, $a(x,t)\in C^{l,0}(\bar{S})$, $a(x,t)>0$, $u_0(x)\in C(R^N)$, $u_0(x)\geq 0$. The inequality $m+l<2$ means that (1) belongs to the type of fast diffusion equations. Set $Q_T=\Omega\times(0,T)$.

Definition. *A nonnegative function $u(x,t)$ is called a generalized solution of the Cauchy problem* (1), (2) *in S if for any $T>0$ and any bounded domain $\Omega\in R^N$, $u\in C(\overline{Q}_T)$, $\nabla u^{\sigma+1}\in L_m(Q_T;R^N), \sigma = \dfrac{l}{m-1}$, and for any $\varphi\in W_m^1(Q_T)$ such that $\varphi=0$ on $\partial\Omega\times(0,T)$, we have*

$$\int_\Omega u(x,T)\varphi(x,T)dx - \int_\Omega u_0(x)\varphi(x,0)dx +$$

$$+\int_{Q_T}\left\{-u\varphi_t + (\sigma+1)^{1-m}\,|\,\nabla u^{\sigma+1}\,|^{m-2}\,\nabla u^{\sigma+1}\nabla\varphi\right\}dxdt = 0.$$

We prove existence of a global generalized solution of the Cauchy problem with arbitrary growing at an infinity initial data.

Theorem. *For any initial data $u_0(x)$ there exists a generalized solution of the Cauchy problem* (1), (2) *in S.*

Under the additional conditions $l+m+m/n>2$ and $a(x,t)\equiv 1$ similar results have been obtained by K. Ishige. Unfortunately we know nothing about the uniqueness of a generalized solution.

О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Е.В. Грицук, А.Т. Усс (Беларусь, Брест)

Известно [1-2], что если эллиптическая система двух дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами гомотопна паре уравнений Лапласа, то краевая задача Дирихле для нее (в обычных постановках) является нетеровской и имеет фредгольмовский характер разрешимости (т.е. имеет нулевой индекс). В пространствах размерности $n \geq 3$ каждая система указанного типа гомотопна паре уравнений Лапласа, и потому для каждой такой системы краевая задача Дирихле является фредгольмовой. Б.В. Боярским было высказано предположение (см. [2]), что обнаруженный факт не зависит от порядка дифференциальных уравнений. В настоящей заметке показывается ошибочность такого предположения.

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ $(n \geq 3)$ – ограниченная область с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$. Рассмотрим краевую задачу Дирихле отыскания пары четырежды непрерывно дифференцируемых в Ω функций $(u(x), v(x))$, с непрерывными по Гельдеру в $\overline{\Omega}$ частными производными первого порядка, удовлетворяющих в Ω системе

$$\begin{cases} (\partial_n^2 + 16\Delta)(\partial_n^2 - 31\Delta)u - 28\Delta(\partial_n^2 + 16\Delta)v = 0, \\ 50\Delta(\partial_n^2 + \Delta)u + (\partial_n^2 + \Delta)(\partial_n^2 + 44\Delta)v = 0, \end{cases} \tag{1}$$

а на границе $\partial\Omega$ – условиям

$$(u,v)\big|_{\partial\Omega} = (f_1, g_1), \qquad (\partial u/\partial \nu, \partial v/\partial \nu)\big|_{\partial\Omega} = (f_2, g_2). \tag{2}$$

Здесь $\partial_j := \dfrac{\partial}{\partial x^j}$ – оператор частного дифференцирования, $\Delta = \sum\limits_{j=1}^{n-1} \partial_j^2$ – оператор Лапласа по переменным $(x^1, \ldots, x^{n-1})$, ν – непрерывное поле единичных внешних нормалей на $\partial\Omega$, f_1, f_2, g_1, g_2 – заданные функции, непрерывные по Гельдеру на $\partial\Omega$.

Прямым построением гомотопии в классе $M(p=2,\ s=4,\ n \geq 3)$ эллиптических в пространстве размерности $n \geq 3$ систем двух уравнений четвертого порядка, имеющих положительный характеристический определитель, устанавливается

Теорема 1. *Система (1) гомотопна паре бигармонических уравнений в классе $M(s=4, p=2, n \geq 3)$.*

Для задачи (1), (2) матрица Лопатинского [3] в той точке $y \in \partial\Omega$, где нормаль $\nu(y)$ параллельна оси Ox^n, имеет ранг меньше четырех, и потому справедлива

Теорема 2. *Задача (1), (2) не является нетеровской.*

Литература. 1. Боярский Б.В. // Бюл. Польск. АН серия матем., астр. и физ. наук. 1959 – Т.7. – № 9. – С. 565-570. 2. Боярский Б.В. // Бюл. Польск. АН серия матем., астр. и физ. наук. – 1960-Т 8.-№ 1. С. 19-24. 3. Лопатинский Я.Б. // Укр. матем. журн. – 1953. – Т. 5. – № 2. – С. 123-151.