Доказательство. Непосредственное вычисление вычетов формул (4) дает соотношения (5).

Лемма 2. *Матрица Я. Б. Лопатинского задачи* (1), (2) *имеет вид*

$$B(y)\cdot\begin{pmatrix} a_1 & a_3-a_2 & a_2 & 0 \\ a_2-a_3-b_2 & a_1+c_2-c_1 & -c_2 & a_2 \\ -2a_3-b_2+b_3 & c_2-2c_1+c_3 & a_1-c_2+c_1 & a_2-a_3 \\ a_1-b_1 & -a_2-a_3+b_2-b_3 & a_3-b_2 & a_1 \end{pmatrix}.$$

Доказательство. Матрица $B(y)$ не зависит от переменной интегрирования и выносится за знак интеграла в равенстве (3). Непосредственным вычислением интегралов из формулы (3) можно убедиться в истинности леммы.

Вывод: вид матрицы Я. Б. Лопатинского задачи (1), (2) и установленные связи (5) между элементами матрицы позволяют выразить ранговые миноры матрицы (3) через три элемента a_1, a_2 и a_3.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лопатинский, Я. Б. Об одном способе приведения граничных задач для систем дифференциальных уравнений эллиптического типа к регулярным интегральным уравнениям / Я. Б. Лопатинский // Укр. мат. журн. – 1953. – Т. 5.– С. 123–151.

2. Агранович, М. С. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы / М. С. Агранович // Успехи мат. наук. – 1965. – Т. 20, вып. 5. – С. 3–120.

УДК 517.512.2

В. Т. ДАЦЫК
Брест, БрГТУ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ МЕТОДОВ СУММИРОВАНИЯ

Построение линейных методов суммирования на различных классах функций является одним из важных направлений в теории аппроксимации. Основной задачей в этом направлении является нахождение для данного метода суммирования асимптотических представлений точных верхних граней оператора, построенного на базе ряда (интеграла) Фурье или сопряженных им структур, для функций из заданного компактного класса.

Рассмотрим класс комплекснозначных функций f действительного переменного

$$W[L;(iu)^{\alpha}]=\{f(x)\in L(-\infty;+\infty)\,|\,(iu)^{\alpha}\widetilde{f}(u)=\widetilde{\varphi}(u),\varphi\in L(-\infty;+\infty),\alpha>0\},\quad(1)$$

причем

$$(iu)^{\alpha}\widetilde{f}(u)=\begin{cases}e^{\frac{i\pi\alpha}{2}}u^{\alpha}, & u\geq 0,\\ e^{-\frac{i\pi\alpha}{2}}|u|^{\alpha}, & u<0.\end{cases}\quad(2)$$

В этом случае функция φ называется дробной производной порядка α в смысле Римана – Лиувилля функции f в терминах преобразования Фурье. Пусть функция φ удовлетворяет неравенству

$$\operatorname*{vrai\,sup}_{x\in\mathbf{R}}|\varphi(x)|\leq 1.\quad(3)$$

Множество всех таких функций φ обозначим через K. Для функций $f\in W[L;(iu)^{\alpha}]$ на базе интеграла Фурье построим обобщенные средние [1, 2]

$$U_{\lambda}(f,x)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\lambda}K(\lambda,u)du\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\cos(x-t)u\,dt,\quad(4)$$

где

$$K(\lambda,u)=\sum_{m=0}^{\infty}a_m(\lambda)\left(\frac{u}{\lambda}\right)^m -\quad(5)$$

абсолютно сходящийся функциональный ряд по степеням u/λ ($|u/\lambda|\leq 1$), коэффициенты $a_m(\lambda)$ таковы, что при любом $\lambda>0$ ряд

$$\Xi_{\lambda}=|a_0(\lambda)|+\sum_{m=1}^{\infty}m\,|a_m(\lambda)|\quad(6)$$

сходится. Обозначим при $m\geq\alpha$

$$V_{m,\lambda}(f,x)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\lambda}u^{m}du\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\cos(x-t)u\,dt\,, \tag{7}$$

а при $m<\alpha$

$$r_{m,\lambda}(f,x)=\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{+\infty}u^{m}du\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\cos(x-t)u\,dt\,. \tag{8}$$

Теорема. *Пусть* $\rho\in\mathbf{N}$, $f,f',\ldots,f^{(2\rho)}\in W[L;(iu)^{\alpha}]$, *то справедливо представление* $U_{\lambda}(f,x)=\Gamma_{\lambda}(f,x)+R_{2\rho}(x)$, *где*

$$\Gamma_{\lambda}(f,x)=\sum_{\nu=0}^{\rho}(-1)^{\nu}\frac{a_{2\nu}(\lambda)}{\lambda^{2\nu}}f^{(2\nu)}(x)+\sum_{\nu=1}^{\rho}(-1)^{\nu}\frac{a_{2\nu-1}(\lambda)}{\lambda^{2\nu-1}}\overline{f}^{(2\nu-1)}(x),$$

$$R_{2\rho}(x)=\frac{(-1)^{\rho}}{\lambda^{2\rho}}\sum_{m=0}^{\infty}a_{m}(\lambda)(S_{\lambda}^{(2\rho)}(x)-f^{(2\rho)}(x))+$$

$$+\frac{(-1)^{\rho}}{\lambda^{2\rho}}\sum_{m=0}^{\infty}(2\rho-m)a_{m}(\lambda)(S_{\lambda}^{(2\rho)}(x)-f^{(2\rho)}(x))+$$

$$+(-1)^{\rho}\sum_{m=0}^{2\rho-1}\lambda^{-m}a_{m}(\lambda)(2\rho-m)(m-2\rho-1)\int_{\lambda}^{+\infty}(S_{u}^{(2\rho)}(x)-f^{(2\rho)}(x))u^{m-2\rho-1}du+$$

$$+(-1)^{\rho}\sum_{m=2\rho}^{\infty}\lambda^{-m}a_{m}(\lambda)(2\rho-m)(-m+2\rho+1)\int_{0}^{\lambda}(S_{u}^{(2\rho)}(x)-f^{(2\rho)}(x))u^{m-2\rho-1}du,$$

$$V_{2\rho,\lambda}(f,x)=(-1)^{\rho}S_{\lambda}^{(2\rho)}(x).$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенчук, Н. П. Об одной асимптотической формуле типа Вороновской / Н. П. Семенчук, В. Т. Дацык // Вес. АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1993. – № 1. – С. 76–79.

2. Дацык, В. Т. Обобщенные средние сопряженного интеграла Фурье функций с существенно ограниченной дробной производной / В. Т. Дацык // Вес. НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2012. – № 2. – С. 35–42.