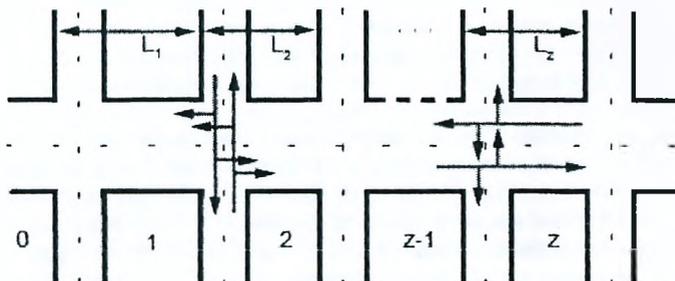


ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ АВТОТРАНСПОРТА ПО АРТЕРИИ ГОРОДА

Диаграмма состояния магистрали.

Для лучшего понимания процессов, происходящих на магистрали города, построим пространственно-временную диаграмму движения пачек автомобилей по ней. Для этого абстрагируемся в предлагаемой модели от диффузии и эффекта размывания пачек. Все сформированные светофором пачки АТС идут в дальнейшем по магистрали компактно с одинаковой скоростью. Объектом исследования является транспортная магистраль, вдоль которой расположены $z+1$ X-образных перекрёстков на различном расстоянии друг от друга. Магистраль и все примыкающие дороги с перекрёстков имеют двустороннее движение. Расстояния между перекрёстками $0, 1, \dots, Z$ соответственно равны L_1, L_2, \dots, L_z . Перекрёстки оборудованы светофорами, работающими по двухфазному светофорному циклу. В качестве минимального временного дискрета Δt примем продолжительность зелёного сигнала (ЗС) на пересекающей магистрали дороге (рис. 4).



**Рисунок 1 – План магистрали с примыкающими X-образными,
регулируемыми перекрестками**

На перекрестке 1 (рис. 1) стрелками показаны возможные для всех перекрестков направления движения с примыкающих дорог. На перекрестке $Z-1$ стрелками показаны возможные направления движения с магистрали.

Построим в масштабе диаграмму состояния магистрали в дискретные моменты времени для пяти равноудаленных перекрестков. Для этого по оси абсцисс откладываем временные промежутки длительностью $\Delta t = t_s$, а по оси ординат — дискреты расстояний Δl , пройденные пачкой из n автомобилей по магистрали за дискрет времени Δt . Продолжительность красного сигнала кратна продолжительности зеленого $t_r = k t_s$, где k — коэффициент кратности. Примем $k=2$. Сигналы светофоров в конкретный момент времени можно описать двоичным вектором управления $P_j = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_i, \dots, \delta_z)$, $j=1, \dots, 2^{z+1}$, $\delta_i \in \{0, 1\}$, ($i=0, \dots, Z$), каждый разряд которого управляет соответствующим перекрёстком: В рассматриваемом случае, P_1 состоит из всех нулей и находится в регистре время t_k . P_2 состоит из всех единиц. Этим вектором на всех светофорах магистрали зажигается зеленый сигнал, а на боковых дорогах — красный сигнал.

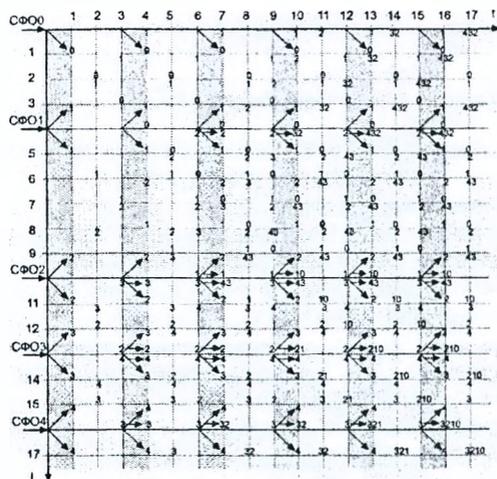


Рисунок 2 – Диаграмма состояний магистрали

На рис.2 изображены 5 светофоров с 17 дискретами расстояний в течение 17 дискретов времени. Более темные вертикальные полосы показывают, когда на магистрали горит красный сигнал светофоров и происходит эмиссия транспортных средств в магистраль. Стрелки, направленные сверху вниз, означают эмиссию очередной пачки на одну из сторон магистрали (I направление) с боковых улиц. Такие пачки размещаются над горизонтальными прямыми. Стрелки, направленные снизу вверх, означают эмиссию очередной пачки на другую сторону магистрали (II направление). Эти пачки размещаются в диаграмме под горизонтальными прямыми. Горизонтальные стрелки означают задержки пачек, т.к. их состояние меняется только по временной оси, а по оси расстояний остается тем же. Все пачки пронумерованы в соответствии с номером светофора, из которого они вышли. Несколько идущих подряд номеров означают, что пачки с разных светофоров слились в одну.

Проанализировав диаграмму, показанную на рис.2, можно сделать вывод, что при данном расположении светофоров и $k=2$ избежать задержек не получается ни на одном перекрестке. Причем светофоры 2 и 3 создают задержки в обоих направлениях.

Пути решения этой ситуации:

- увеличить длительность зеленой фазы (k),
- сдвинуть фазы.

Остановимся на последнем. Выясним, какие сдвиги возможны для максимального уменьшения количества задержек, если рассматривать оба направления независимо друг от друга. В направлении I допустимо сдвинуть фазу на один такт Δt влево для светофора №4. Других вариантов нет, т.к. нет свободных диагоналей. В направлении II допустимо сдвинуть фазу на один такт Δt влево для светофора №1 и вправо для светофора №4. Теперь надо отследить, как эти изменения согласуются друг с другом. Сдвиг направления I на четвертом светофоре приведет к тому, что светофор будет работать асинхронно в направлении I и II. В нашем случае такой ситуации быть не может, т.к. рассматриваемом цикле всего 3 дискрета времени. Если светофор работает асинхронно, то по крайней мере один дискрет будет отведен на зеленый сигнал в направлении

длин – во втором. Если третий дискрет отвести на зеленый сигнал, это будет означать, что для поперечной дороги зеленый свет не загорится никогда. Если третий дискрет отвести на красный сигнал, это будет означать, что большую часть на магистрали на этом перекрестке будет гореть красный сигнал. Что тоже недопустимо. Поэтому, сдвинув фазы в одном направлении, необходимо их сдвинуть и во втором.

При этом проверяем по диаграмме, возможен ли такой сдвиг во II направлении. Свободная диагональ есть. Но, заняв ее, у нас больше нет возможности сдвинуть фазы на светофоре №1. В результате получаем новую диаграмму, изображенную на рис. 3. Для управления такой магистралью понадобится 3 управляющих вектора. После сдвига фаз количество задержек уменьшилось.

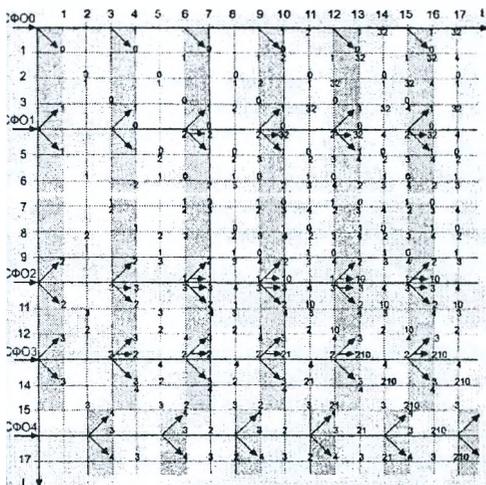


Рисунок 3 – Диаграмма состояний магистрали при увеличении числа управляющих векторов

Оптимальный выбор k . В статье [1] был введен и использовался здесь коэффициент кратности k – целое натуральное число в формуле $t_2 = k t_1$. Т. о., продолжительность красного сигнала была числом, кратным продолжительности зеленого сигнала. При этом продолжительность светофорного цикла получалась $C = (k+1) t_1$. В нашем случае для построения детерминированной модели коэффициент k был выбран равным 2. Т.о., получалось $t_2 = 2t_1$, $C = 3t_1$.

На детерминированной модели (для упрощения будем рассматривать движение только в одну сторону) построим диаграммы с различными k , чтобы выяснить, как выбрать оптимальный коэффициент k и как изменить k , чтобы при заданном числе перебоев устранить задержки.

На рис.4 изображены диаграммы состояний магистрали при k , равном 1, 2, 3 и 4. Чтобы правильно подсчитать количество задержек, отсчет будем вести после 20-ой секунды, когда все модели будут работать в установившемся режиме. Также подсчет будет вестись за промежутки времени, равный одному циклу.

Видно, что:

- при $k=1$, учитывая, что одна горизонтальная стрелка может означать несколько задержанных пачек, на получившейся диаграмме имеется 5 задержек, и сдвиг для уменьшения количества задержек невозможен;
- при $k=2$ получается 3 задержки; есть свободная диагональ, чтобы сдвинуть фазы на один такт влево для светофора №4. Тогда количество задержек станет равным 2;
- при $k=3$ получается 2 задержки; после сдвига фаз на один такт вправо для светофора №0 останется 1 задержка;
- при $k=4$ получается 1 задержка; после сдвига фаз на два такта влево для светофора №0 задержек не останется.

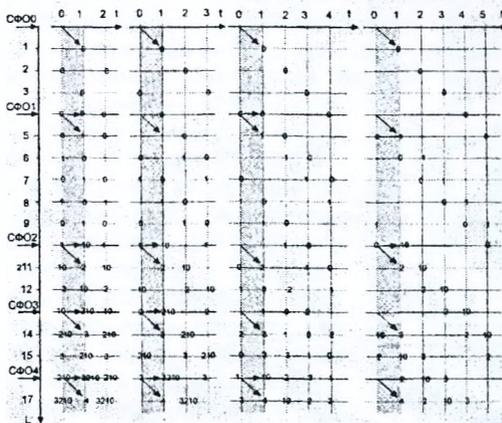


Рисунок 4 – Детерминированные модели для 1) $k=1$, 2) $k=2$, 3) $k=3$, 4) $k=4$ в установившемся режиме

Проиллюстрируем вышесказанное диаграммой зависимости количества задержек от коэффициента k (см. рис. 5).

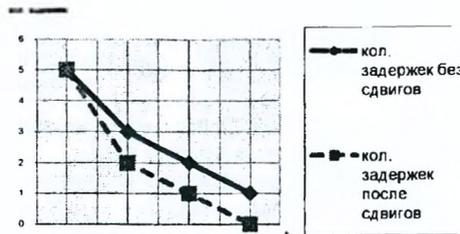


Рисунок 5 – Диаграмма зависимости количества задержек от коэффициента k

Таким образом, из рис.5 видим, что чем меньше k , тем больше задержек и наоборот. При $k=4$ все задержки могут быть устранены. Сдвиги фаз позволяют уменьшить количество задержек.

Однако следует заметить, что при большом k остается мало времени для проезда из боковых улиц. А также большое время цикла может провоцировать массовые нарушения правил участниками движения. Поэтому при выборе k нужно соблюдать разумное соотношение между длительностью зеленого сигнала на магистрали и на прилегающей улице. В [2] приводится формула для подсчета продолжительности горения зеленого сигнала для транспорта второстепенного направления:

$$t_z = \frac{q \cdot C_{\min}}{q_n \cdot x_{\lim}} > 14c,$$

где q – интенсивность движения второстепенного направления для данной полосы, а/с;
 q_n – поток насыщения для данного транспортного потока, а/с;
 C_{\min} – минимальная продолжительность цикла;
 x_{\lim} – предельное (рекомендуемое) значение коэффициента загрузки полосы для второстепенного направления ($\approx 0,6$).

Формула носит приближенный и рекомендательный характер, но ею можно воспользоваться для нахождения верхней границы k . Более детальную информацию о формуле и ее параметрах см. в источнике [2].

В детерминированной модели следует учитывать тот факт, что появление задержек может зависеть не только от k , но и от соотношений, приведенных ниже.

Задержка на перекрестке b присутствует, если:

$$\left(\sum_{i=a+1}^k p_i + \mu \right) \bmod(k+1) = 0, \quad (2)$$

задержка на перекрестке b отсутствует, если:

$$\left(\sum_{i=a+1}^k p_i + \mu \right) \bmod(k+1) \neq 0, \quad (3)$$

где \bmod – остаток от деления;

a – номер перекрестка, из которого вышла пачка;

b – номер перекрестка, на котором проверяется наличие/отсутствие задержки;

μ – количество уже случившихся задержек для данной пачки;

p_i – расстояние между $(i-1)$ -ым и i -ым перекрестками (в дискретах расстояния).

С помощью формул 2 и 3 можно без построения детерминированной модели определять наличие или отсутствие задержек на перекрестке для конкретной пачки. Для примера на рис.2 при $k=1$ проверим наличие задержки на первом светофорном объекте (СФО1). Так как рассмотрен всего один цикл, то второе слагаемое в числителе не учитывается. $a=0$, $b=1$. Значит, подсчитываем сумму дискретов между светофором №0 и светофором №1. Сумма равна 4. В знаменателе 2. Делим числитель на знаменатель – без остатка. Поэтому задержка присутствует. Та же пачка при $k=2$ проедет СФО1 без задержек, т.к. сумма дискретов по-прежнему равна 4, а в знаменателе получится 3. При делении есть остаток. При $k=1$ проверим наличие задержки для 1-ой пачки на СФО2. $a=1$, $b=2$, сумма – 6, знаменатель – 2. Задержка для первой пачки будет. А для нулевой – нет, т.к. сумма – 6, знаменатель – 2, но $\mu=1$ (для нулевой пачки была 1 задержка на СФО1), поэтому числитель равен 7, а знаменатель – 2. Т.е. деление с остатком, задержка нет. И так далее.

Вывод. Расширили и дополнили детерминированную модель, разработанную в [1]. При выборе коэффициента k необходимо соблюдать баланс. В детерминированной модели можно достичь отсутствия задержек на магистрали при увеличении k , но следует учитывать, какой при этом получается длительность горения зеленого сигнала для боковых улиц. Избежать задержек автотранспортных средств при двустороннем движении гораздо более затруднительно, чем при одностороннем, как описано в [1]. Пути борьбы с задержками при двустороннем движении: сдвиг фаз, увеличение k , сдвиг фаз с асинхронной работой светофоров.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шуть, В.Н. Детерминированная модель координированного регулирования движения автотранспорта на магистрали с Т-образными перекрестками // Вестник БНТУ. – 2009. – №4. – С.45–48.
2. Врубель, Ю.А. Организация дорожного движения. – Минск, 1996. – Ч. 2. – с. 204.