ВЦРАН,2005. – С. 3-25. 2. Будько Д.А. Об одном эффективном алгоритме вычисления границ областей неустойчивости уравнения Матье //Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры: Материалы междунар. конф., Брест, 5-8 октября 2005г.Ч.2. –Мн.: БГПУ, 2005. – С. 184-186.

О СИММЕТРИЧНЫХ ГОМОГРАФИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЬЮТОНОВОЙ ЗАДАЧИ ДЕВЯТИ ТЕЛ

Л. Гадомский, А.В. Чичурин (Польша, Седльце, Беларусь, Брест)

Рассматривается вопрос о существовании гомографических решений общей ньютоновой проблемы девяти тел $P_i\,(i=\overline{0,8})$ с массами $m_0, m_1=m_3, m_2=m_4$, $m_5=m_6=m_7=m_8$ взаимно притягивающих друг друга в соответствии с законом всемирного тяготения [1]. Известно, что если точные гомографические решения в задаче многих тел существуют, то они являются плоскими конфигурациями [2]. Поэтому можно считать, что все тела находятся в одной неподвижной плоскости в трехмерном евклидовом пространстве. Рассматриваемая модель является обобщением проблемы девяти тел, исследованной в [3].

Нами получены достаточные условия существования центральной конфигурации с координатами $A_0: x_0=0, y_0=0$, $A_1: x_1=1, y_1=0$, $A_2: x_2=0, y_2=b$, $A_3: x_3=-1, y_1=0$, $A_4: x_4=0, y_1=-b$, $A_5: x_5=\alpha, y_5=\beta$, $A_6: x_6=-\alpha, y_6=\beta$, $A_7: x_7=\alpha, y_7=-\beta$, $A_8: x_8=-\alpha, y_1=-\beta$, ($b>0, \alpha>0, \beta>0$ – постоянные)

$$\omega^2=-g\left(m_0+\frac{m_1}{4}+\frac{2m_2}{\left(1+b^2\right)^{3/2}}+\frac{2(1+\alpha)m_5}{\left((-1-\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\frac{2(1-\alpha)m_5}{\left((-1+\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}\right),$$

$$\alpha\omega^2-g\left(\frac{\alpha m_0}{\left(\alpha^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\frac{(1+\alpha)m_1}{\left((1+\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\frac{(\alpha-1)m_1}{\left((1-\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\right.$$

$$\left.\frac{\alpha m_2}{\left(\alpha^2+(b+\beta)^2\right)^{3/2}}+\frac{\alpha m_2}{\left(\alpha^2+(b-\beta)^2\right)^{3/2}}+\frac{\alpha m_5}{4\alpha^3}+\frac{2\alpha m_5}{\left(4\alpha^2+2\beta^2\right)^{3/2}}\right)=0,$$

$$b\omega^2=g\left(\frac{m_0}{b^2}+\frac{2bm_1}{\left(1+b^2\right)^{3/2}}+\frac{m_2}{4b^2}+\frac{2(b+\beta)m_5}{\left(\alpha^2+(b+\beta)^2\right)^{3/2}}+\frac{2(b-\beta)m_5}{\left(\alpha^2+(\beta-b)^2\right)^{3/2}}\right),$$

$$\beta\omega^2=g\left(\frac{\beta m_0}{\left(\alpha^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\frac{\beta m_1}{\left((1+\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\frac{\beta m_1}{\left((1-\alpha)^2+\beta^2\right)^{3/2}}+\right.$$

$$\left.\frac{(-b+\beta)m_2}{\left(\alpha^2+(b-\beta)^2\right)^{3/2}}+\frac{(b+\beta)m_2}{\left(\alpha^2+(b+\beta)^2\right)^{3/2}}+\frac{m_5}{4\beta^2}+\frac{2\beta m_5}{\left(4\alpha^2+4\beta^2\right)^{3/2}}\right),$$

ω – угловая скорость вращения, g – постоянная гравитации.

Показано, что эти нелинейные уравнения относительно геометрических параметров и линейные уравнения относительно масс совместны.

Например, при $\alpha = 0.4, \beta = 0.6, b = 1.2$ имеем $m_1 = 11.54611m_0, m_2 = 7.59928m_0, m_3 = 0.353233m_0$, $\omega = \sqrt{6.21962gm_0}$.

Литература. 1. Абалакин В.К., Аксенов В.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике.–М.: Наука, 1976. – 854 с. 2.Уинтнер А. Аналитические основы небесной механики. –М.: Наука, 1967. – 524 с. 3. Ихсанов Е.В. Компьютерные методы нормализации гамии гамильтонианов ограниченных задач небесной механики. – М.: Изд-во РУДН, 2004. – 132 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСПОКОЕНИЯ МАЯТНИКА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

М.Н. Гончарова (Беларусь, Гродно)

Рассматривается система, описывающая поведение маятника единичной массы:

$$\dot{x}_1 = x_2 + u_1, \quad \dot{x}_2 = -x_1 + u_2.$$

Здесь координата x_1 характеризует положение маятника в пространстве, координата x_2 характеризует скорость движения маятника. Считаем, что компоненты управления ограничены постоянной величиной: $|u_1| \le 1$, $|u_2| \le 1$, а на траекторию наложено фазовое ограничение $|x_2(t)| \le b$, $b > 0$, которое должно выполняться на протяжении всего движения. Требуется перевести маятник из произвольной точки x^0, удовлетворяющей фазовому ограничению, в начало координат за наименьшее время.

Решение поставленной задачи зависит от константы b, определяющей фазовое ограничение, и от положения начальной точки x^0.

Если $b \ge \sqrt{2} - 1$, то, в зависимости от положения начальной точки, фазовое ограничение либо не оказывает влияния на решение задачи, либо поставленная задача решения не имеет. Во втором случае не существует допустимого управления, переводящего маятник в положение равновесия.

Если $b < \sqrt{2} - 1$ то в множестве, определяющем фазовое ограничение, выделяются три подмножества начальных состояний. При условии принадлежности начального состояния одному из названных подмножеств, фазовое ограничение не влияет на решение поставленной задачи. Если начальная точка принадлежит второму подмножеству, то задача не имеет решения в силу отсутствия допустимого управления, переводящего начальную точку в положение равновесия. Интерес представляет случай, когда начальная точка принадлежит третьему из выделенных подмножеств. При этом условии фазовое ограничение является существенным, и управление, переводящее маятник в начало координат наискорейшим образом, не совпадает с аналогичным управлением,